

201 p-6064
2001/44/1-2
62

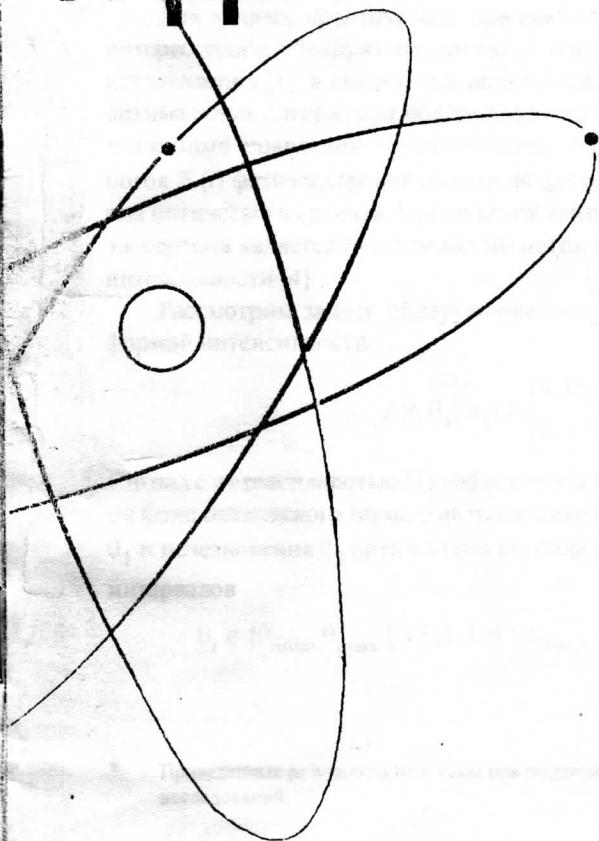
201

ISSN 0021-3470



ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 44

1-2

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2001

ТРИФОНОВ А. П., ЖУКОВ А. А.

ОПТИМАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ОПТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ*

Синтезированы алгоритм максимального правдоподобия и оптимальный (байесовский) алгоритм обнаружения прямоугольного оптического импульса с неизвестными моментами появления и исчезновения. В результате статистического моделирования синтезированных алгоритмов определены потенциальные характеристики приёма.

Для многих практических приложений радиоэлектроники представляет интерес задача обнаружения сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения [1], в связи с чем актуальной является задача синтеза и анализа оптимальных алгоритмов обнаружения оптического сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения. Обычно [2—4] обработке доступен поток $\Xi(t)$ фотоэлектронов на выходе фотодетектора, используемого для приема оптического сигнала. Приемлемой математической моделью потока фотоэлектронов является пуассоновский поток [2, 3] со скачкообразной функцией интенсивности [4].

Рассмотрим задачу обнаружения оптического сигнала с прямоугольной формой интенсивности

$$s(t, \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} b, & \theta_1 \leq t \leq \theta_2, \\ 0, & t < \theta_1, t > \theta_2. \end{cases} \quad (1)$$

Сигнал с интенсивностью (1) наблюдается в течение интервала времени $[0, T]$ на фоне оптического шума с интенсивностью $a > 0$. Здесь моменты появления θ_1 и исчезновения θ_2 оптического сигнала принимают значения из априорных интервалов

$$\theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}], i = 1, 2; 0 < \theta_{1\min} < \theta_{1\max} < \theta_{2\min} < \theta_{2\max} < T \quad (2)$$

* Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

и предлагаются случайными величинами с совместной априорной плотностью вероятности $W_{PR}(\theta_1, \theta_2)$, b — интенсивность сигнала. Тогда интенсивность наблюдаемого пуассоновского потока фотоэлектронов $\Xi(t)$ запишется в виде

$$\lambda(t) = \gamma_0 s(t, \theta_{10}, \theta_{20}) + a, t \in [0, T], \quad (3)$$

где θ_{0i} , $i = 1, 2$ — истинные значения моментов появления и исчезновения.

Параметр γ_0 дискретный и может принимать два значения: $\gamma_0 = 1$ в случае наличия сигнала и $\gamma_0 = 0$ в случае его отсутствия. Априорные вероятности наличия и отсутствия сигнала считаются известными и равны соответственно $p_0 = P(\gamma = 0)$, $p_1 = P(\gamma = 1) = 1 - p_0$. По наблюдаемой реализации $\Xi(t)$ необходимо оптимальным образом решить, какое значение имеет параметр γ , т. е. определить, присутствует сигнал или нет.

