ISSN 0033-8494
Том 45, Номер 11
Ноябрь 2000

РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

Главный редактор
Ю.В. Гуляев

http://www.maik.rssi.ru

"НАУКА"
МАИК "НАУКА/ИНТЕРПЕРИОДИКА"

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2000, том 45, № 11, с. 1329–1337

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

УДК 621.391

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ РАЗРЫВНОГО СЛУЧАЙНОГО РАДИОИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ВРЕМЕНЕМ ПРИХОДА И ЦЕНТРАЛЬНОЙ ЧАСТОТОЙ

© 2000 г. А. П. Трифонов, А. В. Захаров

Поступила в редакцию 25.10.99 г.

Получены асимптотические выражения для характеристик обнаружения флуктуирующего радиоимпульса, наблюдаемого на фоне белого шума. Определены потери в эффективности обнаружения вследствие незнания времени прихода и центральной частоты спектральной плотности радиоимпульса.

ВВЕДЕНИЕ

Задача обнаружения импульсных радиосигналов с неизвестными параметрами на фоне помех часто встречается в радио- и гидролокации, навигации и связи, в системах синхронизации и управления [1, 2]. В ряде случаев радиосигналы, принимаемые на фоне случайных помех, сами оказываются случайными. Приемлемой математической моделью таких сигналов является разрывный случайный радиоимпульс [3–5]

$$s(t) = a(t)I[(t-\lambda_0)/\tau]\cos[\nu_0 t - \varphi(t)] = \\ = \xi(t)I[(t-\lambda_0)/\tau], \qquad (1)$$

где $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$; $I(x) = 0$ при $|x| \geq 1/2$; λ_0 – время прихода; τ – длительность импульса; $\xi(t) = a(t)\cos[\nu_0 t - \varphi(t)]$ – реализация стационарного центрированного узкополосного гауссовского случайного процесса со спектральной плотностью

$$G(\omega) = (\gamma/2)\{I[(\nu_0-\omega)/\Omega] + I[(\nu_0+\omega)/\Omega]\}, \\ \nu_0 > \Omega/2, \qquad (2)$$

$a(t)$ и $\varphi(t)$ – огибающая и фаза гауссовского случайного процесса $\xi(t)$; γ – максимальная величина; ν_0 – центральная частота; Ω – ширина полосы частот спектральной плотности (2). Примерами случайного радиоимпульса могут быть отраженные локационные сигналы [5], радиоимпульсы, искаженные модулирующей помехой [6], сигналы в спектроскопии и астрономии [3, 7]. Кроме того, случайные сигналы (1) могут быть использованы в качестве шумовой импульсной несущей в системах передачи информации [8].

Задача обнаружения сигнала (1) с различными неизвестными параметрами рассмотрена в ряде работ. На основе метода максимального правдоподобия (МП) в [4] выполнен синтез алгоритма обнаружения случайного импульса (1) с неизвестным временем прихода и априори известной частотой, найдены характеристики эффективности обнаружения. В работе [9] рассмотрен МП-обнаружитель сигнала (1) с неизвестной частотой и априори известным временем прихода. Однако часто кроме времени прихода может быть не известна и центральная частота (доплеровский сдвиг частоты) принимаемого сигнала. Это обычно обусловлено движением наблюдаемого объекта при его локации, одновременным использованием частотной и время-импульсной модуляции в системах связи, движением передатчика и (или) приемника в системах связи и навигации [1, 2]. В работе [10] выполнены синтез и анализ алгоритма МП-обнаружения случайного импульса с неизвестными временем прихода и центральной частотой на фоне белого шума. Однако характеристики алгоритма [10] найдены в предположении, что моменты решающей статистики (РС) непрерывно дифференцируемы по неизвестным параметрам сигнала хотя бы дважды. Ниже показано, что производные моментов РС для случая МП-обнаружения радиоимпульса (1) имеют разрывы 1-го рода как по времени прихода, так и по частоте. Следовательно, радиоимпульс (1) относится к классу разрывных сигналов [11, 12], и для него нельзя использовать развитую в [10] методику расчета характеристик обнаружения.

Ниже на основе новой методики анализа найдены характеристики МП-обнаружения разрывного случайного радиоимпульса (1) с неизвестными временем прихода и центральной частотой, определены потери в эффективности обнаружения вследствие незнания параметров импульса.

1. АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ И ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ

Будем считать, что сигнал (1) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0, причем сигнал и шум статистически не зависимы.

При наличии сигнала в наблюдаемых данных (гипотеза H_1) обработке доступна реализация $x(t) = s(t) + n(t)$, а при отсутствии сигнала (гипотеза H_0) – реализация $x(t) = n(t)$.

Для решения задачи обнаружения сигнала (1) с неизвестными временем прихода и центральной частотой воспользуемся методом МП [2, 11, 13]. Согласно этому методу, по реализации $x(t)$ необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия $L(\lambda, \nu)$ как функцию возможных значений λ и ν неизвестных времени прихода λ_0 и центральной частоты ν_0 сигнала. Полагаем, что время корреляция случайных флуктуаций сигнала (1) значительно меньше его длительности, т.е. [4, 9]

$$\mu = \tau\Omega/2\pi \gg 1. \tag{3}$$

Тогда аналогично [5, 10] находим

$$L(\lambda, \nu) = qM(\lambda, \nu)/N_0(1+q) - \mu\ln(1+q), \qquad q = \gamma/N_0, \tag{4}$$

$$M(\lambda, \nu) = \int\limits_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2}\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t-t', \nu)dt'\right]^2 dt, \tag{5}$$

где передаточная функция $H(\omega, \nu)$, соответствующая импульсной характеристике $h(t, \nu)$, удовлетворяет условию $|H(\omega, \nu)|^2 = I[(\nu - \omega)/\Omega] + I[\nu + \omega)/\Omega]$.

Пусть неизвестные время прихода и частота импульса (1) принимают значения из интервалов $\lambda_0 \in [\lambda_{\text{мин}}; \lambda_{\text{макс}}]$ и $\nu_0 \in [\nu_{\text{мин}}; \nu_{\text{макс}}]$. При этом алгоритм МП-обнаружения сигнала (1) сводится к сравнению с порогом h величины абсолютного (наибольшего) максимума РС $M(\lambda, \nu)$ (5) в пределах априорной области Λ, задаваемой условиями $\lambda \in [\lambda_{\text{мин}}; \lambda_{\text{макс}}]$, $\nu \in [\nu_{\text{мин}}; \nu_{\text{макс}}]$. Если порог h превышен, то принимается решение в пользу гипотезы H_1 о наличии сигнала (1); если порог не превышен, то принимается решение в пользу гипотезы H_0 об отсутствии сигнала. Величина порога h определяется в соответствии с выбранным критерием оптимальности обнаружения [1, 2, 13].

