

212

p-5-5/
2001/6

68

212

ISSN 0002-3388

Номер 6

Ноябрь - Декабрь 2001



ИЗВЕСТИЯ АКАДЕМИИ НАУК

ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

Главный редактор
Е.А. Федосов

<http://www.maik.ru>



“НАУКА”

МАИК “НАУКА/ИНТЕРПЕРИОДИКА”

419

ОБРАБОТКА ИНФОРМАЦИИ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ

УДК 681.514:519.246

ОБНАРУЖЕНИЕ СКАЧКООБРАЗНОГО СЛУЧАЙНОГО ВОЗМУЩЕНИЯ*

© 2001 г. А. В. Захаров, Е. В. Проняев, А. П. Трифонов

Воронеж, Воронежский государственный ун-т

Поступила в редакцию 13.11.00 г., после доработки 14.05.01 г.

Рассматривается максимально-правдоподобный алгоритм обнаружения гауссовского случайного возмущения с неизвестным моментом появления (длительностью) и шириной полосы частот. Работоспособность алгоритма и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик обнаружения устанавливаются с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Введение. Актуальной проблемой при решении задач автоматического контроля и управления является обнаружение скачкообразных возмущений параметров состояния диагностируемых процессов или систем. На практике диагностируемые объекты часто имеют стохастическую природу либо подвержены внешним случайным воздействиям. Скачкообразное возмущение таких объектов представляет собой случайный процесс, возникающий в некоторый априори неизвестный момент времени. В общем случае стохастические объекты со скачкообразными возмущениями можно интерпретировать как стохастические системы со случайной структурой [1].

Случайные скачкообразные возмущения имеют различную физическую природу и могут рассматриваться как информативные процессы, подлежащие обнаружению, либо как помехи в канале управления. В последнем случае обнаружение возмущения оказывается полезным для своевременного его подавления. В ряде практических приложений возмущение параметров объекта – результат большого числа элементарных случайных воздействий. Тогда случайный процесс, характеризующий возмущение, является гауссовским. Примеры таких возмущений – “взрывной” шум в приборах с p - n -переходом [2], “вспышка” оптического шума [3], радиолокационный сигнал, отраженный объектом с множеством “блестящих” точек [4, 5], сигналы в гидроакустике [5, 6], в каналах со случайными замираниями [7], в системах медицинской и технической диагностики, при управлении технологическими процессами и в других системах управления, связанных с анализом случайных процессов со скачкообразными возмущениями [8].

Функционирование автоматизированных систем в реальных условиях сопровождается помехами в канале наблюдения, имеющими случайный характер. Это могут быть пассивные помехи, порожденные окружающей средой, аппаратные шумы приемников, помехи из-за паразитных отражений в канале передачи информации и др. Наиболее распространенной моделью флуктуационной помехи в каналах наблюдения является аддитивный гауссовский белый шум [7, 9, 10] и др.

1. Постановка задачи. Рассмотрим задачу обнаружения случайного гауссовского импульсного возмущения

$$s(t) = g(t - \lambda_0)\xi(t), \quad (1.1)$$

наблюдаемого в течение времени $t \in [0; T]$ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Здесь $g(t) = 0$ при $t < 0$, $g(t) = 1$ при $t \geq 0$ – функция единичного скачка (функция Хевисайда), λ_0 – априори неизвестный момент появления возмущения, принимающий значения из интервала $[\Lambda_1; \Lambda_2]$, причем $0 < \Lambda_1 \leq \Lambda_2 < T$, а $\xi(t)$ – реализация стационарного гауссовского случайного процесса с математическим ожиданием a_0 и спектральной плотностью $G(\omega)$, характеризующая флуктуации случайного возмущения. В результате выходной сигнал канала наблюдения при отсутствии возмущения наблюдаемого объекта (гипотеза H_0) имеет вид

$$x(t) = n(t), \quad t \in [0; T], \quad (1.2)$$

а при наличии возмущения (гипотеза H_1)

$$x(t) = g(t - \lambda_0)\xi(t) + n(t), \quad t \in [0; T]. \quad (1.3)$$

На основе наблюдаемой реализации $x(t)$ и имеющейся априорной информации необходимо вынести решение о наличии или отсутствии возмущения (1.1) в пределах интервала наблюдения $[0; T]$.

Отметим, что классическая задача обработки детерминированного скачкообразного возмуще-

*Работа выполнена при частичной поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты № 95-01-00197 и 98-01-00090).

ния с неизвестным моментом появления рассматривается в [8, 10] и др. Здесь предполагается, что возмущение является случайным.

Будем считать, что случайное возмущение (1.1) и шум $n(t)$ статистически независимы. Спектральную плотность $G(\omega)$ случайного процесса $\xi(t)$ будем аппроксимировать выражением $G(\omega) = \gamma I(\omega/\Omega_0)$, где $I(x) = 1$ при $|x| \leq 1/2$, $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$, $\gamma_0 > 0$ – интенсивность, а Ω_0 – ширина полосы частот спектральной плотности. В реальных условиях величина Ω_0 определяется свойствами как диагностируемого объекта, так и канала наблюдения и, как правило, неизвестна. Момент λ_0 появления возмущения обычно неизвестен, поэтому неизвестна и длительность $\tau_0 = T - \lambda_0$ возмущения в пределах интервала наблюдения $[0; T]$. Далее будем считать, что ширина полосы частот Ω_0 и длительность τ_0 возмущения (1.1) априори неизвестны и принимают значения из интервалов $[V_1; V_2]$ и $[\Gamma_1; \Gamma_2]$ соответственно, где $V_2 \geq V_1 > 0$, $\Gamma_1 = T - \Lambda_2 > 0$, $\Gamma_2 = T - \Lambda_1 < T$, а время корреляции возмущения значительно меньше его длительности τ_0 [2, 4, 5, 6, 8] и др., так что

$$\mu_1 = \Gamma_1 V_1 / 4\pi \gg 1. \quad (1.4)$$

При выполнении (1.4) получаем, что $\mu_0 = \tau_0 \Omega_0 / 4\pi \gg 1$. Тогда параметры τ_0 и Ω_0 определяют размеры области локализации возмущения (1.1) на плоскости время – частота.

Задача обнаружения флуктуирующего гауссовского сигнала $s(t)$ с априори известными параметрами на фоне аддитивной помехи рассматривается в [4, 5, 11, 12] и др., где найдены различные формы представления решающей статистики алгоритма обнаружения – логарифма функционала правдоподобия (ФП), полученные приближенные выражения для характеристик обнаружения сигнала. Возможности практической реализации такого алгоритма обсуждаются в [4, 5, 11, 13] и др. В [12, 14] выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения случайного возмущения (1.1) с неизвестной шириной полосы частот. Однако при этом предполагается, что момент появления возмущения $\lambda_0 = 0$ априори известен, так что случайное возмущение полностью занимает интервал наблюдения. Это не позволяет использовать указанные результаты для случая обнаружения возмущения (1.1) с неизвестными моментом появления λ_0 (длительностью τ_0) и шириной полосы частот Ω_0 . Цель работы – статистический синтез и анализ алгоритма обнаружения случайного возмущения (1.1) с неизвестными размерами области частотно-временной локализации. На основе предлаваемой оригинальной методики получены асимптотические выражения для характеристик обнаружения случайного возмущения, границы применимости которых установлены с помощью статистического моделирования алгоритма обнаружения на ЭВМ.