Одним из наиболее часто используемых алгоритмов обнаружения сигналов с неизвестными параметрами является алгоритм максимального правдоподобия (МП) [5]. Для реализации МП-обнаружителя необходимо формировать функционал отношения правдоподобия (ФОР) или его логарифм. Логарифм ФОР, зависящий в данном случае от трех неизвестных параметров, запишется

$$\text{в виде [6]: } L(\theta_1, \theta_2, \gamma) = \ln(1 + \gamma b/a) \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\Xi(t) - \gamma b(\theta_2 - \theta_1). \text{ Оценка дискрет-$$

ного параметра γ в соответствии с алгоритмом МП [5] может быть найдена как $\hat{\gamma} = \arg \sup_{\gamma} \left\{ \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2, \gamma) \right\}$. Учитывая что $L(\theta_1, \theta_2, \gamma = 0) = 0$, получаем, что

алгоритм МП-обнаружения импульса (3) заключается в сравнении абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОР $L(\theta_1, \theta_2)$ с нулевым порогом

$$L = \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2) \underset{\hat{\gamma}=0}{\overset{\hat{\gamma}=1}{\geq}} 0, \quad (4)$$

где

$$L(\theta_1, \theta_2) = L(\theta_1, \theta_2, \gamma = 1). \quad (5)$$

Вместо алгоритма (4) можно использовать обобщенный алгоритм МП-обнаружения [5], основанный на сравнении абсолютного максимума логарифма ФОР с некоторым порогом h

$$L = \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2) \underset{\hat{\gamma}=0}{\overset{\hat{\gamma}=1}{\geq}} h. \quad (6)$$

Здесь порог h может выбираться исходя из различных критериев оптимальности. Согласно (4), (6) приемник должен формировать двумерное случайное поле (5) для всех возможных значений моментов появления и исчезновения. Это приводит к существенным трудностям при аппаратурной или программной реализации алгоритма МП-обнаружения оптического сигнала. Однако трудностей аппаратурной реализации алгоритма обнаружения можно частично избежать, если представить логарифм ФОП в виде суммы [7]

$$L(\theta_1, \theta_2) = L_1(\theta_1) + L_2(\theta_2) \quad (7)$$

двух случайных процессов. Первый из них зависит только от момента появления θ_1 , а второй только от момента исчезновения θ_2 .

$$L_1(\theta_1) = \ln(1 + b/a) \int_{\theta_1}^{t_0} d\Xi(t) - b(t_0 - \theta_1), \quad (8)$$

$$L_2(\theta_2) = \ln(1 + b/a) \int_{t_0}^{\theta_2} d\Xi(t) - b(\theta_2 - t_0), \quad (9)$$

где t_0 — фиксированный момент времени из интервала $(\theta_{1\max}, \theta_{2\min})$. Функции (8) и (9) статистически независимы, так как представляют собой реализации пуассоновских потоков на не перекрывающихся интервалах (θ_1, t_0) и (t_0, θ_2) . Тогда в (4) и (6) $L = L_1 + L_2$, $L_i = \sup L_i(\theta_i)$, $\theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}]$, $i = 1, 2$, где L_1 и L_2 — статистически независимые случайные величины.

Таким образом, величину абсолютного максимума логарифма ФОП можно получить путем раздельной максимизации функций (8) и (9), что существенно облегчает аппаратурную реализацию приемника МП. На рис. 1 приведена возможная структурная схема этого приемника, где обозначено: 1 и 2 — ключи, которые замкнуты на интервалах времени $t \in [\theta_{1\min}, t_0)$ и $t \in [t_0, \theta_{2\max}]$ соответственно, 3 — счетчики фотоэлектронов, 4 — линия задержки на время $\theta_{1\min} - t_0$, 5 — инвертор, 6 — генератор линейно возрастающего на интервале $[t_0, \theta_{2\max}]$ напряжения $U(t) = b(t - t_0) / \ln(1 + q)$, 7 — пиковые детекторы, 8 — пороговое устройство, выносящее решение о наличии сигнала в случае превышения порога $h / \ln(1 + q)$ и о его отсутствии в противном случае, $q = b/a$

— отношение сигнал/фон, $g = b(t_0 = \theta_{2\max}) / \ln(1 + q)$. Объединим в один блок 9, выделенный пунктиром, пиковые детекторы 7, сумматор и решающее устройство 8. Предполагается, что $t_0 - \theta_{\min} = \theta_{2\max} - t_0$, а на вход приемника подается последовательность $\Xi'(t)$ коротких импульсов, соответствующих моментам эмиссии электронов фотодетектором [4].