Для определения характеристик алгоритма обнаружения рассмотрим свойства РС (5). Функционал (5) является асимптотически (при $\mu \longrightarrow \infty$) гауссовским случайным полем. Поэтому при выполнении (3) ограничимся рассмотрением первых двух моментов этого поля. Обозначим $S_i(\lambda, \nu) = \langle M(\lambda, \nu)|H_i\rangle$ регулярные, а $N_i(\lambda, \nu) = M(\lambda, \nu) - \langle M(\lambda, \nu)|H_i\rangle$ шумовые составляющие РС (5) при справедливости гипотезы H_i. Здесь усреднение выполняется по реализациям $x(t)$ при фиксированных λ_0 и ν_0 [11, 13]. Учитывая условие (3), для регулярных составляющих получаем выражения

$$S_i(\lambda, \nu) = iA_1C(\eta, \eta_0)C(\kappa, \kappa_0) + A_0, \quad i = 0; 1,$$
$$C(t_1, t_2) = \begin{cases} 1 - |t_1 - t_2| \text{ при } |t_1 - t_2| < 1, & A_1 = \mu q N_0, \\ 0 \text{ при } |t_1 - t_2| \geq 1, & A_0 = \mu N_0, \end{cases} \tag{6}$$

где $\eta = \lambda/\tau$; $\eta_0 = \lambda_0/\tau$; $\kappa = \nu/\Omega$; $\kappa_0 = \nu_0/\Omega$ – нормированные значения времени прихода и частоты радиоимпульса. Аналогично (6) находим первые два момента шумовых составляющих:

$$\langle N_i(\lambda, \nu)\rangle = 0, \quad i = 0; 1,$$
$$\langle N_i(\lambda_1, \nu_1)N_i(\lambda_2, \nu_2)\rangle \equiv K_i(\lambda_1, \nu_1, \lambda_2, \nu_2) = D_0C(\eta_1, \eta_2)C(\kappa_1, \kappa_2) + iD_1R(\eta_1, \eta_2, \eta_0)R(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_0), \tag{7}$$
$$D_0 = \mu N_0^2, \quad D_1 = \mu q(1+q)N_0^2,$$
$$R(t_1, t_2, t_0) = \begin{cases} 1 - |t_1 - t_2| - \min(|t_1 - t_0|, |t_2 - t_0|), \\ (t_1 - t_0)(t_2 - t_0) \geq 0, \\ 1 - |t_1 - t_2|, \ (t_1 - t_0)(t_2 - t_0) < 0, \\ \text{при } \max(|t_1 - t_2|, |t_1 - t_0|, |t_2 - t_0|) < 1, \\ 0 \text{ при } \max(|t_1 - t_2|, |t_1 - t_0|, |t_2 - t_0|) \geq 1, \end{cases}$$

где $\eta_j = \lambda_j/\tau$; $\kappa_j = \nu_j/\Omega$, $j = 1, 2$.

Из выражений (6) следует, что регулярная составляющая $S_1(\lambda, \nu)$ достигает абсолютного максимума в точке (λ_0, ν_0) истинных значений времени прихода и частоты принимаемого сигнала. Кроме того, реализации шумовой составляющей $N_1(\lambda, \nu)$ непрерывны с вероятностью единица. Поэтому выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) для МП-алгоритма обнаружения сигнала (1) запишем в виде [4, 9, 10, 13]

$$z^2 = [S_1(\lambda_0, \nu_0) - A_0]^2/\langle N_1^2(\lambda_0, \nu_0)\rangle = \mu q^2/(1+q)^2. \tag{8}$$

Отметим, что моменты (6), (7) функционала (5) совпадают с соответствующими моментами РС в работе [10], если там полагать $g(x) = f(x) = I(x)$. Однако характеристики обнаружения получены в [10] в предположении, что регулярные составляющие и корреляционные функции шумовых составляющих РС $M(\lambda, \nu)$ дважды непрерывно дифференцируемы по λ и ν в точке (λ_0, ν_0). Из формул (6), (7) следует, что производные регулярной составляющей $S_1(\lambda, \nu)$ и корреляционных функций шумовых составляющих $N_1(\lambda, \nu)$ и $N_0(\lambda, \nu)$ имеют разрывы 1-го рода в точке (λ_0, ν_0). Это не позволяет использовать известные методы анализа для определения характеристик МП-алгоритма обнаружения разрывного радиоимпульса (1).

2. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

Эффективность алгоритмов обнаружения сигналов характеризуется вероятностями ошибок 1- и 2-го родов, т.е. вероятностью ложной тревоги (ВЛТ) α и вероятностью пропуска сигнала (ВПС) β соответственно [1, 2, 11, 13].

Получим вначале выражение для ВЛТ α. Пусть справедлива гипотеза H_0 об отсутствии сигнала в наблюдаемой реализации $x(t)$. Согласно (6), (7), при выполнении условия (3), обеспечивающего приближенный гауссовский характер распределения случайного поля $M(\lambda, \nu)$, ВЛТ можно представить как

$$\alpha = P[\sup_{\lambda, \nu \in \Lambda} M(\lambda, \nu) > h|H_0] \approx 1 - F_N(u), \tag{9}$$

где $u = (h - A_0)/\sqrt{D_0}$ – нормированный порог; $F_N(u) = P[\sup_{\eta, \kappa \in \vartheta} r_0(\eta, \kappa) < u]$ – функция распределения абсолютного максимума однородного центрированного гауссовского случайного поля $r_0(\eta, \kappa)$ с корреляционной функцией $R_0(\eta_1 - \eta_2, \kappa_1 - \kappa_2) = \langle r_0(\eta_1, \kappa_1) r_0(\eta_2, \kappa_2)\rangle = C(\eta_1, \eta_2)C(\kappa_1, \kappa_2)$; ϑ – область возможных значений параметров η и κ, задаваемая условиями $\eta \in [\eta_{мин}; \eta_{макс}]$, $\kappa \in [\kappa_{мин}; \kappa_{макс}]$, $\eta_{мин} = \lambda_{мин}/\tau$, $\eta_{макс} = \lambda_{макс}/\tau$, $\kappa_{мин} = \nu_{мин}/\Omega$, $\kappa_{макс} = \nu_{макс}/\Omega$. У корреляционной функции поля $r_0(\eta, \kappa)$ не существует второй производной при $\eta_1 = \eta_2$, $\kappa_1 = \kappa_2$, так что $r_0(\eta, \kappa)$ является недифференцируемым случайным полем. В отличие от дифференцируемых гауссовских полей [14] конструктивная методика расчета распределения $F_N(u)$ абсолютного максимума недифференцируемого поля не известна. При этом для дифференцируемых гауссовских полей удается найти только асимптотически точные (с ростом порога u) выражения для распределения абсолютного максимума поля [10, 13, 14].

