

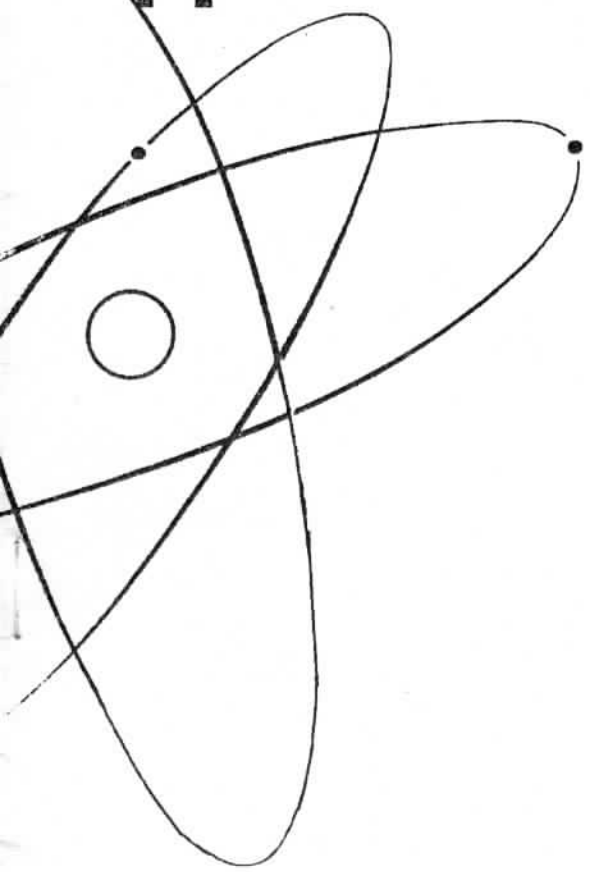
222

ISSN 0021-3470



ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДІОЕЛЕКТРОНІКА



ТОМ 45

9-10

сентябрь-октябрь

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2002

5. Porter B. G., Gearhart S. S. Theoretical analysis of coupling and cross-polarization of perpendicular slot antennas on a dielectric halfspace // IEEE Trans. on AP.— 1998.— Vol. 46.— P. 383—390.

6. Brachat P., Baracco J. M. Printed radiating elements with two highly decoupled input ports // Electron. Lett.— 1995.— Vol. 31.— No. 4.— P. 245—246.

7. Мартынюк С. Е., Дубровка Ф. Ф., Эденкофер П. Широкополосная двухполяризационная печатная антенная подрешетка *Ku*-диапазона // Радиоэлектроника.— 2002.— № 8.— Т. 45.— С. 3—12. (Изв. высш. учеб. заведений).

Киевский политехнический ин-т.

Поступила в редакцию 19.04.2002.

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., ПРИБЫТКОВ Ю. Н.

ОБНАРУЖЕНИЕ СТОХАСТИЧЕСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ПРИ НАЛИЧИИ ФОНА С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ*

Рассмотрено влияние незнания параметров случайного изображения на эффективность его обнаружения при наличии случайного фона с неизвестными параметрами. Анализ выполнен для аппликативной модели взаимодействия полезного изображения и фона с учетом их корреляционно-спектральных различий.

Необходимость в обнаружении двумерных сигналов возникает при обработке изображений пространственно-протяженных объектов. Обычно такие изображения получают при активном или пассивном дистанционном наблюдении. Принципиальное отличие рассматриваемой задачи от уже сравнительно хорошо изученных задач обнаружения одномерных сигналов и изображений точечных объектов заключено в используемой в ней модели взаимодействия полезных и мешающих сигналов. Эта модель учитывает, что при наличии пространственно-протяженного объекта он экранирует фон, т. е. там, где есть изображение объекта, фон отсутствует. Такое взаимодействие изображения и фона описано в [1] и названо аппликативным.

Изображения реальных объектов, полученные в результате активной или пассивной радиолокации, часто описываются гауссовскими полями [2]. В [1] решена задача обнаружения гауссовского изображения на гауссовском фоне, но синтез и анализ алгоритма обнаружения выполнен в предположении стати-

* Работа выполнена при поддержке CDRF, Минобразования РФ и РФФИ (проекты VZ-010-0, E00-3,5-5 и 02-01-00057).