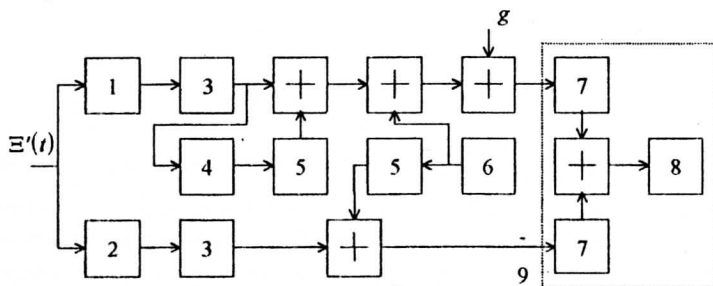


Рис. 1

Качество обнаружения будем характеризовать средней (полной) вероятностью ошибки [5]

$$P_e = p_0 \alpha + p_1 \beta, \quad (10)$$

где α — вероятность ошибки 1-го рода (ложной тревоги), $\beta = \int W_{PR}(\theta_1, \theta_2) \beta(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2$ — безусловная вероятность ошибки 2-го рода (пропуска сигнала), $\beta(\theta_{10}, \theta_{20})$ — условная вероятность пропуска сигнала с моментами появления и исчезновения θ_{10} и θ_{20} соответственно.

Вероятность ложной тревоги α и условная вероятность пропуска сигнала $\beta(\theta_{01}, \theta_{02})$ при использовании приемника МП определяются выражениями [5]:

$$\alpha = P[\sup L(\theta_1, \theta_2) > h | \gamma = 0] = 1 - P_0(h) \quad (11)$$

$$\beta(\theta_{01}, \theta_{02}) = P[\sup L(\theta_1, \theta_2) < h | \gamma = 1] = P_1(h), \quad (12)$$

$P_\gamma(h) = P[\sup L(\theta_1, \theta_2) < h | \gamma]$ — функции распределения абсолютного максимума случайного поля $L(\theta_1, \theta_2)$ (4) при отсутствии ($\gamma = 0$) и наличии ($\gamma = 1$) сигнала. Используя (7) и учитывая статистическую независимость функций (8) и (9) получаем, что

$$P_0(h) = P[L_1 + L_2 < h | \gamma = 0] = \int_{-\infty}^{\infty} F_{20}(h-u) dF_{10}(u), \quad (13)$$

$$P_1(h) = P[L_1 + L_2 < h | \gamma = 1] = \int_{-\infty}^{\infty} F_{21}(h-u) dF_{11}(u), \quad (14)$$

где

$$F_{i\gamma}(u) = P[L_1 < u | \gamma], \quad i = 1, 2, \gamma = 0, 1 \quad (15)$$

— функция распределения абсолютных максимумов процессов $L_1(\theta_i)$ (8), (9) при отсутствии ($\gamma = 0$) и наличии ($\gamma = 1$) сигнала. Таким образом, для расчета характеристик обнаружения (11), (12) необходимо найти функции (15). С этой целью воспользуемся результатами [4], где были получены асимптотические формулы для вероятности пропуска сигнала и ложной тревоги в случае обнаружения сигнала с неизвестной длительностью. Вводя обозначения

$$\tilde{\theta}_2 = \theta_2 - t_0, \quad \tilde{\theta}_{2\max} = \theta_{2\max} - t_0, \quad \tilde{\theta}_{2\min} = \theta_{2\min} - t_0, \quad \tilde{\theta}_{20} = \theta_{20} - t_0, \quad (16)$$

$$\tilde{\theta}_1 = t_0 - \theta_1, \quad \tilde{\theta}_{1\max} = t_0 - \theta_{1\min}, \quad \tilde{\theta}_{1\min} = t_0 - \theta_{1\max}, \quad \tilde{\theta}_{10} = t_0 - \theta_{10}$$

