ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 44

3-4

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

2001

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Попов Д. И., Афанасьев А. Г.* Синтез алгоритмов адаптивного режектирования пассивных помех // Радиоэлектроника.— 1996.— Т. 39.— №6.— С. 46—52. (Изв. высш. учеб. заведений).

2. *Попов Д. И., Калинов С. А.* Синтез режекторных фильтров с действительными весовыми коэффициентами // Радиоэлектроника.— 1999.— Т. 42.— №9.— С. 76—80. (Изв. высш. учеб. заведений).

3. *Попов Д. И., Калинов С. А.* Оптимизация режекторных фильтров при вобуляции периода повторения // Радиоэлектроника.— 2000.— Т. 43.— №9.— С. 28—37. (Изв. высш. учеб. заведений).

4. *Попов Д. И., Афанасьев А. Г.* Анализ эффективности адаптивных режекторных фильтров // Радиоэлектроника.— 1998.— Т. 41.— №5.— С.53—58. (Изв. высш. учеб. заведений).

5. *Попов Д. И., Калинов С. А.* Анализ режекторных фильтров при вобуляции периода повторения // Радиоэлектроника.— 2000.— Т. 43.— №4.— С. 46—51. (Изв. высш. учеб. заведений).

Рязанская государственная
радиотехническая академия.

Поступила в редакцию 23.12.1999.

УДК 621.396

ТРИФОНОВ А. П., БЕСПАЛОВА М. Б.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛИ С НЕИЗВЕСТНОЙ ДАЛЬНОСТЬЮ*

Найдены характеристики обнаружения цели по методу максимального правдоподобия. Определены потери в эффективности обнаружения вследствие флуктуаций цели.

В последние годы новым направлением в теории и технике радиоэлектронных систем является использование в качестве зондирующих сигналов радио- и видеоимпульсов наносекундной и пикосекундной длительности [1—3]. В [4] исследована задача обнаружения стабильной цели с неизвестной дальностью. Однако многие реальные цели являются флуктуирующими [5], а высокая разрешающая способность сверхширокополосных сигналов (СШПС) оказывает существенное влияние на процесс обнаружения. Рассмотрим здесь обнаружение флуктуирующей цели с неизвестной дальностью при зондировании последовательностью СШПС. Положим, что обнаруживаемая цель находится на расстоянии

* Приведенные результаты получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований.

$$R_0 \in [R_{\min}, R_{\max}] \qquad (1)$$

и вначале будем считать цель медленно флуктуирующей [5]. Тогда рассеянный целью сигнал

$$s_N(t, R_0, a_0) = a_0 \sum_{k=0}^{N-1} s\,(t - k\,\theta - 2\,R_0 / c), \qquad (2)$$

где a_0 — неизвестная амплитуда принимаемого сигнала, θ — период следования СШПС, а c — скорость распространения сигнала. Функция $s\,(t)$ описывает форму одного рассеянного СШПС с единичной амплитудой.

Пусть рассеянный целью сигнал (2) наблюдается на фоне гауссовского белого шума $n\,(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 и интервал наблюдения $[0,\ T]$ больше длительности всей последовательности, т. е. $T > N\,\theta$. Скважность последовательности (2) полагаем не слишком малой, так что отдельные СШПС не перекрываются. Тогда логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) для (2) определяется выражением [3]

$$L\,(R, a) = a \sum_{k=0}^{N-1} L_k\,(R) - a^2\, N\, \tilde{z}^2 / 2, \qquad (3)$$

где

$$L_k\,(R) = 2 \int_0^T x\,(t)\, s\,(t - l\,\theta - 2\,R / c)\, \mathrm{d}\,t / N_0,$$

$x\,(t) = s\,(t, R_0, a_0) + n\,(t)$ — реализация наблюдаемых данных при наличии цели, $x\,(t) = n\,(t)$ — при отсутствии цели, а $\tilde{z}^2 = 2 \int_0^T s^2\,(t)\, \mathrm{d}\,t / N_0$ — отношение сигнал/шум (ОСШ) для одного СШПС последовательности с единичной амплитудой.