2. Алгоритм обнаружения возмущения и характеристики решающей статистики. Для синтеза алгоритма обнаружения возмущения (1.1) воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [8, 11, 12, 15, 16]. Согласно этому методу, по наблюдаемой реализации $x(t)$ необходимо формировать логарифм ФП $L(\tau, \Omega)$ в зависимости от возможных значений τ и Ω неизвестных размеров τ_0 и Ω_0 области частотно-временной локализации возмущения. Аналогично [4, 5, 12] при выполнении (1.4) находим

$$L(\tau, \Omega) = \frac{2\gamma_0}{N_0(N_0 + 2\gamma_0)} \int_{T-\tau}^T y^2(t, \Omega) dt + \frac{2a_0}{N_0 + 2\gamma_0} \int_{T-\tau}^T x(t) dt - \frac{a_0^2 \tau}{N_0 + 2\gamma_0} - \frac{\tau \Omega}{4\pi} \ln \left(1 + \frac{2\gamma_0}{N_0} \right). \quad (2.1)$$

где

$$y(t, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t') h(t - t') dt'$$

– отклик линейного фильтра с импульсной характеристикой $h(t)$ на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$, причем передаточная функция $H(\omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию $|H(\omega)|^2 = I(\omega/\Omega)$. Тогда алгоритм обнаружения возмущения (1.1) с неизвестными размерами области частотно-временной локализации сводится к сравнению с порогом h величины абсолютного (наибольшего) максимума логарифма $L(\tau, \Omega)$ (2.1) в пределах априорной области θ , задаваемой условиями $\tau \in [\Gamma_1; \Gamma_2]$, $\Omega \in [V_1; V_2]$. Если порог h превышен, то принимается решение в пользу гипотезы H_1 , в противном случае принимается решение в пользу гипотезы H_0 . Величина порога h определяется выбранным критерием оптимальности обнаружения [15, 16]. Таким образом, МП-алгоритм обнаружения возмущения (1.1) можно представить в виде

$$\begin{aligned} [\sup_{\tau, \Omega \in \theta} L(\tau, \Omega) > h] &\rightarrow H_1, \\ [\sup_{\tau, \Omega \in \theta} L(\tau, \Omega) \leq h] &\rightarrow H_0. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Методы формирования логарифма $L(\tau, \Omega)$ рассмотрены в [4, 5, 12], а в [17] приведены алгоритмы для расчета $\sup L(\tau, \Omega)$.

Характеристики алгоритма (2.2) определяются статистическими свойствами (2.1). Функционал $L(\tau, \Omega)$ в пределах области $\tau, \Omega \in \theta$ является асимптотически (при $\mu_1 \rightarrow \infty$) гауссовским случайным полем [12]. Поэтому при выполнении (1.4) ограничимся рассмотрением первых двух моментов логарифма ФП. Пусть $S_i(\tau, \Omega) = \langle L(\tau, \Omega) | H_i \rangle$ – регулярные, а $N_i(\tau, \Omega) = L(\tau, \Omega) - \langle L(\tau, \Omega) | H_i \rangle$ – шумовые составляющие логарифма ФП

(2.1) при справедливости гипотез $H_i, i = 0, 1$. Здесь $\langle \cdot \rangle$ означает усреднение по реализациям $x(t)$ при фиксированных H_i, τ_0 и Ω_0 [12, 16]. Если случайное возмущение отсутствует в наблюдаемых данных (верна гипотеза H_0) и выполняется условие (1.4), то получаем

$$\begin{aligned} S_0(\tau, \Omega) &= -A_{01}\chi\eta - A_{02}\chi, \\ \langle N_0(\tau_1, \Omega_1)N_0(\tau_2, \Omega_2) \rangle &= \\ &= [B_{01}\min(\eta_1, \eta_2) + B_{02}]\min(\chi_1, \chi_2), \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\begin{aligned} A_{01} &= \mu_1[\ln(1+q) - q/(1+q)], \quad A_{02} = z_{01}^2/2(1+q), \\ B_{01} &= \mu_1 q^2/(1+q)^2, \quad B_{02} = z_{01}^2/(1+q)^2. \end{aligned}$$

Здесь $\chi = \tau/\Gamma_1, \eta = \Omega/V_1, \chi_i = \tau_i/\Gamma_1, \eta_i = \Omega_i/V_1, i = 0, 1, 2$, – нормированные значения длительности и ширины полосы частот, $z_{01}^2 = 2a_0^2\Gamma_1/N_0$ – отношение минимальной энергии постоянной составляющей возмущения к спектральной плотности шума, $q = 2\gamma_0/N_0$ – отношение спектральных плотностей флуктуационной составляющей возмущения и аддитивного шума. При наличии случайного возмущения (1.1) в наблюдаемых данных $x(t)$ (верна гипотеза H_1) и выполнении (1.4) находим

$$\begin{aligned} S_1(\tau, \Omega) &= [A_{11}\min(\eta, \eta_0) + \\ &+ A_{12}]\min(\chi, \chi_0) - (A_{01}\eta + A_{02})\chi, \\ \langle N_1(\tau_1, \Omega_1)N_1(\tau_2, \Omega_2) \rangle &= \\ &= [B_{01}\min(\eta_1, \eta_2) + B_{02}]\min(\chi_1, \chi_2) + \\ &+ [B_{11}\min(\eta_1, \eta_2, \eta_0) + B_{12}]\min(\chi_1, \chi_2, \chi_0), \end{aligned} \quad (2.4)$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= \mu_1 q^2/(1+q), \quad A_{12} = z_{01}^2(1+q/2)/(1+q), \\ B_{11} &= \mu_1 q^3(2+q)/(1+q)^2, \\ B_{12} &= z_{01}^2[(1+q)^3 - 1]/(1+q)^2. \end{aligned}$$

Из (2.4) следует, что при наличии возмущения в наблюдаемых данных $x(t)$ регулярная составляющая $S_1(\tau, \Omega)$ логарифма ФП достигает абсолютного максимума в точке (τ_0, Ω_0) истинных значений длительности и ширины полосы частот возмущения. Кроме того, реализации шумовой составляющей $N_1(\tau, \Omega)$ непрерывны с вероятностью 1. Тогда выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) для алгоритма (2.2) запишется в виде [12, 16]

$$\begin{aligned} z^2 &= [S_1(\tau_0, \Omega_0) - S_1(\tau_0, 0)]^2 / [\langle N_1^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle - \\ &- \langle N_1^2(\tau_0, 0) \rangle] = (A_{11} - A_{01})^2 / (B_{11} + B_{01}) = \\ &= \mu_0[q - \ln(1+q)]^2 / q^2. \end{aligned} \quad (2.5)$$

Согласно определению $g \geq 0$, тогда $z^2 \rightarrow \infty$ при $\mu_0 \rightarrow \infty$.