В ряде работ (см., например, [5, 15]) для приближенного расчета ВЛТ используется метод, основанный на замене непрерывной функции $M(\lambda, \nu)$ ее дискретными значениями, взятыми в отдельных точках априорной области Λ, так что значения функции $M(\lambda, \nu)$ в этих точках статистически не зависимы.

Введем обозначение $m_\eta = \eta_{макс} - \eta_{мин} = (\lambda_{макс} - \lambda_{мин})/\tau$ и $m_\kappa = \kappa_{макс} - \kappa_{мин} = (\nu_{макс} - \nu_{мин})/\Omega$. Параметр m_η определяет число сигналов (1), которые могут быть размещены на интервале времени $[\lambda_{мин}, \lambda_{макс}]$, а параметр m_κ – число сигналов (1), которые могут быть размещены в диапазоне частот $[\nu_{макс}; \nu_{мин}]$. Соответственно, $m = m_\eta m_\kappa$ определяет число независимых отсчетов поля $r_0(\eta, \kappa)$ в априорной области возможных значений η и κ.

Воспользовавшись методикой [5, 15], находим приближенное выражение для ВЛТ (9):

$$\alpha_m = 1 - (1 - \alpha_0)^m, \tag{10}$$

где $\alpha_0 = 1 - \Phi(u)$ – ВЛТ при обнаружении сигнала (1) с априори известными параметрами; $\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \exp(-t^2/2)\,dt/\sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности. Формула (10) в общем случае дает заниженные значения для ВЛТ, так как для получения (10) непрерывная реализация функционала $M(\lambda, \nu)$ заменяется на его независимые дискретные значения. При этом погрешность формулы (10) не известна.

Получим асимптотически точные (с ростом порога u) выражения для ВЛТ (9). Будем считать порог u достаточно большим, так что вероятность $F_N(u)$ непревышения этого порога реализацией однородного гауссовского поля $r_0(\eta, \kappa)$ определяется только локальными свойствами его корреляционной функции [13, 16, 17]. При $\delta_N = \max(|\eta_1 - \eta_2|, |\kappa_1 - \kappa_2|) \longrightarrow 0$ корреляционная функция поля $r_0(\eta, \kappa)$ допускает асимптотическое представление:

$$\begin{gathered} R_0(\eta_1 - \eta_2, \kappa_1 - \kappa_2) = \\ = B_0(\eta_1 - \eta_2) + B_0(\kappa_1 - \kappa_2) + o(\delta_N), \end{gathered} \tag{11}$$

$$\begin{gathered} B_0(t_1 - t_2) = \\ = \begin{cases} 1/2 - |t_1 - t_2| & \text{при } |t_1 - t_2| < 1/2, \\ 0 & \text{при } |t_1 - t_2| \ge 1/2. \end{cases} \end{gathered} \tag{12}$$

Обозначим $r_{10}(\eta)$ и $r_{20}(\kappa)$ статистически не зависимые центрированные гауссовские стационарные случайные процессы с корреляционными функциями $B_0(\eta_1 - \eta_2)$ и $B_0(\kappa_1 - \kappa_2)$ (12) соответственно. Из формул (11), (12) следует, что корреляционные функции гауссовских полей $r_0(\eta, \kappa)$ и $r_{10}(\nu) + r_{20}(\kappa)$ совпадают при $\delta_N \longrightarrow 0$. Поэтому при больших значениях u вероятность (9) можно приближенно записать в виде

$$\begin{gathered} \alpha \approx P[\sup_{\eta \in [\eta_{мин}; \eta_{макс}]} r_{10}(\eta) + \sup_{\kappa \in [\kappa_{мин}; \kappa_{макс}]} r_{20}(\kappa) > u] = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} [1 - F_{10}(u - x)] W_{20}(x) dx, \end{gathered} \tag{13}$$

где $F_{10}(x) = P[\sup_{\eta \in [\eta_{мин}; \eta_{макс}]} r_{10}(\eta) < x]$, $F_{20}(x) = P[\sup_{\kappa \in [\kappa_{мин}; \kappa_{макс}]} r_{20}(\kappa) < x]$ – функции распределения; $W_{20}(x) = dF_{20}(x)/dx$ – плотность вероятности абсолютных максимумов случайных процессов $r_{10}(\eta)$ и $r_{20}(\kappa)$.

Точные выражения для функций распределения $F_{i0}(x)$, $i = 1, 2$, найти не удается. Покажем, что для приближенного вычисления интеграла (13) при больших значениях u можно использовать асимптотически точные при $x \longrightarrow \infty$ аппроксимации функций $F_{10}(x)$ и $F_{20}(x)$.

Введем функции $\varphi_1(u) = \rho_1 u$, $\varphi_2(u) = \rho_2 u$, где ρ_1 и ρ_2 – не зависящие от u постоянные, удовлетворяющие условиям $0 < \rho_1 < 1 - 1/\sqrt{2}$, $1/\sqrt{2} < \rho_2 < 1$, причем $\rho_1 < \rho_2$ и $\varphi_1(u) < \varphi_2(u)$. Вероятность α (13) представим в виде $\alpha = \alpha_{00} + \alpha_1 + \alpha_2$, где $\alpha_1 = J[-\infty, \varphi_1(u)]$; $\alpha_2 = J[\varphi_2(u), \infty]$; $\alpha_{00} = J[\varphi_1(u), \varphi_2(u)]$; $J(u_1, u_2) = \int_{u_1}^{u_2}[1 - F_{10}(u - x)\}W_{20}(x)dx$. Покажем, что при $u \longrightarrow \infty$ вклад величин α_1 и α_2 в интеграл (13) пренебрежимо мал.

В качестве оценки снизу для ВЛТ α используем величину α_m (10). При $u \longrightarrow \infty$ формула (10) несколько упрощается и принимает вид $\alpha_m \approx m_\eta m_\kappa \alpha_0$. Учитывая асимптотическое поведение интеграла вероятности $\Phi(u)$, при $u \longrightarrow \infty$ получаем $\alpha_m \longrightarrow m_\eta m_\kappa \exp(-u^2/2)/u\sqrt{2\pi}$. Так как $0 \le F_{10}(x) \le 1$, $0 \le W_{20}(x) \le C_m$, где $C_m = W_{20}(x_m)$ – не зависящая от u постоянная, а x_m – мода распределения $W_{20}(x)$, оценками сверху для интегралов α_2 и α_1 являются величины $\alpha_{20} = \int_{\varphi_2(u)}^{\infty} W_{20}(x)\,dx = 1 - F_{20}[\varphi_2(u)]$ и $\alpha_{10} = C_m\int_{-\infty}^{\varphi_1(u)}[1 - F_{10}(u - x)]dx = C_m\int_{u-\varphi_1(u)}^{\infty}[1 - F_{10}(x)]dx$ соответственно. Здесь $\varphi_2(u) \longrightarrow \infty$ и $u - \varphi_1(u) \longrightarrow \infty$ при $u \longrightarrow \infty$, поэтому для описания асимптотического (при $u \longrightarrow \infty$) поведения оценок α_{20} и α_{10} можно использовать аппроксимации функций $F_{10}(x)$ и $F_{20}(x)$, асимптотически точные при $x \longrightarrow \infty$. Следуя [4, 9, 10, 13], будем считать, что априорная неопределенность относительно времени прихода и частоты радиоимпульса велика, т.е.