можно привести выражения (8) и (9) к виду, аналогичному логарифму ФОП для сигнала с неизвестной длительностью $\tilde{\theta}_i$ [4]:

$$L_i(\theta_i) = \tilde{L}_i(\tilde{\theta}_i) = \ln(1 + b/a) \int_0^{\tilde{\theta}_i} d\Xi(t) - b\tilde{\theta}_i, \quad \tilde{\theta}_i \in [\tilde{\theta}_{i\min}, \tilde{\theta}_{i\max}]. \quad (17)$$

Здесь $\tilde{\theta}_i$ — аналог неизвестной длительности τ в [4]. Сравнение (8), (9) и (17) с учетом (16) показывает, что эти выражения совпадают с точностью до обозначений, причем роль неизвестной длительности τ играют величины $\tilde{\theta}_1$ или $\tilde{\theta}_2$. После проведения замен (16) функции (15) совпадают с полученными в [4] вероятностями неперевышения логарифмов ФОП (17) порога при приеме сигнала с неизвестной длительностью. Используя результаты [4] можем записать приближенные выражения для распределений (15):

$$F_{20}(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}v_2^*} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(\xi - u_0 - v_2^* \sqrt{\mu_2} \Gamma)^2}{2v_2^*}\right] \times \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
& \times \left\{ \Phi \left(\Gamma \sqrt{\mu_2(1-v_2^*)} + \frac{\xi}{\sqrt{1-v_2^*}} \right) - \exp(-2\xi \sqrt{\mu_2} \Gamma) \Phi \left(\Gamma \sqrt{\mu_2(1-v_2^*)} - \frac{\xi}{\sqrt{1-v_2^*}} \right) \right\} d\xi, \\
F_{21}(u) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi} v_{20}} \int_0^\infty \exp \left\{ - \frac{[\xi \sqrt{1+q} + (q-\Gamma) v_{20} \sqrt{\mu_2}]^2 + u_0^2 - 2(q-\Gamma) u_0 v_{20} \sqrt{\mu_2}}{2 v_{20} (1+q)} \right\} \times \\
& \times \left\{ \exp \left(\frac{u_0 \xi}{v_{20} \sqrt{1+q}} \right) \Phi \left[\frac{u_0}{\sqrt{1+q}} \sqrt{\frac{v_{20}-v_2^*}{v_{20} v_2^*}} + \xi \sqrt{\frac{v_2^*}{v_{20}(v_{20}-v_2^*)}} \right] - \right. \\
& \left. - \exp \left(- \frac{u_0 \xi}{v_{20} \sqrt{1+q}} \right) \Phi \left[\frac{u_0}{\sqrt{1+q}} \sqrt{\frac{v_{20}-v_2^*}{v_{20} v_2^*}} - \xi \sqrt{\frac{v_2^*}{v_{20}(v_{20}-v_2^*)}} \right] \right\} \times \\
& \times \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu_2(1-v_{20})} + \xi \sqrt{\frac{1+q}{1-v_{20}}} \right] - \exp[-2 \Gamma \xi \sqrt{\mu_2(1+q)}] \times \\
& \times \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu_2(1-v_{20})} - \xi \sqrt{\frac{1+q}{1-v_{20}}} \right] \Big\} d\xi, \quad (19)
\end{aligned}$$

где

$$u_0 = u / \sqrt{\mu_2} \ln(1+q),$$

$$v_2^* = \tilde{\theta}_{2\min} / \tilde{\theta}_{2\max}, \quad v_{20} = \tilde{\theta}_{20} / \tilde{\theta}_{2\max}, \quad \Gamma = q / \ln(1+q) - 1,$$

$$\mu_2 = a (\theta_{2\max} - \theta_{2\min}).$$

Формулы (18), (19) являются асимптотически точными с увеличением μ_2 [4].

Выражения для $F_{10}(u)$ и $F_{11}(u)$ имеют аналогичный вид, и их можно найти, заменяя в (18), (19) μ_2 на

$$\mu_1 = a (\theta_{1\max} - \theta_{1\min}),$$

а v_2^*, v_{20} на

$$v_1^* = \tilde{\theta}_{1\min} / \tilde{\theta}_{1\max}, \quad v_{10} = \tilde{\theta}_{10} / \tilde{\theta}_{1\max}$$

соответственно. Полученные таким образом функции $F_{10}(u)$ и $F_{11}(u)$ будут асимптотически точными с ростом μ_1 .