Эффективность алгоритма обнаружения (2.2) будем характеризовать вероятностью ложной тревоги (ВЛТ) α и вероятностью пропуска (ВП) β случайного возмущения [11, 12, 15, 16].

3. Вероятность ложной тревоги. Пусть справедлива гипотеза H_0 об отсутствии возмущения (1.1) в наблюдаемой реализации $x(t)$. Согласно (2.2), ВЛТ α при обнаружении случайного возмущения (1.1) с неизвестными длительностью и шириной полосы частот можно представить как $\alpha = P[\sup_{\tau, \Omega \in \theta} L_0(\tau, \Omega) > h]$, где $L_0(\tau, \Omega) = S_0(\tau, \Omega) + N_0(\tau, \Omega)$.

Точное выражение для ВЛТ обнаружения скачкообразных стохастических процессов с неизвестными параметрами найти не удастся [8, 12]. Получим асимптотически точное (с ростом μ_1 (1.4)) выражение. Из (2.3) следует, что в пределах априорной области θ регулярная составляющая $S_0(\tau, \Omega)$ достигает абсолютного максимума в точке (Γ_1, V_1) минимально возможных значений длительности и ширины полосы частот случайного возмущения. Реализации шумовой составляющей $N_0(\tau, \Omega)$ непрерывны с вероятностью 1. Аналогично (2.5) обозначим

$$\begin{aligned} z_n^2 &= [S_0(\Gamma_1, V_1) - S_0(\Gamma_1, 0)]^2 / [\langle N_0^2(\Gamma_1, V_1) \rangle - \\ &- \langle N_0^2(\Gamma_1, 0) \rangle] = A_{01}^2 / B_{01} = \\ &= \mu_1[(1+q)\ln(1+q) - q]^2 / q^2, \end{aligned} \quad (3.1)$$

причем $z_n^2 \rightarrow \infty$ при $\mu_1 \rightarrow \infty$. При больших значениях z_n^2 (3.1) координаты положения абсолютного максимума функционала $L_0(\tau, \Omega)$ находятся в малой окрестности точки (Γ_1, V_1) , причем при $z_n^2 \rightarrow \infty$ величина этой окрестности $\delta_N = \max(|\Gamma_1 - \tau|/\Gamma_1, |V_1 - \Omega/V_1|) \rightarrow 0$ [12, 13, 16]. Следовательно, для расчета асимптотически точного (с ростом μ_1) выражения для ВЛТ α достаточно исследовать поведение моментов функционала $L_0(\tau, \Omega)$ при $\delta_N \rightarrow 0$ [12, 13, 16] и др.

Обозначим $\chi^* = \Gamma_2/\Gamma_1, \eta^* = V_2/V_1$. Согласно (2.3), первые два момента функционала $L_0(\tau, \Omega)$ при $\delta_N \rightarrow 0$ допускают асимптотические представления

$$\begin{aligned} S_0(\tau, \Omega) &= S_{r0}(\chi) + S_{f0}(\eta - 1) + o(\delta_N), \\ S_{r0}(\chi) &= -(A_{01} + A_{02})\chi, \quad S_{f0}(\eta) = -A_{01}\eta, \\ \langle N_0(\tau_1, \Omega_1)N_0(\tau_2, \Omega_2) \rangle &= \\ &= K_{r0}(\chi_1, \chi_2) + K_{f0}(\eta_1 - 1, \eta_2 - 1) + o(\delta_N), \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} K_{r0}(\chi_1, \chi_2) &= (B_{01} + B_{02})\min(\chi_1, \chi_2), \\ K_{f0}(\eta_1, \eta_2) &= B_{01}\min(\eta_1, \eta_2). \end{aligned}$$

Пусть $r_{\alpha 0}(\chi)$ и $r_{f0}(\eta)$ – статистически независимые гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями $S_{\alpha 0}(\chi)$, $S_{f0}(\eta)$ и корреляционными функциями $K_{\alpha 0}(\chi_1, \chi_2)$, $K_{f0}(\eta_1, \eta_2)$ (3.2) соответственно. Из (3.2) получаем, что моменты случайных полей $L(\chi \Gamma_1, \eta V_1)$ и $L^*(\chi, \eta) = r_{\alpha 0}(\chi) + r_{f0}(\eta - 1)$ асимптотически (при $\mu_1 \rightarrow \infty$, $\delta_N \rightarrow 0$) совпадают. Следовательно, распределения абсолютных максимумов этих полей также асимптотически (при $\mu_1 \rightarrow \infty$) совпадают. Тогда при $\mu_1 \rightarrow \infty$

$$\alpha = 1 - P[\sup_{\tau, \Omega \in \Theta} L_0(\tau, \Omega) < h] = 1 - P[\sup_{\chi \in [1; \chi^*]} r_{\alpha 0}(\chi) + \sup_{\eta \in [0; \eta^* - 1]} r_{f0}(\eta) < h] = 1 - \int_0^\infty F_{f0}(h - u) W_{f0}(u) du, \quad (3.3)$$

где

$$F_{\alpha 0}(h) = P[\sup_{\chi \in [1; \chi^*]} r_{\alpha 0}(\chi) < h], \\ F_{f0}(h) = P[\sup_{\eta \in [0; \eta^* - 1]} r_{f0}(\eta) < h]$$

– функции распределения величин абсолютных максимумов случайных процессов $r_{\alpha 0}(\chi)$ и $r_{f0}(\eta)$, а $W_{f0}(h) = dF_{f0}(h)/dh$ – соответствующая плотность вероятности, причем $W_{f0}(h) = 0$ при $h < 0$ в силу условия $r_{f0}(0) \equiv 0$.

Из (3.2) следует, что случайные процессы $r_{\alpha 0}(\chi)$ и $r_{f0}(\eta)$ при $\chi \geq 0$ и $\eta \geq 0$ являются непрерывными гауссовскими марковскими процессами [13, 18]. Введем в рассмотрение случайные процессы $\Delta_{\alpha 0}(\chi) = h - r_{\alpha 0}(\chi)$ и $\Delta_{f0}(\eta) = h - r_{f0}(\eta)$, которые также являются непрерывными гауссовскими марковскими процессами с коэффициентами сноса $a_i = A_{01} + A_{02}$, $a_f = A_{01}$ и диффузии $b_i = B_{01} + B_{02}$, $b_f = B_{01}$ соответственно. Тогда аналогично [16]

$$F_{\alpha 0}(h) = P[\sup_{\chi \in [1; \chi^*]} \Delta_{\alpha 0}(\chi) > 0] = \int_0^\infty W_{\alpha 0}(x, \chi^*) dx, \quad (3.4) \\ F_{f0}(h) = P[\sup_{\eta \in [0; \eta^* - 1]} \Delta_{f0}(\eta) > 0] = \int_0^\infty W_{f0}(x, \eta^* - 1) dx,$$