$$m_\eta \gg 1, \quad m_\kappa \gg 1. \tag{14}$$

Аналогично [11, 13] при выполнении (14) находим аппроксимации

$$F_{10}(x) = \begin{cases} \exp[-2m_\eta x\exp(-x^2)/\sqrt{\pi}] & \text{при } x \ge 1/\sqrt{2}, \\ 0 & \text{при } x < 1/\sqrt{2}, \end{cases}$$
$$F_{20}(x) = \begin{cases} \exp[-2m_\kappa x\exp(-x^2)/\sqrt{\pi}] & \text{при } x \ge 1/\sqrt{2}, \\ 0 & \text{при } x < 1/\sqrt{2}, \end{cases} \tag{15}$$

точность которых возрастает с увеличением m_η, m_κ и x. Формулы (15) можно несколько упростить, если считать, что величины m_η и m_κ (14) ограничены сверху, хотя и являются большими. Тогда из (15) получим менее точные, но более простые выражения:

$$F_{10}(x) \approx 1 - 2m_\eta x\exp(-x^2)/\sqrt{\pi},$$
$$F_{20}(x) \approx 1 - 2m_\kappa x\exp(-x^2)/\sqrt{\pi}, \tag{16}$$

справедливые при весьма больших значениях x. Используя (16), находим, что $\alpha_{20} \longrightarrow 2m_\kappa\varphi_2(u) \times \exp[-\varphi_2^2(u)]/\sqrt{\pi}$; $\alpha_{10} \longrightarrow m_\eta C_m \exp\{-[u - \varphi_1(u)]^2\}/\sqrt{\pi}$ при $u \longrightarrow \infty$. Так как $\varphi_2^2(u) > u^2/2$, $[u - \varphi_1(u)]^2 > u^2/2$, то $\alpha_{10} = o(\alpha_m)$; $\alpha_{20} = o(\alpha_m)$ при $u \longrightarrow \infty$. Следовательно, $\alpha_1 = o(\alpha)$; $\alpha_2 = o(\alpha)$ и $\alpha \longrightarrow \alpha_{00}$ при $u \longrightarrow \infty$. Для нахождения интеграла $\alpha_{00} = J[\varphi_1(u), \varphi_2(u)]$ необходимо вычислить функции $F_{10}(y)$ и $W_{20}(x)$ при $y \in [u - \varphi_2(u); u - \varphi_1(u)]$, $x \in [\varphi_1(u); \varphi_2(u)]$. Так как $\varphi_1(u) \longrightarrow \infty$ и $u - \varphi_2(u) \longrightarrow \infty$ при $u \longrightarrow \infty$, для приближенного вычисления α_{00} при больших значениях u достаточно использовать аппроксимации (15) или (16) функций $F_{10}(x)$ и $F_{20}(x)$, асимптотически точные при $x \longrightarrow \infty$. Поскольку вклад величин α_1 и α_2 в интеграл (13) с ростом порога u становится пренебрежимо мал, пределы интегрирования $[\varphi_1(u), \varphi_2(u)]$ при вычислении α_{00} можно заменить на бесконечные.

Подставляя (15) в (13), получаем

$$\begin{aligned} F_N(u) = {} & \exp\{-\sqrt{2/\pi}(m_\kappa\exp(-1/2) + \\ & + m_\eta(u\sqrt{2} - 1)\exp[-(u\sqrt{2} - 1)^2/2])\} + \\ & + \sqrt{2/\pi}\,m_\kappa \int_1^{u\sqrt{2}-1} (x^2 - 1)\exp\{-x^2/2 - \\ & - \sqrt{2/\pi}(m_\eta x\exp(-x^2/2) + \\ & + m_\kappa(u\sqrt{2} - x)\exp[-(u\sqrt{2} - x)^2/2])\}dx \end{aligned} \tag{17}$$

при $u > \sqrt{2}$ и $F_N(u) = 0$ при $u < \sqrt{2}$. Используя в (13) более простые, но менее точные аппроксимации (16), находим упрощенную формулу для ВЛТ α, справедливую при весьма больших u:

$$\alpha \approx m_\eta m_\kappa u(u^2 - 3)\exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}. \tag{18}$$

Точность формул (17), (18) возрастает с увеличением u, m_η, m_κ и μ. При этом, чем меньшие значения принимает ВЛТ α, тем больше должен быть параметр μ (3). Последнее условие необходимо для достижения достаточной точности гауссовской аппроксимации распределения случайного поля (5).

Сравним асимптотические выражения (9), (17) и (18) для ВЛТ α с соответствующим выражением (10), полученным известным методом дискретизации РС [5, 15]. При $u \longrightarrow \infty$, когда $\alpha_m \approx (m_\eta m_\kappa/u\sqrt{2\pi})\exp(-u^2/2)$, получаем $\alpha/\alpha_m \approx u^2(u^2 - 3)$. Таким образом, расчет ВЛТ по формуле (10) при больших порогах u приводит к значениям α, в u^4 раз меньшим, чем расчет по формулам (9), (17), (18). При этом точность формул (17), (18) растет с увеличением u, а погрешность формулы (10) не известна. На рис. 1 сплошными линиями показана зависимость ВЛТ от нормированного порога u, рассчитанная по формулам (9), (17), штриховыми линиями – по формуле (18), а штрихпунктирными – по формуле (10). Кривые *1* соответствуют величинам $m_\eta = m_\kappa = 10$, кривые *2* – $m_\eta = m_\kappa = 3$. Из рис. 1 следует, что формула (10) дает существенно заниженные значения для ВЛТ по сравнению с (9), (17), (18). При этом погрешность упрощенной формулы (18) относительно более точных формул (9), (17) быстро уменьшается с увеличением u (уменьшением α). Формула (18) хорошо аппроксимирует зависимость $\alpha(u)$ (9), (17) уже при $\alpha < 0,1$.

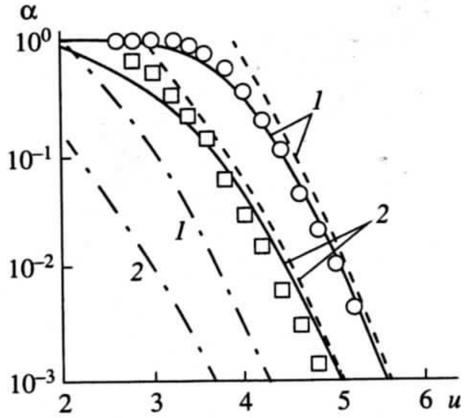

Рис. 1. Аппроксимации вероятности ложной тревоги.