Подставляя найденные функции $F_{ij}(u)$ (15), (18), (19) в (13), (14), а (13), (14) в (11), (12), получаем выражения для вероятности ложной тревоги и условной вероятности пропуска сигнала в виде

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 1 - \frac{k^{3/2}}{\sqrt{2\pi}} \iint_{00}^{\infty\infty} \exp \left[-k \frac{(\xi_1 + \xi_2 - h^* - \sqrt{\mu} \Gamma k^{-1})^2}{2} \right] \left(\xi_1 + \xi_2 - h^* - \frac{\sqrt{\mu} \Gamma}{k} \right) \times \\
 &\quad \times \left\{ \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} \eta_2 + \frac{\xi_1}{\sqrt{\eta_2}} \right] - \exp(-2 \xi_1 \sqrt{\mu} \Gamma) \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} \eta_2 - \frac{\xi_1}{\sqrt{\eta_2}} \right] \right\} \times \\
 &\quad \times \left\{ \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} \eta_1 + \frac{\xi_2}{\sqrt{\eta_1}} \right] - \exp(-2 \xi_2 \sqrt{\mu} \Gamma) \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} \eta_1 - \frac{\xi_2}{\sqrt{\eta_1}} \right] \right\} d\xi_1 d\xi_2, \quad (20) \\
 \beta(\theta_{10}, \theta_{20}) &= \frac{k^{3/2}}{(2\pi)^{3/2} (1+q)^{3/2} \sqrt{n_2 m_1}} \iiint_{000}^{\infty\infty\infty} \left(\xi_1 + \xi_3 - h^* - \frac{\sqrt{\mu} (\Gamma - q)}{k} \right) \times \\
 &\quad \times \exp \left[-k \frac{(\xi_1 + \xi_3 - h^* - \sqrt{\mu} (\Gamma - q) k^{-1})^2}{2(1+q)} \right] \times \\
 &\quad \times \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{q}{\ln(1+q)(1+q)} - 1 \right)^2 (1+q)(n_2 + m_1) \mu \right] \times \\
 &\quad \times \exp \left[\sqrt{\mu} \left(\frac{q}{\ln(1+q)(1+q)} - 1 \right) (\xi_2 - \xi_1 + \xi_4 - \xi_3) \right] \times \\
 &\quad \times \left\{ \exp \left[-\frac{(\xi_2 - \xi_1)^2}{2(1+q)n_2} \right] - \exp \left[-\frac{(\xi_2 + \xi_1)^2}{2(1+q)n_2} \right] \right\} \times \\
 &\quad \times \left\{ \exp \left[-\frac{(\xi_4 - \xi_3)^2}{2(1+q)m_1} \right] - \exp \left[-\frac{(\xi_4 + \xi_3)^2}{2(1+q)m_1} \right] \right\} \times \\
 &\quad \times \left\{ \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} m_2 + \frac{\xi_2}{\sqrt{\mu_2}} \right] - \exp(-2 \Gamma \sqrt{\mu} \xi_2) \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} m_2 - \frac{\xi_2}{\sqrt{\mu_2}} \right] \right\} \times \\
 &\quad \times \left\{ \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} n_1 + \frac{\xi_4}{\sqrt{n_1}} \right] - \exp(-2 \Gamma \sqrt{\mu} \xi_4) \Phi \left[\Gamma \sqrt{\mu} n_1 - \frac{\xi_4}{\sqrt{n_1}} \right] \right\} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4, \quad (21)
 \end{aligned}$$

где $h^* = h / \sqrt{\mu} \ln(1+q)$ — нормированный порог, $\mu = qT_{\max}$, $k = T_{\max} / T_{\min}$,
 $m_1 = (\theta_{\max} - \theta_{10}) / T_{\max}$, $n_1 = (\theta_{10} - \theta_{\min}) / T_{\max}$, $m_2 = (\theta_{2\max} - \theta_{20}) / T_{\max}$, $n_2 =$
 $= (\theta_{20} - \theta_{2\min}) / T_{\max}$, $\eta_1 = (\theta_{\max} - \theta_{\min}) / T_{\max}$, $\eta_2 = (\theta_{2\max} - \theta_{2\min}) / T_{\max}$,
 $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ и $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$ — максимальные и минимальные
 значения возможной длительности сигнала.