где функции $W_{\alpha 0}(x, \chi)$ и $W_{f0}(x, \eta)$ – решения уравнений Фоккера–Планка–Колмогорова (ФПК) [18]

$$\frac{\partial W_{\alpha 0}(x, \chi)}{\partial \chi} + a_i \frac{\partial W_{\alpha 0}(x, \chi)}{\partial x} - \frac{b_i^2}{2} \frac{\partial^2 W_{\alpha 0}(x, \chi)}{\partial x^2} = 0, \quad (3.5) \\ \frac{\partial W_{f0}(x, \eta)}{\partial \eta} + a_f \frac{\partial W_{f0}(x, \eta)}{\partial x} - \frac{b_f^2}{2} \frac{\partial^2 W_{f0}(x, \eta)}{\partial x^2} = 0$$

при начальных $W_{\alpha 0}(x, 1) = \exp[-(x - h)/\sigma_{\alpha 0} - (x - h)^2/2\sigma_{\alpha 0}^2]/\sqrt{2\pi}\sigma_{\alpha 0}$, $W_{f0}(x, 0) = \delta(x - h)$ и граничных

$W_{\alpha 0}(0, \chi) = W_{f0}(0, \eta) = 0$ условиях. Здесь $\delta(x)$ – дельта-функция,

$$z_{in}^2 = \frac{(A_{01} + A_{02})^2}{B_{01} + B_{02}} = \frac{\{\mu_1[(1+q)\ln(1+q) - q] + z_{01}^2/2\}^2}{\mu_1 q^2 + z_{01}^2}, \quad (3.6)$$

$$\sigma_{in}^2 = B_{01} + B_{02} = (\mu_1 q^2 + z_{01}^2)/(1+q)^2.$$

Решая уравнения (3.5) и подставляя решения в (3.4), находим

$$F_{f0}(h) = \Phi\left[z_n d_n + \frac{h}{\sigma_{fn} d_n}\right] - \exp(-2z_n h/\sigma_{fn}) \Phi\left[z_n d_n - \frac{h}{\sigma_{fn} d_n}\right], \quad (3.7) \\ W_{f0}(h) = \frac{\sqrt{2/\pi}}{d_n \sigma_{fn}} \exp\left[-\frac{(h + z_n \sigma_{fn} d_n^2)^2}{2d_n^2 \sigma_{fn}^2}\right] + \frac{2z_n}{\sigma_{fn}} \exp\left(-\frac{2z_n h}{\sigma_{fn}}\right) \Phi\left[z_n d_n - \frac{h}{d_n \sigma_{fn}}\right],$$

при $h > 0$, $F_{f0}(h) = W_{f0}(h) = 0$ при $h \leq 0$;

$$F_{\alpha 0}(h) = \int_0^\infty \exp[-(x - h/\sigma_{in} - z_{in})^2/2] [\Phi(z_{in} c_n + x/c_n) - \exp(-2z_{in} x) \Phi(z_{in} c_n - x/c_n)] dx / \sqrt{2\pi}, \quad (3.8)$$

Здесь $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности, $\sigma_{fn}^2 = B_{01} = \mu_1 q^2/(1+q)^2$, $c_n = \sqrt{\chi^* - 1}$, $d_n = \sqrt{\eta^* - 1}$.

Таким образом, асимптотически точное (с ростом μ_1) выражение для ВЛТ α при обнаружении случайного возмущения (1.1) с неизвестными размерами области частотно-временной локализации можно записать в виде (3.3), где функции $W_{f0}(h)$ и $F_{\alpha 0}(h)$ определяются из (3.7), (3.8). Выражение (3.3) можно использовать при больших значениях μ_1 (1.4), если отношение z_n^2 (3.1) велико. Аналитически оценить погрешность выражения (3.3) при произвольных значениях μ_1 и z_n не представляется возможным, однако точность выражения (3.3) возрастает с увеличением μ_1 и z_n .

Выражения (3.3), (3.7), (3.8) включают в себя частные случаи обнаружения случайного возмущения (1.1) с априори известными длительностью τ_0 и (или) шириной полосы частот Ω_0 . Если ширина полосы частот возмущения известна, т.е. $V_1 = V_2 = \Omega_0$, то $\mu_1 = \Gamma_1 \Omega_0 / 4\pi$, $d_n = 0$. Тогда $F_{f0}(h) = g(h)$,

$W_{f0}(h) = \delta(h)$ и из (3.4) получаем $\alpha = 1 - F_{f0}(h)$. Если известна длительность возмущения, т.е. $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \tau_0$, то $\mu_1 = \tau_0 V_1 / 4\pi$, $z_{01}^2 = z_0^2$, $c_n = 0$. Тогда $F_{f0}(h) = \Phi(h/\sigma_m + z_{m1})$ и из (3.4) находим

$$\alpha = 1 - \int_0^\infty \Phi[(h-u)/\sigma_{i2} + z_{i2}] W_{f0}(u) du$$

[12, 14], где

$$z_{i2}^2 = \frac{S_0^2(\tau_0, \Omega_0)}{\langle N_0^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle} = \frac{\{\mu_0[(1+q)\ln(1+q) - q] + z_0^2/2\}^2}{\mu_0 q^2 + z_0^2}, \quad (3.9)$$

$$\sigma_{i2}^2 = \langle N_0^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle = (\mu_0 q^2 + z_0^2)/(1+q)^2.$$

Полагая в (3.4) $\Gamma_1 = \Gamma_2 = \tau_0$, $V_1 = V_2 = \Omega_0$, получаем известное выражение $\alpha = 1 - \Phi(h/\sigma_{i2} + z_{i2})$ для ВЛТ α при обнаружении гауссовского случайного возмущения (1.1) с априори известными размерами области частотно-временной локализации [4, 11, 12].

На рис. 1 сплошными линиями показана рассчитанная по формулам (3.3), (3.7), (3.8) зависимость ВЛТ $\alpha = \alpha(h)$ при обнаружении возмущения (1.1) с неизвестными длительностью и шириной полосы частот. Кривые вычислены при $\chi^* = \eta^* = 4$, $\mu_1 = 25$, $z_{01} = 1$, а также при $q = 0.3$ (кривая 1) и $q = 0.5$ (кривая 2). Там же штриховыми линиями нанесены соответствующие зависимости $\alpha = \alpha(h)$ при известной ширине полосы частот ($\eta^* = 1$), штрихпунктирными — при полностью известных параметрах возмущения ($\chi^* = \eta^* = 1$). Из рис. 1 видно, что незнание размеров области частотно-временной локализации возмущения приводит к существенно увеличению ВЛТ α , особенно при небольших ОСШ. Формулы (3.3), (3.7), (3.8) позволяют учесть априорную неопределенность относительно размеров области частотно-временной локализации возмущения при расчете характеристик обнаружения возмущения.