3. РАСЧЕТ ВЕРОЯТНОСТИ ПРОПУСКА СИГНАЛА

Получим теперь выражение для ВПС β при обнаружении радиосигнала (1) с неизвестными временем прихода и частотой. Будем считать, что справедлива гипотеза H_1 о наличии сигнала. Согласно определению, $\beta = P[\sup\limits_{\lambda, \nu \in \Lambda} M(\lambda, \nu) < h|H_1]$. Разобьем область Λ возможных значений времени прихода и центральной частоты импульса (1) на две подобласти: сигнальную подобласть Λ_s, задаваемую условиями $\lambda \in [\lambda_0 - \tau; \lambda_0 + \tau]$, $\nu \in [\nu_0 - \Omega; \nu_0 + \Omega]$, и шумовую Λ_n, являющуюся дополнением подобласти Λ_s до области Λ. Тогда при выполнении (14) ВПС можно представить как $\beta \approx F_n(h)F_s(h)$ [11, 13], где $F_n(h) = P[\sup\limits_{\lambda, \nu \in \Lambda_n} M(\lambda, \nu) < h]$; $F_s(h) = P[\sup\limits_{\lambda, \nu \in \Lambda_s} M(\lambda, \nu) < h]$ – функции распределения абсолютных максимумов функционала (5) на шумовой и сигнальной подобластях. Из формул (6), (7) следует, что вероятностные характеристики функционала (5) при $\lambda, \nu \in \Lambda_n$ такие же, как и при отсутствии сигнала в наблюдаемых данных. Поэтому при выполнении (14)

$$F_n(h) = P[\sup_{\lambda, \nu \in \Lambda_n} N_0(\lambda, \nu) < h - A_0] \approx \approx P[\sup_{\lambda, \nu \in \Lambda} N_0(\lambda, \nu) < h - A_0] \equiv F_N(u), \qquad (19)$$

где $u = (h - A_0)/\sqrt{D_0}$, а функция $F_N(u)$ определяется согласно (17).

Найдем вероятность $F_s(h)$. Из формул (6), (7) следует, что у регулярной составляющей $S_1(\lambda, \nu)$ и корреляционной функции $K_1(\lambda_1, \nu_1, \lambda_2, \nu_2)$ шумовой составляющей $N_1(\lambda, \nu)$ не существует вторых производных в точке (λ_0, ν_0). Это не позволяет использовать методику, развитую в [10, 13] для определения вероятности $F_s(h)$. Поскольку регулярная составляющая $S_1(\lambda, \nu)$ достигает абсолютного максимума при $\lambda = \lambda_0$, $\nu = \nu_0$, а реализации шумовой составляющей $N_1(\lambda, \nu)$ непрерывны с вероятностью единица, то при $\lambda, \nu \in \Lambda_s$ и выполнении условия

$$z^2 \gg 1 \qquad (20)$$

абсолютный максимум функционала $M(\lambda, \nu)$ расположен в малой окрестности точки (λ_0, ν_0) [11–13]. Далее будем полагать, что ОСШ (8) велико, т.е. выполняется условие (20). Тогда для расчета вероятности $F_s(h)$ достаточно исследовать поведение составляющих $S_1(\lambda, \nu)$ и $N_1(\lambda, \nu)$ функционала (5) в малой окрестности точки (λ_0, ν_0).

При $\delta = \max(|\eta - \eta_0|, |\eta_j - \eta_0|, |\kappa - \kappa_0|, |\kappa_j - \kappa_0|) \longrightarrow 0$, $j = 1, 2$, моменты (6), (7) функционала (5) допускают асимптотические представления:

$$S_1(\lambda, \nu) = S(\eta, \eta_0) + S(\kappa, \kappa_0) + A_0 + o(\delta), \qquad (21)$$

$$S(t, t_0) = A\begin{cases} 1 - d|t - t_0| & \text{при } |t - t_0| < 1/d, \\ 0 & \text{при } |t - t_0| \ge 1/d, \end{cases} \qquad (22)$$

$$K_1(\lambda_1, \nu_1, \lambda_2, \nu_2) = B(\eta_1, \eta_2, \eta_0) + B(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_0) + o(\delta), \qquad (23)$$

$$B(t_1, t_2, t_0) = D\begin{cases} 1 - \rho|t_1 - t_2| - \begin{cases} g\min(|t_1 - t_0|, |t_2 - t_0|), & (t_1 - t_0)(t_2 - t_0) \ge 0, \\ 0, & (t_1 - t_0)(t_2 - t_0) < 0 \end{cases} \\ \text{при } \max(|t_1 - t_2|, |t_1 - t_0|, |t_2 - t_0|) < 1, \\ 0 \text{ при } \max(|t_1 - t_2|, |t_1 - t_0|, |t_2 - t_0|) \ge 1, \end{cases} \qquad (24)$$

$$A = A_1/2, \quad D = (D_0 + D_1)/2,$$

$$g = 2D_1/(D_0 + D_1); \quad d = 2; \quad \rho = 2.$$

Обозначим $r_1(\eta)$, $r_2(\kappa)$ статистически не зависимые гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями $S(\eta, \eta_0)$, $S(\kappa, \kappa_0)$ (22) и с корреляционными функциями $B(\eta_1, \eta_2, \eta_0)$,

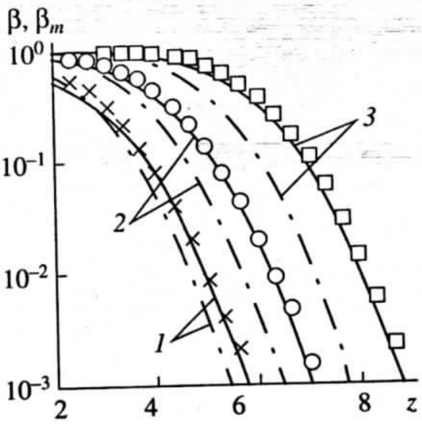

Рис. 2. Аппроксимации вероятности пропуска сигнала.