Формулы (20), (21) позволяют найти асимптотически точные (с увеличением среднего числа μ фоновых отсчетов обрабатываемого процесса на интервале, равном максимальной длительности сигнала) выражения для вероятностей ошибок при обнаружении оптического сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения. Как и следовало ожидать, характеристики обнаружения не зависят от выбора момента t_0 в (8), (9). Подставляя (20), (21) в (10) можем рассчитать асимптотически (с ростом μ) точные значения средней вероятности ошибки.

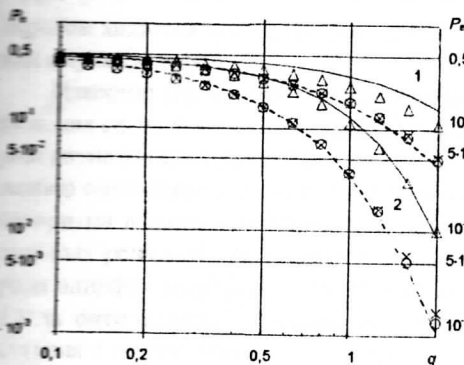


Рис. 2

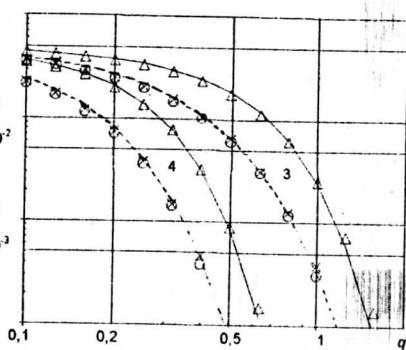


Рис. 3

Рассмотрим характеристики МП-обнаружителя оптического сигнала с интенсивностью (1). На рис. 2, 3 представлены зависимости средней вероятности ошибки P_e (10) от отношения сигнал/фон q при $k=4$, $p_0 = p_1 = 1/2$ и равномерной априорной плотности вероятности моментов появления и исчезновения

$$W_{PR}(\theta_1, \theta_2) = \begin{cases} 1 / (\theta_{1\max} - \theta_{1\min}) (\theta_{2\max} - \theta_{2\min}), & \theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}] \\ 0 & \theta_i \notin [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}], i=1,2. \end{cases} \quad (22)$$

Сплошные кривые на рис. 2, 3 соответствуют порогу обнаружения $h = 0$, т. е. МП-алгоритму (4). В качестве критерия оптимальности обнаружения можно использовать [5] критерий минимума средней вероятности ошибки (10)

и находить порог h , используя этот критерий. Очевидно, полученный таким образом порог $h_{\text{opt}} = \arg \inf P_e(h)$ будет зависеть от p_0 и вида априорной плотности вероятности $W_{PR}(\theta_1, \theta_2)$. Назовем этот порог оптимальным, а соответствующий алгоритм обнаружения — МП-обнаружителем с оптимизированным порогом. Зависимости $P_{\text{emin}}(q) = \inf P_e(h)$, показанные на рис. 2, 3 штриховыми линиями, соответствуют оптимальному порогу обнаружения h_{opt} . В связи со сложностью формул (10), (20), (21) для определения h_{opt} необходимо использовать численные методы. Зависимости $P_e(q)$ на рис. 2, 3 рассчитаны для нескольких значений μ : кривые 1 — для $\mu = 10$, 2 — 40, 3 — 100, 4 — 500. Анализ кривых рис. 2, 3 свидетельствует о целесообразности использования МП-обнаружителя с оптимизированным порогом, однако при этом должны быть известны априорные вероятности p_0, p_1 и плотность вероятности $W_{PR}(\theta_1, \theta_2)$. Некоторым недостатком МП-обнаружителя с оптимизированным порогом является необходимость расчета порога на основе довольно громоздких выражений (10), (20) и (21).