4. Вероятность пропуска случайного возмущения. Будем считать, что справедлива гипотеза H_1 о наличии возмущения (1.1) в наблюдаемой реализации $x(t)$. Согласно (2.2), ВП β при обнаружении возмущения с неизвестными размерами области частотно-временной локализации можно представить в виде

$$\beta = P[\sup_{\tau, \Omega \in \Theta} L_1(\tau, \Omega) < h] = P[L_1(\tau_m, \Omega_m) < h] = P[\sup_{\tau, \Omega \in \Theta} \Delta(\tau, \Omega) < h - L_S],$$

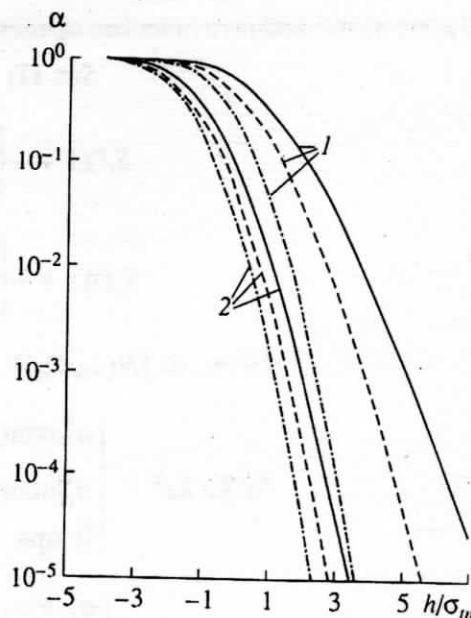


Рис. 1.

где

$$(\tau_m, \Omega_m) = \operatorname{argsup} L_1(\tau, \Omega),$$

$$L_1(\tau, \Omega) = S_1(\tau, \Omega) + N_1(\tau, \Omega),$$

$$\Delta(\tau, \Omega) = L_1(\tau, \Omega) - L_S, \text{ а } L_S = L_1(\tau_0, \Omega_0).$$

Точные выражения для ВП при обнаружении скачкообразных стохастических процессов с неизвестными параметрами обычно найти не удастся [8, 12]. Получим асимптотически точное (с ростом μ_0) выражение для ВП β . Учтем, что регулярная составляющая $S_1(\tau, \Omega)$ (2.4) достигает абсолютного максимума в точке (τ_0, Ω_0) истинных значений длительности и ширины полосы частот возмущения, а реализации шумовой составляющей $N_1(\tau, \Omega)$ непрерывны с вероятностью 1. Тогда при больших ОСШ z^2 (2.5) координаты τ_m, Ω_m положения абсолютного максимума функционала $\Delta(\tau, \Omega)$ находятся в малой окрестности точки (τ_0, Ω_0) , причем при $z^2 \rightarrow \infty$ величина этой окрестности $\delta_s = \max(|\tau - \tau_0|/\tau_0, |\Omega - \Omega_0|/\Omega_0) \rightarrow 0$ [12, 16, 19]. Так как $z^2 \rightarrow \infty$ при $\mu_0 \rightarrow \infty$, то для расчета асимптотически точного (с ростом μ_0) выражения для ВП β достаточно исследовать поведение моментов функционала $\Delta(\tau, \Omega)$ при $\delta_s \rightarrow 0$ [12, 16, 19].

Вследствие асимптотической гауссовости логарифма ФП (2.1) функционал $\Delta(\tau, \Omega)$ также является асимптотически (при $\mu_1 \rightarrow \infty$) гауссовским случайным полем. Поэтому при выполнении (1.4) ограничимся рассмотрением первых двух моментов этого функционала. Пусть $S(\tau, \Omega) = \langle \Delta(\tau, \Omega) \rangle$ — регулярная, а $N(\tau, \Omega) = \Delta(\tau, \Omega) - \langle \Delta(\tau, \Omega) \rangle$ — шумовая составляющие функционала $\Delta(\tau, \Omega)$. Согласно (2.4), первые два момента функционала $\Delta(\tau, \Omega)$ при

$\delta_s \rightarrow 0$ допускают асимптотические представления

$$\begin{aligned}
 S(\tau, \Omega) &= S_i(\chi) + S_f(\eta) + o(\delta_s), \\
 S_i(\chi) &= \begin{cases} S_{i1}|\chi - \chi_0|/\chi_0 & \text{при } \chi < \chi_0; \\ S_{i2}|\chi - \chi_0|/\chi_0 & \text{при } \chi \geq \chi_0; \end{cases} \\
 S_f(\eta) &= \begin{cases} S_{f1}|\eta - \eta_0|/\eta_0 & \text{при } \eta < \eta_0; \\ S_{f2}|\eta - \eta_0|/\eta_0 & \text{при } \eta \geq \eta_0; \end{cases} \\
 \langle N(\tau_1, \Omega_1)N(\tau_2, \Omega_2) \rangle &= K_i(\chi_1, \chi_2) + K_f(\eta_1, \eta_2) + o(\delta_s), \\
 K_i(\chi_1, \chi_2) &= \begin{cases} \sigma_{i1}^2 \min(|\chi_1 - \chi_0|, |\chi_2 - \chi_0|)/\chi_0 & \text{при } \chi_1, \chi_2 \leq \chi_0; \\ \sigma_{i2}^2 \min(|\chi_1 - \chi_0|, |\chi_2 - \chi_0|)/\chi_0 & \text{при } \chi_1, \chi_2 \geq \chi_0; \\ 0 & \text{при } \chi_1 > \chi_0 > \chi_2 \text{ или при } \chi_1 < \chi_0 < \chi_2; \end{cases} \\
 K_f(\eta_1, \eta_2) &= \begin{cases} \sigma_{f1}^2 \min(|\eta_1 - \eta_0|, |\eta_2 - \eta_0|)/\eta_0 & \text{при } \eta_1, \eta_2 \leq \eta_0; \\ \sigma_{f2}^2 \min(|\eta_1 - \eta_0|, |\eta_2 - \eta_0|)/\eta_0 & \text{при } \eta_1, \eta_2 \geq \eta_0; \\ 0 & \text{при } \eta_1 > \eta_0 > \eta_2 \text{ или при } \eta_1 < \eta_0 < \eta_2, \end{cases}
 \end{aligned} \quad (4.1)$$

где

$$\begin{aligned}
 S_{i1} &= S_i(\tau_0, \Omega_0), \quad S_{f1} = S_i(\tau_0, \Omega_0) - S_i(\tau_0, 0), \\
 S_{i2} &= -S_0(\tau_0, \Omega_0), \quad S_{f2} = S_0(\tau_0, 0) - S_0(\tau_0, \Omega_0), \\
 \sigma_{i1}^2 &= \langle N_1^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle = \mu_0 q^2 + z_0^2(1+q), \\
 \sigma_{i2}^2 &= \langle N_0^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle = (\mu_0 q^2 + z_0^2)/(1+q)^2,
 \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\begin{aligned}
 \sigma_{f1}^2 &= \langle N_1^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle - \langle N_1^2(\tau_0, 0) \rangle = \mu_0 q^2, \\
 \sigma_{f2}^2 &= \langle N_0^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle - \langle N_0^2(\tau_0, 0) \rangle = \mu_0 q^2/(1+q)^2.
 \end{aligned}$$