$B(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_0)$ (24) соответственно. Из выражений (21), (23) при учете асимптотически (при $\mu \longrightarrow \infty$) гауссовского характера случайного поля $M(\lambda, \nu)$ следует, что статистические характеристики случайных полей $M(\lambda, \nu)$ и $r_1(\lambda/\tau) + r_2(\nu/\Omega)$ асимптотически совпадают в малой окрестности точки (λ_0, ν_0). Тогда при выполнении (3), (20) имеем

$$F_s(h) \approx P[\sup_{\eta \in [\eta_0 - 1;\, \eta_0 + 1]} r_1(\eta) + \sup_{\kappa \in [\kappa_0 - 1;\, \kappa_0 + 1]} r_2(\kappa) < h - A_0] = \int_{-\infty}^{\infty} F(u\sqrt{D_0/D} - x)W(x)dx, \quad (25)$$

где $u = (h - A_0)/\sqrt{D_0}$; $F(x) = P[\sup_{\eta \in [\eta_0 - 1;\, \eta_0 + 1]} r_1(\eta)/\sqrt{D} < x] = P[\sup_{\kappa \in [\kappa_0 - 1;\, \kappa_0 + 1]} r_2(\kappa)/\sqrt{D} < x]$ – функции распределения абсолютных максимумов нормированных случайных процессов $r_1(\eta)/\sqrt{D}$ и $r_2(\kappa)/\sqrt{D}$; $W(x) = dF(x)/dx$ – соответствующая плотность вероятности. Воспользовавшись при выполнении (3), (20) методом локально-марковской аппроксимации [11, 13] и решая первое и второе уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова [7, 12] при соответствующих граничных и начальных условиях, находим

$$\begin{aligned} F(x) &= \Phi(x - z/\sqrt{2}) - \\ &- 2\exp[\psi^2 z^2/4 + \psi z(z - \sqrt{2}x)/2]\Phi[x - z(1 + \psi)/\sqrt{2}] + \\ &+ \exp[\psi^2 z^2 + \psi z(z - \sqrt{2}x)]\Phi[x - z(1 + 2\psi)/\sqrt{2}], \\ W(x) &= \sqrt{2}\psi z\exp[\psi z^2(2 + \psi)/2] \times \\ &\times \{\exp(-\psi z x/\sqrt{2})\Phi[x - z(1 + \psi)/\sqrt{2}] - \\ &- \exp[3\psi^2 z^2/4 + \psi z(z - 2\sqrt{2}x)/2] \times \\ &\times \Phi[x - z(1 + 2\psi)/\sqrt{2}], \end{aligned} \quad (26)$$

где $\psi = 2d/(2\rho - g) = 2(1 + q)^2/[1 + (1 + q)^2]$. Точность выражений (26) возрастает с увеличением z и μ.

Таким образом, ВПС β при обнаружении радиоимпульса (1) с неизвестными временем прихода и центральной частотой можно представить в виде

$$\beta \approx F_N(u)F_s(h) = F_N(u)\int_{-\infty}^{\infty} F(u\sqrt{D_0/D} - x)W(x)dx, \quad (27)$$

где функции $F_N(u)$, $F(x)$ и $W(x)$ определяются из (17), (26). Точность выражения (27) возрастает с увеличением μ, z, m_η и m_κ. При этом, чем меньшие значения принимает ВПС β, тем больше должен быть параметр μ.

Как отмечено выше, в [5, 15] для расчета характеристик обнаружения используется методика, основанная на замене непрерывной функции (5) ее дискретными значениями. Воспользовавшись этой методикой, получаем приближенное выражение для ВПС при обнаружении сигнала (1) с неизвестными временем прихода и частотой:

$$\beta_m \approx (1 - \alpha_0)^{m-1}\beta_0. \quad (28)$$

Здесь $\beta_0 = \Phi[u/(1 + q) - z]$ – ВПС при обнаружении сигнала (1) с априори известными параметрами. Анализируя выражения (27) и (28), видим, что они дают существенно различные значения ВПС. При этом формула (27) является асимптотически точной, а погрешность выражения (28) не известна.

На рис. 2 показаны зависимости ВПС от ОСШ z, рассчитанные по формуле (27) с учетом (17), (26) (сплошные линии) и по формуле (28) (штрихпунктирные линии) при $q = 1$ (кривые *1*), $q = \sqrt{2} - 1 \approx 0.414$ (кривые *2*) и $q = 0.001$ (кривые *3*). Зависимости получены при $m_\eta = m_\kappa = 10$ и фиксированном пороге u, рассчитанном для случая $\alpha = 10^{-4}$ по формулам (9), (17) для сплошных кривых и по формуле (10) для штрихпунктирных кривых. Из рис. 2 видно, что формула (28) дает заниженные значения для ВПС по сравнению с (27), особенно при малых значениях $q = \gamma/N_0$. При этом точность формулы (27) возрастает с увеличением m_η, m_κ и z, а поведение погрешности формулы (28) не известно.

4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ОБНАРУЖЕНИЯ

Полученные выражения для вероятностей ошибок обнаружения разрывного случайного радиоимпульса позволяют определить потери в эффективности обнаружения сигнала вследствие незнания его времени прихода λ_0 и центральной частоты ν_0. Характеристики МП-обнаружения разрывного сигнала (1) с неизвестным временем прихода и известной частотой определяются как [4]

$$\alpha = 1 - \exp[-m_\eta u \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}] \quad \text{при} \quad u \geq 1,$$

$$\alpha = 1 \quad \text{при} \quad u < 1,$$

$$\begin{gathered} \beta = (1-\alpha)\{\Phi(u/\sigma - z) - \\ -2\exp[\psi^2 z^2/2 + \psi z(z - u/\sigma)] \times \\ \times \Phi[u/\sigma - z(1+\psi)] + \\ + \exp[2\psi^2 z^2 + 2\psi z(z-u/\sigma)]\Phi[u/\sigma - z(1+2\psi)]\}, \end{gathered} \tag{29}$$

где $\sigma = 1 + q$. Если в (29) заменим m_η на m_κ, то получим характеристики МП-обнаружения сигнала (1) с неизвестной центральной частотой и известным временем прихода. При априори известных параметрах сигнала характеристики его обнаружения $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \beta_0$.

На рис. 3 сплошными линиями представлена зависимость ВПС β от величины $q = \gamma/N_0$ при обнаружении по критерию Неймана–Пирсона [1, 2] с порогом, соответствующим фиксированной ВЛТ $\alpha = 10^{-4}$. Там же штриховыми линиями показана зависимость средней вероятности ошибки $P_{\text{ош}} = (\alpha + \beta)/2$ от q при равных априорных вероятностях гипотез H_i и обнаружении по критерию идеального наблюдателя с порогом, минимизирующим вероятность $P_{\text{ош}}$ [1, 2].

На рис. 4 сплошными линиями представлена зависимость ВЛТ α от нормированного порога u при МП-обнаружении сигнала (1). Расчеты проведены при $\mu = 100$, $m_\eta = m_\kappa = 100$. На рис. 3, 4 кривые *1* рассчитаны по формулам (9), (17), (27) и соответствуют случаю неизвестных параметров λ_0 и ν_0; кривые *2* – по формулам (29) для случаев неизвестного параметра λ_0 и известного ν_0 или известного λ_0 и неизвестного ν_0; кривые *3* – для случая априори известных параметров сигнала.