Для того, чтобы исключить влияние неизвестных амплитуды и дальности, заменим их значения на оценки максимального правдоподобия [6]. Максимизируя с этой целью (3) по a и R, имеем

$$L_m = \sup L\,(R, a) = \sup L\,(R), \ \ R \in [R_{\min}, R_{\max}], \qquad (4)$$

$$L\,(R) = \sup_a L\,(R, a) = \left[\sum_{k=0}^{N-1} L_k\,(R)\right]^2 / 2\, N\, \tilde{z}^2. \qquad (5)$$

Решение о наличии цели принимается, если

$$L_m > h \tag{6}$$

и решение об ее отсутствии, если $L_m < h$. Порог h выбирается в зависимости от используемого критерия оптимальности обнаружения [6].

Подставляя в (5) реализацию наблюдаемых данных при отсутствии цели, получаем

$$L\,(R) = N^2\,(R)\,/\,2, \tag{7}$$

где

$$N\,(R) = \sum_{k=0}^{N-1} N_k\,(R)\,/\,\sqrt{N}, \tag{8}$$

а

$$N_k\,(R) = 2\int_0^T n\,(t)\,s\,(t - k\,\theta - 2\,R\,/\,c)\,\mathrm{d}\,t\,/\,N_0\,\tilde{z} \tag{9}$$

— реализации независимых стационарных гауссовских процессов, первые два момента которых $< N_k\,(R) > = 0$, $< N_k\,(R_1)\,N_i\,(R_2) > = 0$, $k \neq i$,

$$< N_k\,(R_1)\,N_k\,(R_2) > = S\,(R_1, R_2) =$$

$$= 2\int_0^T s\,(t - 2\,R_1\,/\,c)\,s\,(t - 2\,R_2\,/\,c)\,\mathrm{d}\,t\,/\,N_0\,\tilde{z}^2. \tag{10}$$

Формула (10) получена в предположении, что априорный интервал возможных значений дальности (1) не превосходит интервала однозначного измерения дальности [4] так, что $R_{\max} - R_{\min} < c\,\theta\,/\,2$. Согласно определению [6], вероятность ошибки 1-го рода (ложной тревоги) имеет вид

$$\alpha = P\,[\sup L\,(R) > h\,] = 1 - P_N\,(h),\ \ R \in [R_{\min}, R_{\max}\,],$$

где $P_N\,(H) = P\,[\sup N^2\,(R)\,/\,2 < H\,]$ — функция распределения наибольшего максимума стационарного случайного процесса (7).

Используя аппроксимацию функции $P_N\,(H)$, найденную в [5], получаем приближенное выражение для вероятности ложной тревоги при обнаружении медленно флуктуирующей цели

$$\alpha \cong \begin{cases} 1 - \exp\left[-\zeta \exp(-h)/\pi\right], & h \geq 0, \\ 1 & , h < 0. \end{cases} \tag{11}$$

Точность этой аппроксимации улучшается с ростом ζ и h, где $\zeta = 2\,(R_{max} - R_{min})\, d / c$ — приведенная длина [6] априорного интервала возможных значений дальности (1), а $d^2 = \int\limits_{-\infty}^{\infty} [d\, s\,(t)\, \mathrm{d}\, t\,]^2 / \int\limits_{-\infty}^{\infty} s^2\,(t)\, \mathrm{d}\, t$.

Для расчета вероятности ошибки 2-го рода (пропуска цели) подставим в (5) реализацию наблюдаемых данных при наличии цели и преобразуем к виду

$$L\,(R) = [z\, S\,(R_0, R) + N\,(R)\,]^2 / 2. \tag{12}$$

Здесь $N\,(R)$ определяется из (8), $S\,(R_0, R)$ — из (10), а $z^2 = a_0^2\, N\, \tilde{z}^2$ — суммарное ОСШ для всей принимаемой последовательности (2). Обозначим $\Delta\, R$ — длительность функции $S\,(R_0, R)$, так что $S\,(R_0, R_0 \pm \Delta\, R) \cong 0$.

Тогда в (12) сигнальная функция отлична от нуля лишь при $R \in R_s = [R_0 - \Delta\, R, R_0 + \Delta\, R\,]$. Соответственно, при $R \in R_N = \{[R_{min}, R_0 - \Delta\, R\,]; [R_0 + \Delta\, R, R_{max}\,]\}$, функция $S\,(R_0, R) \cong 0$ и (12) совпадает с (7).