стической независимости отсчетов изображения в зоне анализа. Это не позволяет использовать корреляционно-спектральные различия полезного изображения и фона для повышения эффективности обнаружения. Обнаружение гауссовского изображения с учетом корреляционно-спектральных различий сигнала и фона рассмотрено в [3], где все параметры изображения и фона полагаются априори известными. Однако в практических приложениях возможны ситуации, когда неизвестны как параметры изображения, так и параметры фона.

Цель данной работы — определение характеристик обнаружения гауссовского изображения с неизвестными параметрами при наличии фона с известными параметрами.

Положим, что в результате дистанционного (активного или пассивного) наблюдения получена реализация случайного поля $x(\vec{r})$. Здесь \vec{r} — радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей области наблюдения Ω . В общем случае $x(\vec{r})$ содержит реализации случайного двумерного пространственного сигнала $s(\vec{r})$, рассеянного объектом (если он есть), пространственного шума $n(\vec{r})$ и фонового излучения $v(\vec{r})$. Это излучение обусловлено рассеянием зондирующего сигнала подстилающей поверхностью, на которой находится обнаруживаемый объект [1].

Пусть Ω_S — часть области наблюдения, занимаемая сигналом при наличии объекта, Ω_F — область, дополняющая Ω_S до $\Omega: \Omega_S \cup \Omega_F = \Omega$. В соответствии с аппликативной моделью взаимодействия сигнала и фона [1, 3], наблюдаемые данные $x(\vec{r})$ при наличии объекта (гипотеза H_1) и при его отсутствии (гипотеза H_0) имеют вид

$$H_1: x(\vec{r}) = I(\vec{r}, \Omega_S) s(\vec{r}) + I(\vec{r}, \Omega_F) v(\vec{r}) + n(\vec{r}); \quad (1)$$

$$H_0: x(\vec{r}) = v(\vec{r}) + n(\vec{r}). \quad (2)$$

Здесь

$$I(\vec{r}, \Omega) = \begin{cases} 1, & \vec{r} \in \Omega \\ 0, & \vec{r} \notin \Omega \end{cases} \quad (3)$$

Положим, далее, что сигнал $s(\vec{r})$ и фон $v(\vec{r})$ представляют собой однородные гауссовские случайные поля. Пространственный шум $n(\vec{r})$ считается белым гауссовским с нулевым математическим ожиданием и односторонней спектральной плотностью N_0 . Сигнал $s(\vec{r})$, фон $v(\vec{r})$ и белый шум $n(\vec{r})$ полагаются статистически независимыми.

Обозначим $S_{\tilde{\omega}_s}$ и $S_{\tilde{\omega}_v}$ — площади областей $\tilde{\omega}_s$ и $\tilde{\omega}_v$, соответственно, занимаемых спектральными плотностями сигнала и фона, S_Ω — площадь области наблюдения. Положим, что площади S_{Ω_S} и S_{Ω_F} областей Ω_S и Ω_F , соответственно, много больше областей пространственной корреляции сигнала и фона т. е.

$$\begin{aligned}\mu_s &= S_{\Omega S} S_{\tilde{\omega}_s} / (2\pi)^2 \gg 1, \\ \mu_v &= S_{\Omega S} S_{\tilde{\omega}_v} / (2\pi)^2 \gg 1, \\ \mu_F &= S_{\Omega F} S_{\tilde{\omega}_v} / (2\pi)^2 \gg 1.\end{aligned}\quad (4)$$

Согласно [3] логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) при проверке гипотезы H_0 (2) против альтернативы H_1 (1) может быть записан в виде

$$L = L_1 - L_0, \quad (5)$$

где $L_i = \ln \Lambda[H_i|H]$, $i = 0, 1$ — логарифм ФОП $\Lambda[H_i|H]$ при проверке гипотезы H_i против альтернативы $H: x(\vec{r}) = n(\vec{r})$.