Известно [5], что при байесовском подходе оптимальным правилом обнаружения сигнала является правило, обеспечивающее минимум риска. Рассмотрим возможность применения классического байесовского подхода к обнаружению оптического сигнала с интенсивностью (1). Для синтеза байесовского алгоритма импользуем простую функцию потерь, у которой стоимости правильных решений принимаются нулевыми, а стоимости ошибок 1-го и 2-го рода одинаковыми, что соответствует критерию идеального наблюдателя [5]. Тогда оптимальный байесовский алгоритм (БА) обнаружения оптического сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения заключается в формировании величины

$$I = \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{1\max}} \int_{\theta_{2\min}}^{\theta_{2\max}} \exp [L(\theta_1, \theta_2)] W_{PR}(\theta_1, \theta_2) d\theta_1 d\theta_2 \quad (23)$$

и сравнении ее с порогом p_0/p_1 . Воспользуемся представлением логарифма ФОП $L(\theta_1, \theta_2)$ (4) в виде суммы (7) случайных процессов (8) и (9), и, полагая, что $W_{PR}(\theta_1, \theta_2) = W_1(\theta_1) W_2(\theta_2)$ перепишем выражение (23) в виде

$$I = I_1 I_2, I_i = \int_{\theta_{i\min}}^{\theta_{i\max}} \exp [L_i(\theta_i)] W_i(\theta_i) d\theta_i, i = 1, 2. \quad (24)$$

Следовательно, БА принимает решение о наличии сигнала, если

$$I_1 I_2 > p_0 / p_1. \quad (25)$$

Структурную схему такого обнаружителя можно представить в виде, показанном на рис. 1, где блок 9 необходимо заменить на более сложный, показанный на рис. 4. Этот блок содержит усилители 10 с коэффициентом усиления $\ln(1+q)$, нелинейные преобразователи 11 с экспоненциальной характеристикой, интеграторы 12 и 13 на интервалах времени $[t_0, t_0 + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ и $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$ соответственно, а также пороговое устройство 8, в котором величина (24) сравнивается с порогом p_0/p_1 . Из рис. 1 и 4 следует, что структурная схема БА обнаружения является одноканальной по каждому неизвестному параметру θ_1 и θ_2 обнаруживаемого сигнала, однако она несколько сложнее с

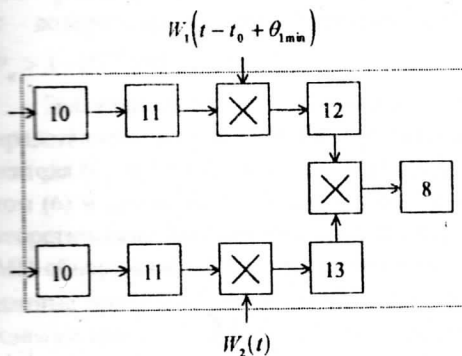


Рис. 4

точки зрения программной или аппаратной реализации, чем структурная схема МП-обнаружителя.

Теоретический анализ БА обнаружения выполнить не удастся. Кроме того, найденные выражения (10), (20) и (21) для вероятностей ошибок МП-обнаружителя являются лишь асимптотически точными с увеличением параметра μ . При конечных значениях μ определить погрешность найденных формул аналитическими методами пока не представляется возможным. В связи с

этим исследование работоспособности БА и МП-алгоритма обнаружения, а также определение границ применимости асимптотических выражений для характеристик МП-обнаружителя были выполнены методами статистического моделирования на ЭВМ.

В процессе моделирования реализации пуассоновского потока $\Xi(t)$ с интенсивностью (3) при $\gamma_0 = 0$ или $\gamma_0 = 1$ формировались в виде ступенчатой функции с единичными скачками. Согласно [8] последовательность интервалов между скачками потока можно получить с помощью датчика квазислучайных чисел [9] методом обратных функций из последовательности независимых, равномерно распределенных на интервале $(0, 1)$ квазислучайных чисел. Для формирования реализации неоднородного пуассоновского потока (при $\gamma_0 = 1$) использовался метод изменения масштаба времени [8]. По сформированной таким образом реализации $\Xi(t)$ в каждой точке ее скачкообразного

изменения вычислялись реализации статистик $L_i(\theta_i)$ (8), (9) для всех значений $\theta_i \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]$, $i = 1, 2$, затем величины L_i и I_i (24), которые использовались для принятия решения о наличии или отсутствии сигнала согласно (4), (6), (25). В качестве оценок вероятностей пропуска сигнала и ложной тревоги использовались относительные частоты появления соответствующих событий. Для получения безусловной средней вероятности ошибки (10) при $p_0 = p_1 = 1/2$ истинные значения моментов появления и исчезновения сигнала для каждой модулируемой реализации $\Xi(t)$ выбирались случайным образом на интервалах (2) с априорной плотностью вероятности (22). Объем экспериментальной выборки был не менее $5 \cdot 10^4$ реализаций для каждого экспериментального значения P_e . В результате относительная погрешность экспериментальных данных с доверительной вероятностью 0,9 не превышает 15...25% при $P_e > 3 \cdot 10^{-3}$ [10].