Согласно определению [6], вероятность пропуска цели

$$\beta = P\,[\,\sup L\,(R) <, h\,], R \in [R_{min}, R_{max}\,]. \tag{13}$$

Пусть $H_s = \sup L\,(R)$, $R \in R_s$ и $H_N = \sup L\,(R)$, $R \in R_N$. Положим далее, что априорный интервал возможных значений дальности (1) достаточно велик, так что

$$R_{max} - R_{min} >> \Delta\, R. \tag{14}$$

Тогда случайные величины H_s и H_N приближенно статистически независимы и (13) можно переписать как

$$\beta \cong P\,(H_N < h)\, P\,(H_s < h). \tag{15}$$

Используя аппроксимацию функций $P\,(H_N < h)$ и $P\,(H_s < h)$, найденные в [5] для вероятности пропуска цели (13), (15), получаем приближенное выражение

$$\beta \cong \frac{1}{\sqrt{\pi}}\, \exp\left[-\zeta \exp(-h)/\pi\,\right] \int\limits_0^h \frac{1}{\sqrt{x}}\, \exp\left(-x - \frac{z^2}{2}\right) \mathrm{ch}\,(z\,\sqrt{2\,x})\, \mathrm{d}\, x \tag{16}$$

при $h \geq 0$ и $\beta = 0$ при $h < 0$. Точность приближенного выражения (16) улучшается с ростом z, h и ζ.

Найдем характеристики обнаружения быстро флуктуирующей цели. Рассеянный быстро флуктуирующей целью сигнал имеет вид [5]

$$s_N(t, R_0, a_{0k}) = \sum_{k=0}^{N-1} a_{0k}\, s\,(t - k\,\theta - 2\,R_0 / c). \tag{17}$$

Аналогично (3), логарифм ФОП для последовательности (17) определяется выражением [3]

$$L\,(R, a_k) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k\,[L_k\,(R) - a_k\,\tilde{z}^2 / 2\,]. \tag{18}$$

Здесь $x\,(t) = s_N\,(t, R_0, a_{0k}) + n\,(t)$ — реализация наблюдаемых данных при наличии цели и $x\,(t) = n\,(t)$ — при ее отсутствии. Для того, чтобы исключить влияние неизвестных амплитуд и дальности, заменим их значения на оценки максимального правдоподобия [6]. Максимизируя с этой целью (18) по всем a_k, $k = \overline{0, N-1}$ и R, имеем

$$L_{am} = \sup L\,(r, a_k) = \sup L_a\,(R), R \in [R_{\min}, R_{\max}\,], \tag{19}$$

$$L_a\,(R) = \sup_{a_k} L\,(R, a_k) = \sum_{k=0}^{N-1} L_k^2\,(r) / 2\,\tilde{z}^2. \tag{20}$$

В результате, решение о наличии цели принимается согласно (6), где (4) надо заменить на (19).

Подставляя в (20) реализацию наблюдаемых данных при отсутствии цели, получаем

$$L_a\,(R) = \sum_{k=0}^{N-1} N_k^2\,(R) / 2. \tag{21}$$

Согласно (10) функции (9) являются реализациями независимых стационарных гауссовских процессов. Следовательно (21) также является реализацией стационарного случайного процесса. Согласно определению [6], вероятность ложной тревоги имеет вид

$$\alpha_a = P\,[\sup L_a\,(R) > h\,] = 1 - P_{aN}\,(h), R \in [R_{\min}, R_{\max}\,],$$

где $P_{aN}\,(H) = P\,[\sup \sum_{k=0}^{N-1} N_k^2\,(R) / 2 < H\,]$ — функция распределения наибольшего максимума стационарного случайного процесса (21).

Используя аппроксимацию функции $P_{aN}(H)$, найденную в [5], получаем приближенное выражение для вероятности ложной тревоги при обнаружении быстро флуктуирующей цели

$$\alpha_a \cong \begin{cases} 1-\exp\left[-\dfrac{\zeta\, h^{(N-1)/2}\exp(-h)}{\Gamma(N/2)\sqrt{\pi}}\right], & h \geq N-1, \\ 0, & n < N-1, \end{cases} \qquad (22)$$

где $\Gamma(\cdot)$ — гамма-функция. Точность этой аппроксимации улучшается с ростом ζ и h.

Для расчета вероятности ошибки пропуска цели подставим в (20) реализацию наблюдаемых данных при наличии быстро флуктуирующей цели и преобразуем к виду

$$L_a(R) = \sum_{k=0}^{N-1} [z_k S(R_0, R) + N_k(R)]^2 / 2, \qquad (23)$$

где $z_k^2 = a_{0k}^2 \tilde{z}^2$ — ОСШ для k-го СШПС последовательности (17), а остальные обозначения соответствуют (9), (10).