Пусть спектральные плотности сигнала $G_s(\tilde{\omega})$ и фона $G_v(\tilde{\omega})$, постоянны в пределах областей $\tilde{\omega}_s$ и $\tilde{\omega}_v$ соответственно. Тогда

$$G_s(\tilde{\omega}) = g_s I(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}_s), G_v(\tilde{\omega}) = g_v I(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}_v), \quad (6)$$

где, аналогично (3) $I(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}) = 1$, при $\tilde{\omega} \in \tilde{\omega}$ и $I(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}) = 0$, при $\tilde{\omega} \notin \tilde{\omega}$

При выполнении (4) для спектральных плотностей (6) логарифмы ФОП в (5), согласно [3], имеют вид

$$\begin{aligned}L_1(a_s, q_s, a_v, q_v) &= \frac{1}{N_0} \left[\frac{q_s}{1+q_s} Y_{1s} + \frac{q_v}{1+q_v} Y_{2F} \right] + \frac{2}{N_0} \left[\frac{a_s}{1+q_s} X_S + \frac{a_v}{1+q_v} X_F \right] - \\ &- \frac{1}{N_0} \left[\frac{a_s^2}{1+q_s} S_{\Omega S} + \frac{a_v^2}{1+q_v} S_{\Omega F} \right] - \frac{1}{2} [\mu_s \ln(1+q_s) + \mu_F \ln(1+q_v)],\end{aligned}\quad (7)$$

$$L_0(a_v, q_v) = \frac{1}{N_0} \frac{q_v}{1+q_v} Y_2 + \frac{2}{N_0} \frac{a_v}{1+q_v} X - \frac{1}{N_0} S_{\Omega} \frac{a_v^2}{1+q_v} - \frac{1}{2} \mu \ln(1+q_v). \quad (8)$$

Здесь a_s и a_v — математические ожидания сигнала и фона, $q_s = 2g_s / N_0$, $q_v = 2g_v / N_0$, $\mu = \mu_s + \mu_F$,

$$X_S = \int_{\Omega_S} x(\vec{r}) d\vec{r}, \quad X_F = \int_{\Omega_F} x(\vec{r}) d\vec{r}, \quad X = X_S + X_F, \quad (9)$$

$$Y_{is} = \int_{\Omega_S} \tilde{y}_i^2(\vec{r}) d\vec{r}, \quad i = 1, 2, \quad Y_{2F} = \int_{\Omega_F} \tilde{y}_2^2(\vec{r}) d\vec{r}, \quad Y_2 = Y_{2S} + Y_{2F}, \quad (10)$$

а $\tilde{y}_i(\vec{r})$ — сигналы на выходах пространственных фильтров, передаточные функции которых должны удовлетворять условиям

$$|\tilde{H}_1(\tilde{\omega})|^2 = I(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}_s); \quad |\tilde{H}_2(\tilde{\omega})|^2 = I(\tilde{\omega}, \tilde{\omega}_v).$$

Если истинные значения математических ожиданий a_{s0}, a_{v0} и спектральных плотностей g_{s0}, g_{v0} сигнала и фона априори известны, то алгоритм обнаружения сводится к сравнению логарифма ФОП с порогом h [4]

$$L = L_1(a_{s0}, q_{s0}, a_{v0}, q_{v0}) - L_0(a_{v0}, q_{v0}) \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_0}{<} h. \quad (11)$$

Здесь $q_{s0} = 2g_{s0} / N_0, q_{v0} = 2g_{v0} / N_0$.