Из рис. 3, 4 следует, что при неизвестных времени прихода и частоте разрывного случайного радиоимпульса вероятности ошибок его обнаружения существенно возрастают. Выражения (17), (27) в отличие от результатов [4, 9] позволяют при расчете характеристик обнаружения учесть априорную неопределенность как относительно времени прихода, так и относительно частоты принимаемого радиоимпульса.

Сравним теперь вероятности ошибок МП-обнаружения разрывного радиоимпульса (1) и регулярного импульса $s(t) = \xi(t)f[(t - \lambda_0)/\tau]$ [10] с колокольной модулирующей функцией $f(x) = \exp(-\pi x^2/2)$ и лоренцевской спектральной плотностью $G(\omega) = (\gamma/2)\{g[(\nu_0 - \omega)/\Omega] + g[(\nu_0 + \omega)/\Omega]\}$, $g(x) = [1 + (\pi x/2)^2]^{-1}$. Будем считать, что время прихода и центральная частота разрывного и регулярного радиосигналов не известны.

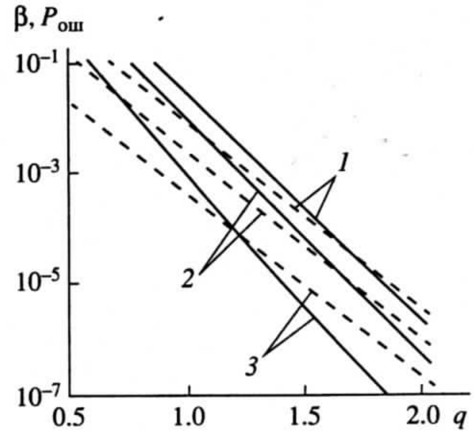

Рис. 3. Средняя вероятность ошибки и вероятность пропуска при обнаружении разрывного сигнала.

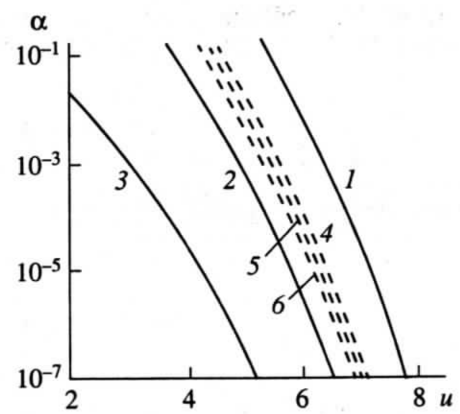

Рис. 4. Вероятность ложной тревоги при обнаружении разрывного и регулярного сигналов.

На рис. 4 показана зависимость ВЛТ α от порога u при обнаружении разрывного (сплошная кривая *1*) и регулярного (штриховые кривые) импульсов при $m_\eta = m_\kappa = 100$. Кривые *4*–*6* соответствуют $q = 0.1$; 2; 10.

На рис. 5 показана предельная (при $q \ll 1$) зависимость ВПС β от ОСШ z (8) при обнаружении разрывного (сплошная кривая) и регулярного (штриховая кривая) радиоимпульсов по критерию Неймана–Пирсона с фиксированной ВЛТ $\alpha = 10^{-4}$. Там же представлена зависимость средней вероятности ошибки $P_{\text{ош}} = (\alpha + \beta)/2$ от z при обнаружении разрывного (штрихпунктирная кривая) и регулярного сигналов (пунктирная кривая) по критерию идеального наблюдателя. Кривые рассчитаны при $m_\eta = m_\kappa = 100$.

Из рис. 4, 5 видно, что характеристики обнаружения разрывного (1) и регулярного [10] случайных сигналов существенно различаются. При этом незнание времени прихода и частоты снижа-

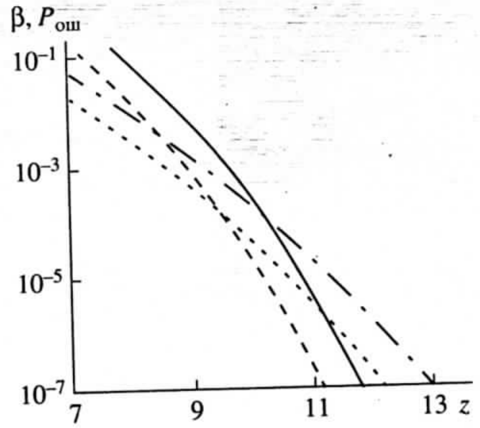

Рис. 5. Средняя вероятность ошибки и вероятность пропуска разрывного и регулярного сигналов.

ет эффективность обнаружения разрывного импульса в большей степени, чем регулярного.

5. РЕЗУЛЬТАТЫ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью установления границ применимости асимптотических точных формул (17), (18) для функции распределения $F_N(u)$ и ВЛТ α (9) выполнено статистическое моделирование на ЭВМ величины абсолютного максимума однородного центрированного гауссовского случайного поля $r_0(\eta, \kappa)$ в пределах области П, задаваемой условиями $\eta \in [0; m_\eta]$, $\kappa \in [0; m_\kappa]$. В процессе моделирования с шагом $\Delta t = 0.01$ формировались отсчеты

$$R_{ij} = r_0(i\Delta t, j\Delta t) = \frac{1}{\Delta t^2}\sum_{l=i}^{i+\Delta_0}\sum_{k=j}^{j+\Delta_0}\zeta_{lk}, \qquad (30)$$

$$\Delta_0 = \{1/\Delta t\} - 1,$$

случайного поля $r_0(\eta, \kappa)$, где ζ_{lk} – последовательность независимых гауссовских случайных чисел (НГСЧ) с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; $\{x\}$ – целая часть числа x. При этом среднеквадратическая погрешность $\varepsilon_0 = \sqrt{2[1 - R_0(\Delta t/2, \Delta t/2)]}$ ступенчатой аппроксимации (30) непрерывных реализаций поля не превышает 0.15. Величину r_m абсолютного максимума поля в пределах области П определяли как наибольшее значение R_{ij} (30) для всех $i = \overline{1, \{m_\eta/\Delta t\}}$, $j = \overline{1, \{m_\kappa/\Delta t\}}$. На основе обработки не менее 10^4 реализаций случайного поля вычисляли экспериментальные значения ВЛТ (9) для различных порогов u как относительные частоты превышения порогов величиной r_m.