Экспериментальные значения безусловной средней вероятности ошибки представлены на рис. 2, 3. Они обозначены треугольниками для МП-обнаружителя (4); крестиками — для МП-обнаружителя с оптимизированным порогом (6) и кружочками — для БА-обнаружения (25). Как следует из рис. 2, 3, теоретические зависимости средней вероятности ошибки (10), (20), (21) для МП-обнаружителей удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные при $\mu \geq 40...50$. Сопоставление экспериментальных значений с штриховыми кривыми на рис. 2, 3 свидетельствует о практически полном совпадении характеристик БА-обнаружения и МП-обнаружителя с оптимизированным порогом. Это позволяет рекомендовать формулы (10), (20), (21) для расчета средней вероятности ошибки при использовании БА-обнаружения: $P_{e\text{б}} \approx \inf P_e(h)$. Следовательно, при одинаковом объеме априорной информации и равномерном априорном распределении неизвестных моментов появления и исчезновения сигнала характеристики БА-обнаружения и МП-обнаружителя с оптимизированным порогом практически совпадают. Поэтому, вместо относительно сложного БА-обнаружения можно применять более простой МП-обнаружитель с оптимизированным порогом.

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между рассмотренными алгоритмами обнаружения в зависимости от имеющейся априорной информации и требований, предъявляемых к эффективности обнаружения и степени простоты аппаратной или программной реализации алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ретин В. Г. Обнаружение сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации.—1991.— Т. 27.— № 1.— С. 61—72.
2. Гальярди Р. М., Карп Ш. Оптическая связь.— М. : Связь, 1978.— 424 с.
3. Курикина А. А. Квантовая оптика и оптическая локация.— М. : Сов. радио, 1973.— 184 с.
4. Гатун С. А., Трифонов А. П. Обнаружение и оценка момента изменения интенсивности пуассоновского потока // Автоматика и телемеханика, 1982.— № 6.— С. 95—105.
5. Трифонов А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута.— М. : Радио и связь, 1984.— С. 12—89.
6. Большаков И. А., Ракошиц В. С. Прикладная теория случайных потоков.— М. : Сов. радио, 1978.— 248 с.
7. Трифонов А. П., Бутейко В. К. Совместная оценка двух параметров разрывного сигнала на фоне белого шума // Радиотехника и электроника.— 1989.— Т. 34.— № 11.— С. 2323—2329.
8. Бусленко Н. П. Метод статистического моделирования.— М. : Статистика, 1970.— 112 с.
9. Форсайт Дж., Малькольм М., Моулер К. Машинные методы математических вычислений.— М. : Мир, 1980.— 280 с.
10. Вентцель Е. С., Овчаров Л. А. Теория вероятностей и ее инженерные приложения.— М. : Наука, 1988.— 480 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 14.01.2000.

УДК 621.396.677

ЛПЕШИНЬ У. Р., ГОЛОВИНА Л. В., КУПРИЙ В. П.

АДАПТАЦИЯ И СВЕРХРАЗРЕШЕНИЕ В АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ, РАБОТАЮЩИХ В СРЕДЕ С ФЛЮКТУИРУЮЩИМИ ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ

Предложен алгоритм адаптации к флуктуациям фазовых распределений сигналов, вызванным изменением параметров среды распространения радиоволн. Показаны возможность сочетания предложенного алгоритма с процедурами сверхразрешения и повышения этим эффективности сверхразрешения при работе в среде с флуктуирующими параметрами.

Точность решения задач сверхразрешения собственноструктурными алгоритмами типа MUSIC, ESPRIT и их модификациями существенно зависит от соответствия моделей амплитудно-фазового распределения (АФР) сигнала