Положим, что m_s — гауссовская случайная величина с математическим ожиданием $S_{i1} = \mu_0[q - \ln(1+q)] + z_0^2/2$ и дисперсией σ_{i1}^2 (4.2), а $r_i(\chi)$ и $r_f(\eta)$ — статистически независимые гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями $S_i(\chi)$, $S_f(\eta)$ и с корреляционными функциями $K_i(\chi_1, \chi_2)$, $K_f(\eta_1, \eta_2)$ (4.1) соответственно. Из (4.1) следует, что моменты случайных полей $\Delta(\chi, \Gamma_1, \eta, V_1)$ и $\Delta^*(\chi, \eta) = r_i(\chi) + r_f(\eta)$ асимптотически (при $\mu_0 \rightarrow \infty$, $\delta_s \rightarrow 0$) совпадают. Следовательно, при $\mu_0 \rightarrow \infty$ аналогично (3.3) получаем

$$\beta = P\left[\sup_{\chi \in [1; \chi^*]} r_i(\chi) + \sup_{\eta \in [1; \eta^*]} r_f(\eta) < h - m_s\right]. \quad (4.3)$$

Тогда ВП β при обнаружении случайного возмущения с неизвестными размерами области частотно-временной локализации можно записать в

виде

$$\beta = \int_{-\infty}^h W_0(u) \left[\int_0^{h-u} F_i(h-u-y) W_f(y) dy \right] du, \quad (4.4)$$

где

$$\begin{aligned}
 F_i(h) &= P\left[\sup_{\chi \in [1; \chi^*]} r_i(\chi) < h\right] \text{ и} \\
 F_f(h) &= P\left[\sup_{\eta \in [1; \eta^*]} r_f(\eta) < h\right]
 \end{aligned}$$

— функции распределения величин абсолютных максимумов случайных процессов $r_i(\chi)$ и $r_f(\eta)$, $W_f(h) = dF_f(h)/dh$ — соответствующая плотность вероятности,

$$W_0(y) = \exp[-(y/\sigma_{i1} - z_{i1})^2/2]/\sqrt{2\pi}\sigma_{i1} \quad (4.5)$$

— плотность вероятности случайной величины m_s , величина σ_{i1} определяется из (4.2), а

$$z_{i1}^2 = \frac{S_{i1}^2(\tau_0, \Omega_0)}{\langle N_1^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle} = \frac{\{\mu_0[q - \ln(1+q)] + z_0^2/2\}^2}{\mu_0 q^2 + z_0^2(1+q)}. \quad (4.6)$$

В (4.4) учтено, что $W_f(y) = 0$ и $F_i(y) = 0$ при $y < 0$, так как $r_i(\chi_0) \equiv 0$ и $r_f(\eta_0) \equiv 0$.

Из (4.1) следует, что значения гауссовского процесса $r_i(\chi)$ на интервалах $[1; \chi_0]$ и $(\chi_0; \chi^*]$ некоррелированы и, следовательно, статистически независимы, а значения гауссовского процесса $r_f(\eta)$ на интервалах $[1; \eta_0]$ и $(\eta_0; \eta^*]$ также некоррелированы и статистически независимы. Поэтому

$$F_i(h) = F_{i1}(h)F_{i2}(h),$$

$$F_f(h) = F_{f1}(h)F_{f2}(h),$$

$$\begin{aligned}
 F_{i1}(h) &= P\left[\sup_{\chi \in [1; \chi_0]} r_i(\chi) < h\right], \\
 F_{i2}(h) &= P\left[\sup_{\chi \in [\chi_0; \chi^*]} r_i(\chi) < h\right], \\
 F_{f1}(h) &= P\left[\sup_{\eta \in [1; \eta_0]} r_f(\eta) < h\right], \\
 F_{f2}(h) &= P\left[\sup_{\eta \in [\eta_0; \eta^*]} r_f(\eta) < h\right].
 \end{aligned}
 \quad (4.7)$$

Введем в рассмотрение случайные процессы $\Delta_{i1}(\chi) = h - r_i(\chi_0 - \chi)$, $\Delta_{f1}(\eta) = h - r_f(\eta_0 - \eta)$, $\Delta_{i2}(\chi) = h - r_i(\chi + \chi_0)$, $\Delta_{f2}(\eta) = h - r_f(\eta + \eta_0)$. Из (4.1) следует, что процессы $\Delta_{ii}(\chi)$ и $\Delta_{fi}(\eta)$, $i = 1, 2$, при $\chi \geq 0$ и $\eta \geq 0$ являются непрерывными гауссовскими марковскими процессами [13, 18] с коэффициентами сноса $a_{ii} = S_{ii}/\chi_0$, $a_{fi} = S_{fi}/\eta_0$ и диффузии $b_{ii} = \sigma_{ii}^2/\chi_0$, $b_{fi} = \sigma_{fi}^2/\eta_0$ соответственно. Тогда аналогично (3.4) и [16]

$$\begin{aligned}
 F_{ii}(h) &= P\left[\sup_{\chi \in [0; \chi_{i8}]} \Delta_{ii}(\chi) > 0\right] = \int_0^{\chi_{i8}} W_{ii}(x, \chi_{i8}) dx, \\
 F_{fi}(h) &= P\left[\sup_{\eta \in [0; \eta_{i8}]} \Delta_{fi}(\eta) > 0\right] = \int_0^{\eta_{i8}} W_{fi}(x, \eta_{i8}) dx,
 \end{aligned}
 \quad (4.8)$$

где $\chi_{i8} = \chi_0 - 1$, $\chi_{28} = \chi^* - \chi_0$, $\eta_{i8} = \eta_0 - 1$, $\eta_{28} = \eta^* - \eta_0$, а функции $W_{ii}(x, \chi)$ и $W_{fi}(x, \eta)$ аналогично (3.5) являются решениями уравнений ФПК [18] с коэффициентами сноса a_{ii} , a_{fi} и диффузии b_{ii} , b_{fi} соответственно при начальных $W_{ii}(x, 0) = W_{fi}(x, 0) = \delta(x - h)$ и граничных $W_{ii}(0, \chi) = W_{fi}(0, \eta) = 0$ условиях. Решая эти уравнения и интегрируя решения согласно (4.8), с учетом (4.7) получаем

$$\begin{aligned}
 F_i(h) &= f(h, z_{i2}, \sigma_{i2}, c_2) f(h, z_{i1}, \sigma_{i1}, c_1), \\
 F_f(h) &= f(h, z_{f2}, \sigma_{f2}, d_2) f(h, z, \sigma_{f1}, d_1), \\
 W_f(h) &= v(h, z_{f2}, \sigma_{f2}, d_2) f(h, z, \sigma_{f1}, d_1) + \\
 &\quad + v(h, z, \sigma_{f1}, d_1) f(h, z_{f2}, \sigma_{f2}, d_2)
 \end{aligned}
 \quad (4.9)$$