Одно из возможных решений задачи обнаружения изображения при неизвестных истинных значениях параметров полезного изображения a_{s0}, q_{s0} и фона a_{v0}, q_{v0} — применение квазиправдоподобного обнаружителя (КПО) [4]. Для синтеза КПО вместо истинных значений a_{s0}, q_{s0} и a_{v0}, q_{v0} используются ожидаемые (прогнозируемые) значения неизвестных параметров $a_s^*, q_s^*, a_v^*, q_v^*$. Следовательно, КПО принимает решения по правилу

$$L^* = L_1(a_s^*, q_s^*, a_v^*, q_v^*) - L_0(a_v^*, q_v^*) \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_0}{<} h. \quad (12)$$

В общем случае $a_s^* \neq a_{s0}, q_s^* \neq q_{s0}, a_v^* \neq a_{v0}$ и $q_v^* \neq q_{v0}$. Однако при $a_s^* = a_{s0}, q_s^* = q_{s0}, a_v^* = a_{v0}$ и $q_v^* = q_{v0}$ КПО переходит в оптимальный обнаружитель (11).

Используя, при выполнении (4), гауссовскую аппроксимацию распределения логарифма ФОП (12), можно найти приближенные значения вероятности ложной тревоги α и пропуска сигнала β

$$\alpha = 1 - \Phi[(h - m_0) / \sigma_0] \quad (13)$$

$$\beta = \Phi[(h - m_1) / \sigma_1] \quad (14)$$

Здесь

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp(-v^2 / 2) dv \quad (15)$$

— интеграл вероятности, а $m_i = \langle L^* | H_i \rangle, \sigma_i^2 = \langle (L^* - m_i)^2 | H_i \rangle, i = 0, 1$

Для обнаружения воспользуемся критерием Неймана—Пирсона [4], согласно которому порог h в формуле (11) определяется по заданной вероятности ложной тревоги α . Подставив в (14) порог h из (13), получаем

$$\beta = 1 - \Phi(z - \eta h_\alpha), \quad (16)$$

где $h_\alpha = \arg \Phi(1-\alpha)$, $\arg \Phi(y)$ — функция, обратная интегралу вероятности (15), а

$$\eta^2 = \sigma_0^2 / \sigma_1^2, z^2 = (m_1 - m_0)^2 / \sigma_1^2. \quad (17)$$

Таким образом, когда допустима гауссовская аппроксимация распределения логарифма ФОР (12), эффективность обнаружения полностью определяется параметром η^2 и отношением сигнал/шум z^2 (17).

Вычисляя первые два момента логарифма ФОР L^* при гипотезах H_0 и H_1 , найдем параметры (17), определяющие эффективность обнаружения:

$$z^2 = \frac{1}{4} \left[\frac{1}{\varepsilon_s^2} \left(\nu_s q_s - \nu_v q_v \frac{1+q_s}{1+q_v} + 2\omega_s \right) + \frac{1}{\varepsilon_v^2} \left(\nu_v q_v - \nu_s q_s \frac{1+q_v}{1+q_s} + 2\omega_v \right) \right] -$$

$$- \frac{2}{\varepsilon_s \varepsilon_v} \left(\omega_v \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} + \omega_s \sqrt{\frac{1+q_v}{1+q_s}} \right) + \mu_s \nu_s q_s \left(1 - B_v \frac{1+q_v}{1+q_s} \right) + \mu_v \nu_v q_v \times$$

$$\times \left(1 - B_s \frac{1+q_s}{1+q_v} \right) \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \left(\nu_s q_s - \nu_v q_v \frac{1+q_s}{1+q_v} + \omega_s \right) - \omega_v \frac{1}{\varepsilon_v} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} \right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \mu_s \nu_s^2 q_s^2 + \frac{1}{2} \mu_v \nu_v^2 q_v^2 A_s \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 - \frac{\varphi}{\chi} \nu_s \nu_v q_s q_v \frac{1+q_s}{1+q_v} \Big]^{-1}, \quad (18)$$

$$\eta^2 = \left[\frac{1}{\varepsilon_v} \left(\nu_v q_v - \nu_s q_s \frac{1+q_v}{1+q_s} + \omega_v \right) - \omega_s \frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{1+q_v}{1+q_s}} \right] \times$$

$$\times \frac{1}{2} \mu_s \nu_s^2 q_s^2 A_v \left(\frac{1+q_v}{1+q_s} \right)^2 + \frac{1}{2} \mu_v \nu_v^2 q_v^2 - \frac{\varphi}{\chi} \nu_s \nu_v q_s q_v \frac{1+q_v}{1+q_s} \Big] \times$$

$$\times \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \left(\nu_s q_s - \nu_v q_v \frac{1+q_s}{1+q_v} + \omega_s \right) - \omega_v \frac{1}{\varepsilon_v} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} \right]^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} \mu_s \nu_s^2 q_s^2 + \frac{1}{2} \mu_v \nu_v^2 q_v^2 A_s \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 - \frac{\varphi}{\chi} \nu_s \nu_v q_s q_v \frac{1+q_s}{1+q_v} \Big]^{-1}. \quad (19)$$