На рис. 1 кружочками показаны экспериментальные значения ВЛТ, полученные при $m_\eta = m_\kappa = 10$, а прямоугольниками – при $m_\eta = m_\kappa = 3$. При этом с вероятностью 0.95 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений ВЛТ не более чем на 20% при $\alpha \ge 0.01$ и не более чем на 40% при $\alpha \ge 0.003$. Из рис. 1 и результатов моделирования следует, что формулы (9), (17) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные уже при $m_\eta \ge 3$, $m_\kappa \ge 3$, формула (18) – при $m_\eta \ge 3$, $m_\kappa \ge 3$, $\alpha \le 0.1$–0.3, а формула (10) дает существенно заниженные значения ВЛТ. При этом точность формул (17), (18) возрастает с увеличением u (уменьшением α) и с ростом m_η и m_κ, а поведение погрешности формулы (10) не известно.

С целью установления границ применимости асимптотически точной формулы (27) для ВПС β выполнено статистическое моделирование на ЭВМ величины абсолютного максимума гауссовского случайного поля $r(\eta, \kappa)$ с математическим ожиданием $S(\eta, \kappa) = m_S C(\eta, \eta_0)C(\kappa, \kappa_0)$ и корреляционой функцией $K(\eta_1, \kappa_1, \eta_2, \kappa_2) = \langle[r(\eta_1, \kappa_1) - S(\eta_1, \kappa_1)][r(\eta_2, \kappa_2) - S(\eta_2, \kappa_2)]\rangle = C(\eta_1, \eta_2)C(\kappa_1, \kappa_2) + \sigma_S^2 R(\eta_1, \eta_2, \eta_0)R(\kappa_1, \kappa_2, \kappa_0)$, где $m_S = A_1/\sqrt{D_0} = z\sqrt{2/(2-g)}$; $\sigma_S^2 = D_1/D_0 = g/(2-g)$; z определяется из (8), а $g = 2q(2+q)/(1+q)^2$ (24). Максимум поля фиксировали в пределах области значений П при $m_\eta > 2$, $m_\kappa > 2$, $\eta_0 = m_\eta/2$ и $\kappa_0 = m_\kappa/2$. В процессе моделирования с шагом $\Delta t = 0.01$ формировались отсчеты

$$\Gamma_{ij} = r(i\Delta t, j\Delta t) = R_{ij} + \frac{1}{\Delta t^2}\sum_{l=\max(i,\Delta_{\eta1})}^{\min(i+\Delta_0,\Delta_{\eta2})}\ \sum_{k=\max(j,\Delta_{\kappa1})}^{\min(j+\Delta_0,\Delta_{\kappa2})}[\sigma_S\theta_{lk} + m_S], \qquad (31)$$

случайного поля $r(\eta, \kappa)$, где θ_{lk} – последовательность НГСЧ с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией; $\Delta_{\eta1} = \{(m_\eta - 1)/2\Delta t\}$; $\Delta_{\eta2} = \{(m_\eta + 1)/2\Delta t\}$; $\Delta_{\kappa1} = \{(m_\kappa - 1)/2\Delta t\}$; $\Delta_{\kappa2} = \{(m_\kappa + 1)/2\Delta t\}$, а отсчеты R_{ij} определяются из (30). При этом относительная погрешность $\varepsilon_m = [S(\eta_0, \kappa_0) - S(\eta_0 + \Delta t/2, \kappa_0 + \Delta t/2)]/S(\eta_0, \kappa_0)$ ступенчатой аппроксимации регулярной составляющей поля $r(\eta, \kappa)$ не превышает 0.01, а среднеквадратическая погрешность $\varepsilon_\delta = (2[1 - K(\eta_0, \kappa_0, \eta_0 + \Delta t/2, \kappa_0 + \Delta t/2)/K(\eta_0, \kappa_0, \eta_0, \kappa_0)])^{1/2}$ ступенчатой аппроксимации случайной составляющей поля не превышает 0.15. Величину Γ_m абсолютного максимума поля $r(\eta, \kappa)$ определяли как наибольшее значение Γ_{ij} (31) для всех $i = \overline{1, \{m_\eta/(\Delta t)\}}$, $j = \overline{1, \{m_\kappa/(\Delta t)\}}$. На основе обработки не менее 10^4 реализаций случайного поля $r(\eta, \kappa)$ вычисляли экспериментальные значения ВПС β для различных порогов u как относительные частоты непревышения порогов величиной Γ_m.

На рис. 2 приведены экспериментальные значения ВПС, полученные при моделировании с параметрами $m_\eta = m_\kappa = 10$, $q = 0.001$ (прямоугольники), $q = \sqrt{2} - 1$ (кружочки) и $q = 1$ (крестики) для фиксированного порога u, вычисляемого по формулам (9), (17) при $\alpha = 10^{-4}$. При этом с вероятностью 0.95 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений ВПС не более чем на 40% при $\beta \geq 0.003$. Из рис. 2 и результатов моделирования следует, что асимптотическая формула (27) с учетом (17), (26) удовлетворительно аппроксимирует экспериментальные данные уже при $m_\eta \geq 3$, $m_\kappa \geq 3$, $z \geq 2$, а формула (28) дает заниженные значения ВПС, особенно при малых значениях q. При этом точность формулы (27) возрастает с увеличением m_η, m_κ и z, а поведение погрешности формулы (28) не известно.

Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 98-01-00090).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Сосулин Ю.Г.* Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь, 1992.
2. Радиотехнические системы / Под ред. Казаринова Ю.М. М.: Высш. шк., 1990.
3. *Ван Трис Г.* Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 3. М.: Сов. радио, 1977.
4. *Трифонов А.П., Захаров А.В.* // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1986. Т. 29. № 4. С. 36.
5. *Бакут П.А., Большаков И.А., Герасимов Б.М. и др.* // Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 1 / Под ред. Тартаковского Г.П. М.: Сов. радио, 1963.
6. *Кремер И.Я., Владимиров В.И., Карпухин В.И.* Модулирующие помехи и прием радиосигналов. М.: Сов. радио, 1972.
7. *Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С.* Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
8. *Харкевич А.А.* Передача сигналов, модулированных шумом. Избранные труды. Т. 2. М.: Наука, 1973. С. 524–529.
9. *Трифонов А.П.* // РЭ. 1980. Т. 25. № 4. С. 749.
10. *Трифонов А.П., Парфенов В.И.* // РЭ. 1998. Т. 44. № 8. С. 959.
11. *Трифонов А.П., Шинаков Ю.С,* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
12. *Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.З.* Асимптотическая теория оценивания. М.: Наука, 1979.
13. *Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др.* // Теория обнаружения сигналов / Под ред. Бакута П.А. М.: Радио и связь, 1984.
14. *Беляев Ю.К.* // Изв. АН СССР. Техническая кибернетика. 1970. № 2. С. 77.
15. *Фалькович С.Е.* Прием радиолокационных сигналов на фоне флуктуационных помех. М.: Сов. радио, 1961.
16. *Qualls C., Watanabe H.* // Trans. Amer. Math. Soc. 1973. V. 177. March. P. 155.
17. *Беляев Ю.К., Питербарг В.И.* // Докл. АН СССР. 1972. Т. 203. № 1. С. 9.