при $h \geq 0$ и $F_i(h) = W_f(h) = 0$ при $h < 0$, где величины σ_{ii} и σ_{fi} определяются из (4.2), z_{i1} — из (4.6), z_{i2} — из (3.9), z — из (2.5), $c_i = \sqrt{1 - \Gamma_i/\tau_0}$, $d_i = \sqrt{1 - V_i/\Omega_0}$, $i = 1, 2$,

$$\begin{aligned}
 z_{f2}^2 &= \frac{[S_0(\tau_0, \Omega_0) - S_0(\tau_0, 0)]^2}{\langle N_0^2(\tau_0, \Omega_0) \rangle - \langle N_0^2(\tau_0, 0) \rangle} = \\
 &= \frac{\mu_0[(1+q)\ln(1+q) - q]^2}{q^2},
 \end{aligned}$$

$$f(h, z, \sigma, c) = \Phi(h/\sigma c + zc) - \exp(-2hz/\sigma) \Phi(zc - h/\sigma c),$$

$$v(h, z, \sigma, c) = (2z/\sigma) \exp(-2hz/\sigma) \times$$

$$\times \Phi(zc - h/\sigma c) + \sqrt{2/\pi} \sigma c \exp[-(h/\sigma c + zc)^2/2].$$

Асимптотически точное (с ростом μ_0) выражение для ВП β при обнаружении возмущения (1.1) с неизвестными размерами области частотно-временной локализации можно представить в виде (4.4), где функции $W_0(u)$, $F_i(y)$, $W_f(y)$ определяются из (4.5), (4.9). Выражение (4.4) можно использовать при больших значениях μ_0 , если ОСШ z^2 (2.5) велико. Аналитически оценить погрешность выражения (4.4) при произвольных значениях μ_0 и z^2 не представляется возможным, однако точность выражения (4.4) возрастает с увеличением μ_0 и z .

Выражения (4.4), (4.5), (4.9) включают в себя частные случаи обнаружения возмущения (1.1) с априори известными длительностью τ_0 и (или) шириной полосы частот Ω_0 . Если ширина полосы частот возмущения априори известна, то $W_f(y) = \delta(y)$ и из (4.4) получаем $\beta = \int_{-\infty}^h W_0(u) F_i(h-u) du$. Если длительность возмущения априори известна, то $F_i(h) = g(h)$ и из (4.4) находим $\beta = \int_{-\infty}^h W_0(u) F_f(h-u) du$ [12, 14]. При априори известных параметрах возмущения получаем $\beta = \Phi(h/\sigma_{i1} - z_{i1})$ [4, 11, 12].

На рис. 2 сплошными линиями показана рассчитанная по формулам (4.4), (4.5), (4.9) зависимость $\beta = \beta(q)$ при обнаружении возмущения (1.1) с неизвестными длительностью и шириной полосы частот, фиксированной ВЛТ $\alpha = 10^{-2}$ и $\chi^* = \eta^* = 4$, $\chi_0 = \eta_0 = 2$. Там же штрихпунктирными линиями

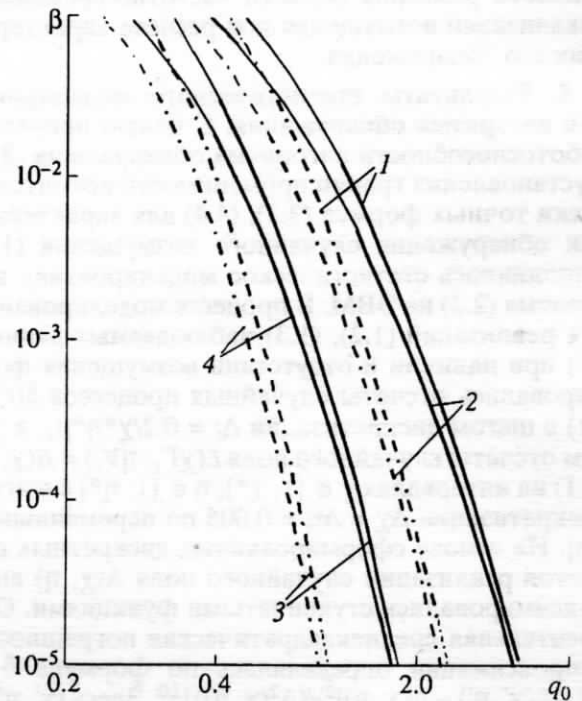


Рис. 2.

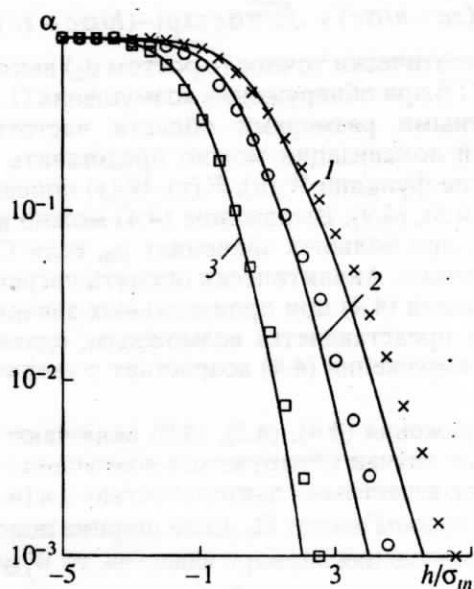


Рис. 3.

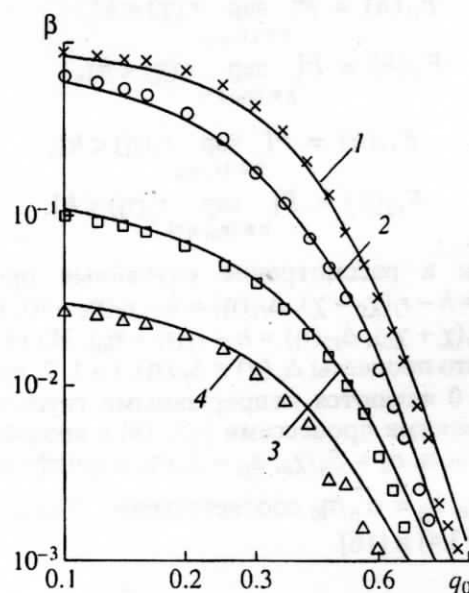


Рис. 4.

нанесена соответствующая зависимость $\beta = \beta(q)$ при полностью известных параметрах возмущения ($\chi^* = \eta^* = 1$). Кривые 1 рассчитаны при $\mu_0 = 100$, $z_0 = 0$, кривые 2 – при $\mu_0 = 100$, $z_0 = 2$, кривые 3 – при $\mu_0 = 200$, $z_0 = 0$, а кривые 4 – при $\mu_0 = 200$, $z_0 = 2$. Из рис. 2 видно, что изменение размеров области частотно-временной локализации возмущения приводит к увеличению ВП β при фиксированной ВЛТ α . Формулы (4.4), (4.5), (4.9) совместно с (3.3), (3.7), (3.8) позволяют учесть неопределенность размеров области частотно-временной локализации возмущения при расчете характеристик его обнаружения.