Здесь обозначено

$$\nu_s = \frac{(1 + \delta_{qs})(1 + q_s)}{1 + q_s(1 + \delta_{qs})}, \quad \nu_v = \frac{(1 + \delta_{qv})(1 + q_v)}{1 + q_v(1 + \delta_{qv})},$$

$$\omega_s = \frac{(1 + \delta_{as})(1 + q_s)}{1 + q_s(1 + \delta_{qs})}, \quad \omega_v = \frac{(1 + \delta_{av})(1 + q_v)}{1 + q_v(1 + \delta_{qv})},$$

$$\delta_{as} = \frac{a_s^* - a_{s0}}{a_{s0}}, \quad \delta_{av} = \frac{a_v^* - a_{v0}}{a_{v0}}, \quad \delta_{qs} = \frac{q_s^* - q_{s0}}{q_{s0}}, \quad \delta_{qv} = \frac{q_v^* - q_{v0}}{q_{v0}}.$$

$$\chi^2 = \frac{S_{\omega s}}{S_{\omega v}}, \quad \varphi = \frac{S_{\omega s v}}{\sqrt{S_{\omega s} S_{\omega v}}},$$

$$A_s = \frac{1}{(1 + q_{s0})^2} + \varphi \chi \left[1 - \frac{1}{(1 + q_{s0})^2} \right], \quad A_v = \frac{1}{(1 + q_{v0})^2} + \frac{\varphi}{\chi} \left[1 - \frac{1}{(1 + q_{v0})^2} \right],$$

$$B_s = \frac{1 + \varphi \chi q_{s0}}{1 + q_{s0}}, \quad B_v = \frac{1 + \varphi q_{v0} / \chi}{1 + q_{v0}}, \quad \varepsilon_s^2 = \frac{N_0}{2} \frac{1 + q_{s0}}{a_{s0}^2 S_{\Omega s}}, \quad \varepsilon_v^2 = \frac{N_0}{2} \frac{1 + q_{v0}}{a_{v0}^2 S_{\Omega v}},$$

$S_{\omega s v}$ — площадь области пересечения областей $\tilde{\omega}_s$ и $\tilde{\omega}_v$.

Если истинные и прогнозируемые значения неизвестных параметров совпадают $a_s^* = a_{s0}$, $q_s^* = q_{s0}$, $a_v^* = a_{v0}$ и $q_v^* = q_{v0}$, то $\delta_{as} = \delta_{av} = \delta_{qs} = \delta_{qv} = 0$ и, следовательно $\omega_s = \omega_v = 1$. В этом случае параметры (17), определяющие эффективность обнаружения, примут вид