Согласно (23), когда выполняется (14), выражение, определяющее вероятность β_a пропуска быстро флуктуирующей цели, запишется аналогично (15). При достаточно большом суммарном ОСШ $z_\Sigma^2 = \sum_{k=0}^{N-1} z_k^2$, используя результаты [5] для вероятности пропуска быстро флуктуирующей цели, получаем приближенное выражение

$$\beta_a \cong \exp\left[-\frac{\zeta\, h^{(N-1)/2}\exp(-h)}{\Gamma(N/2)\sqrt{\pi}}\right] \int_0^h \left(\frac{2x}{z_\Sigma^2}\right)^{\frac{N}{4}-\frac{1}{2}} \exp\left(-x-\frac{z_\Sigma^2}{2}\right) \times$$
$$\times I_{N/2-1}(z_\Sigma \sqrt{2x})\, \mathrm{d}x \qquad (24)$$

при $h > N-1$ и $\beta_a \cong 0$ при $h < N-1$ (здесь $I_\nu(\cdot)$ — функция Бесселя мнимого аргумента порядка ν), точность которого улучшается с ростом z_Σ, h и ζ.

Сопоставляя (11), (16) и (22), (24), можно оценить проигрыш в эффективности обнаружения цели вследствие быстрых флуктуаций. Однако сделать это при произвольных h и z удается только численными методами. Поэтому ограничимся практически интересным случаем, когда вероятность ложной тревоги мала ($\alpha \leq 0{,}1$), а ОСШ достаточно велико. Полагая в (11), (16), (22), (24)

$h >> 1$ и $z_\Sigma >> 1$, получаем упрощенные выражения для вероятности ложной тревоги и пропуска цели

$$\alpha \cong \zeta \exp(-h) / \pi, \ \alpha_a \cong \frac{\zeta h^{(N-1)/2} \exp(-h)}{\Gamma(N/2)\sqrt{\pi}}, \tag{25}$$

и $\beta \cong \beta_a \cong \Phi(\sqrt{2\pi} - z_\Sigma)$, где $\Phi(x)$ — интеграл вероятности [3].

Отсюда следует, что вероятность пропуска цели асимптотически инвариантна к наличию быстрых флуктуаций цели. Сопоставим вероятность ложной тревоги (25). Отношение

$$\frac{\alpha_a}{\alpha} \cong \frac{h^{(N-1)/2}\sqrt{\pi}}{\Gamma(N/2)} = \frac{\sqrt{\pi}}{\Gamma(N/2)} [\ln(\zeta / \pi \alpha)]^{(N-1)/2} \tag{26}$$

при $\beta = \beta_a$ и $\alpha \to 0$. Следовательно, относительные потери в эффективности обнаружения возрастают с увеличением приведенного объема ζ априорного интервала возможных значений дальности (1) и с уменьшением требуемого уровня ложных тревог. Поскольку применение СШПС обеспечивает высокое разрешение по дальности [1, 2], то проигрыш в эффективности обнаружения цели вследствие ее быстрых флуктуаций может быть значительным. Тем не менее проигрыш (26) может быть снижен посредством уменьшения N СШПС зондирующей последовательности. В частности, при использовании вырожденной зондирующей последовательности, состоящей из одного СШПС ($N - 1$) проигрыш в эффективности обнаружения вследствие быстрых флуктуаций цели отсутствует.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Астанин Д. Ю., Костылев А. А.* Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений.— М. : Радио исвязь, 1989.— 192 с.

2. *Хармут Х. Ф.* Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи.— М. : Радио и связь, 1985.— 376 с.

3. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.— 296 с.

4. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Эффективность сверхширокополосного обнаружения и измерения дальности и скорости цели // Радиотехника и электроника.— 1997.— Т. 42.— № 4.— С. 451—456.

5. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Эффективность сверхширокополосной оценки дальности флуктуирующей цели // Радиоэлектроника.— 2000.— № 9.— С. 3—12. (Изв. высш. учеб. заведений).

6. *Трифонов А. П.* Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов.— М. : Радио исвязь, 1984.— С. 12—89.

Воронежский госуниверситет. Поступила в редакцию после переработки 08.02.2000.