5. Результаты статистического моделирования алгоритма обнаружения. С целью проверки работоспособности алгоритма обнаружения (2.2) и установления границ применимости асимптотически точных формул (3.3), (4.4) для характеристик обнаружения случайного возмущения (1.1) выполнялось статистическое моделирование алгоритма (2.2) на ЭВМ. В процессе моделирования для реализаций (1.2), (1.3) наблюдаемых данных $x(t)$ при наличии и отсутствии возмущения формировались отсчеты случайных процессов $\xi(t)$ и $y(t)$ с шагом дискретизации $\Delta t = 0.2/\chi^*\eta^*\mu_1$, а затем отсчеты случайного поля $L(\chi\Gamma_1, \eta V_1) = \Lambda(\chi, \eta)$ (2.1) на интервалах $\chi \in [1; \chi^*]$, $\eta \in [1; \eta^*]$ с шагом дискретизации $\Delta\chi = \Delta\eta = 0.005$ по переменным χ и η . На основе сформированных дискретных отсчетов реализации случайного поля $\Lambda(\chi, \eta)$ аппроксимировались ступенчатыми функциями. Относительная среднеквадратическая погрешность аппроксимации определялась по формуле $\delta = \{(\Lambda(\chi', \eta') - \Lambda(\chi, \eta))^2 / (\Lambda^2(\chi, \eta))\}^{1/2}$. Здесь (χ', η') – одна из точек, в которых формировались отсчеты поля $\Lambda(\chi, \eta)$, $\chi \in [\chi' - \Delta\chi/2; \chi' + \Delta\chi/2]$, $\eta \in [\eta' -$

$-\Delta\eta/2; \eta' + \Delta\eta/2]$. Для выбранного значения шага дискретизации $\max \delta \leq 0.1$. Как показано в [12], дальнейшее уменьшение среднеквадратической погрешности аппроксимации практически не влияет на точность оценивания α и β при $\alpha, \beta \geq 10^{-3}$.

Сформированные отсчеты логарифма ФП (2.1) использовались для получения оценки ВЛТ α как относительной частоты превышения порога h наибольшим из отсчетов при отсутствии возмущения в наблюдаемых данных. Оценка ВП β формировалась как относительная частота не превышения порога h наибольшим из отсчетов логарифма ФП при наличии случайного возмущения.

Некоторые результаты моделирования, полученные при $\mu_1 = 25$, $\chi^* = \eta^* = 4$, $\chi_0 = \eta_0 = 2$, показаны на рис. 3, 4. На рис. 3 крестиками приведены значения $\alpha = \alpha(h)$ при $q = 0.3$, $z_{01} = 0$, кружочками – при $q = 0.5$, $z_{01} = 0$, квадратами – при $q = 0.3$, $z_{01} = 5$. На рис. 4 крестиками нанесены значения $\beta = \beta(q)$ при $z_{01} = 0$, $\alpha = 0.005$, кружочками – при $z_{01} = 0$, $\alpha = 0.05$, квадратами – при $z_{01} = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 0.005$, а треугольниками – при $z_{01} = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 0.05$. Порог обнаружения h вычислялся для заданной ВЛТ по теоретическим формулам (3.3), (3.7), (3.8). Каждое экспериментальное значение α и β получено в результате обработки не менее 5000 реализаций логарифма ФП как при наличии, так и при отсутствии случайного возмущения. Это обеспечило с вероятностью 0.9 отклонение границ доверительных интервалов от соответствующих экспериментальных значений не более чем на 75% при $\alpha, \beta > 0.001$.

Сплошными линиями на рис. 3, 4 представлены соответствующие теоретические зависимости, рассчитанные по формулам (3.3), (3.7), (3.8) и (4.4), (4.5), (4.9)–(4.11). Кривая 1 на рис. 3 соответствует $q = 0.3$, $z_{01} = 0$, кривая 2 – $q = 0.5$, $z_{01} = 0$, а кривая 3 – $q = 0.3$, $z_{01} = 5$. На рис. 4 кривая 1 соответствует $z_0 = 0$, $\alpha = 0.005$, кривая 2 – $z_0 = 0$, $\alpha = 0.05$, кривая 3 – $z_0 = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 0.005$, а кривая 4 – $z_0 = 2\sqrt{2}$, $\alpha = 0.05$. Из рис. 3, 4 и других результатов моделирования следует, что теоретические асимптотические формулы (3.3), (3.7), (3.8) для ВЛТ α удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные уже при $\mu_1 \geq 20$, $z_n \geq 1 \dots 2$, а формулы (4.4), (4.5), (4.9)–(4.11) для ВП β – при $\mu_0 \geq 20$, $z \geq 1 \dots 2$. Аппроксимация считалась удовлетворительной, если расхождение теоретических и экспериментальных значений не превышало 75%. Указанные границы допустимых значений ОСШ z (2.6) и z_n (3.1) получены при $z_{01} = 0$. С увеличением z_{01} , когда $z_{i1} > z$, $z_{i2} > z_{f2}$, $z_{in} > z_n$, допустимые значения z и z_n уменьшаются. При этом точность теоретических асимптотических формул возрастает с увеличением $\mu_1(\mu_0)$ и $z(z_n)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Казаков И.Е., Артемьев В.М. Оптимизация динамических систем случайной структуры. М.: Наука, 1980.
2. Hsu S.T., Whittier R.J., Mead C.A. Physical Model for Burst Noise in Semiconductor Devices // Solid-State Electron. 1970. V. 13.
3. Ахманов С.А., Дьяков Ю.Е., Чиркин А.С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
4. Бакут П.А., Большаков И.А., Герасимов Б.М. и др. Вопросы статистической теории радиолокации / Под ред. Тартаковского Г.П. Т. 1. М.: Сов. радио, 1963.
5. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 3. М.: Сов. радио, 1977.
6. Распространение звука во флуктуирующем океане / Под ред. Флатте С. М.: Мир, 1982.
7. Кловский Д.Д. Передача дискретных сообщений по радиоканалам. М.: Радио и связь, 1982.
8. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / Под ред. Бассвиль М., Банвениста А. М.: Мир, 1989.
9. Kadota T.T., Zakai M., Ziv J. Mutual Information of the White Gaussian Channel with and without Feedback // IEEE Trans. on Inform. Theory. 1971. V. IT-17. № 4.
10. Баранов В.Н., Бельский М.Е. Алгоритмы оценивания момента разладки гауссовской последовательности и определения дисперсии получаемой оценки // Изв. РАН. ТиСУ. 1999. № 4.
11. Гришин Ю.П., Ипатов В.И., Казаринов Ю.М. и др. Радиотехнические системы / Под ред. Казаринова Ю.М. М.: Высш. шк., 1990.
12. Трифонов А.П., Нечаев Е.П., Парфенов В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. Воронеж, ВГУ, 1991.
13. Kailath T. Some Integral Equations with Nonrational Kernels // IEEE Trans. on Inform. Theory. 1966. V. IT-12. № 4.
14. Трифонов А.П., Галун С.А. Прием случайного сигнала с неизвестной шириной спектра мощности // РЭ. 1982. Т. 27. № 11.
15. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977.
16. Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др. Теория обнаружения сигналов / Под ред. Бакута П.А. М.: Радио и связь, 1984.
17. Жиглявский А.А., Жилинскас А.Г. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, 1991.
18. Казаков Е.И. Статистическая динамика систем с переменной структурой. М.: Наука, 1977.
19. Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.В. Асимптотическая теория оценивания. М.: Наука, 1979.