$$\begin{aligned} z_0^2 = & \frac{1}{4} \left[\left[\sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} \frac{1}{\varepsilon_s} - \frac{1}{\varepsilon_v} \right]^2 + \left[\frac{1}{\varepsilon_s} - \sqrt{\frac{1+q_v}{1+q_s}} \frac{1}{\varepsilon_v} \right]^2 + \mu_s q_s \left(1 - B_v \frac{1+q_v}{1+q_s} \right) + \mu_v q_v \left(1 - B_s \frac{1+q_s}{1+q_v} \right) \right]^2 \\ & \frac{1+q_s}{1+q_v} \left[\sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} \frac{1}{\varepsilon_s} - \frac{1}{\varepsilon_v} \right]^2 + \frac{1}{2} \mu_s q_s^2 + \frac{1}{2} \mu_v q_v^2 \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 - \frac{\varphi}{\chi} q_s q_v \frac{1+q_s}{1+q_v} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \eta_0^2 = & \frac{\frac{1+q_v}{1+q_s} \left[\frac{1}{\varepsilon_s} - \sqrt{\frac{1+q_v}{1+q_s}} \frac{1}{\varepsilon_v} \right]^2 + \frac{1}{2} \mu_s A_v q_s^2 \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 + \frac{1}{2} \mu_v q_v^2 - \mu_s \frac{\varphi}{\chi} q_s q_v \frac{1+q_s}{1+q_v}}{\frac{1+q_s}{1+q_v} \left[\sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} \frac{1}{\varepsilon_s} - \frac{1}{\varepsilon_v} \right]^2 + \frac{1}{2} \mu_s q_s^2 + \frac{1}{2} \mu_v q_v^2 \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 - \mu_s \frac{\varphi}{\chi} q_s q_v \frac{1+q_s}{1+q_v}} \end{aligned} \quad (21)$$

Сравнивая значения параметров (18), (19) со значениями параметров (20), (21), можно оценить потери вследствие использования КПО.

Повысить эффективность обнаружения изображения с неизвестными параметрами при наличии фона с неизвестными параметрами можно, если одновременно с обнаружением производить оценку неизвестных параметров [4]. Подставляя, в частности, в (7), (8) вместо неизвестных параметров a_s , a_v , q_s , q_v их оценки максимального правдоподобия, приходим к обобщенному алго-

ритму максимального правдоподобия (АМП) [4]. В соответствии с АМП правило обнаружения сводится к сравнению с порогом величины

$$L_m = \sup_{a_s, a_v, q_s, q_v} L_1(a_s, q_s, a_v, q_v) - \sup_{a_v, q_v} L_0(a_v, q_v) \stackrel{H_1}{>} \stackrel{H_0}{<} h. \quad (22)$$

Максимизируя (7), (8) для L_m , получаем

$$\begin{aligned} L_m &= \sup_{a_s, a_v, q_s, q_v} L_1(a_s, q_s, a_v, q_v) - \sup_{a_v, q_v} L_0(a_v, q_v) = \\ &= \frac{1}{N_0} [Y_{1s} - Y_{2s}] - \frac{1}{2} \mu_s \left[1 + \ln \left[\frac{2}{N_0 \mu_s} (Y_{1s} - X_s^2 / S_{\Omega s}) \right] \right] - \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu_F \left[1 + \ln \left[\frac{2}{N_0 \mu_F} (Y_{2F} - X_F^2 / S_{\Omega F}) \right] \right] + \\ &\quad + \frac{1}{2} \mu \left[1 + \ln \left[\frac{2}{N_0 \mu} (Y_2 - X^2 / S_{\Omega}) \right] \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

Отметим, что в отличие от КПО (12) и оптимального алгоритма обнаружения (11), АМП (22), (23) является существенно нелинейным.

Рассмотрим поведение логарифма ФОП (23) при обеих гипотезах — H_1 (1) и H_0 (2). Подставляя (1) в (23), получаем, что при наличии изображения (верна гипотеза H_1)

$$\begin{aligned} L_m[H_1] &= \frac{1}{2} \mu_s - \frac{1}{2} \mu_s \ln(1 + q_{s0}) + \frac{1}{2} \mu_v [1 - B_s(1 + q_{s0}) + \ln(1 + q_{v0})] + \\ &\quad + \frac{1}{2} (1 + q_{s0}) \left[\xi_{ys1} \sqrt{2\mu_s + \frac{4}{\epsilon_s^2}} - \xi_{ys2} \sqrt{2\mu_v A_s + \frac{4}{\epsilon_s^2}} \right] - \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu_s \ln \left[1 + \frac{1}{\mu_s} \left(\xi_{ys1} \sqrt{2\mu_s + \frac{4}{\epsilon_s^2}} - \xi_{xs} \frac{2}{\epsilon_s} - \xi_{xs}^2 \right) \right] - \\ &\quad - \frac{1}{2} \mu_F \ln \left[1 + \frac{1}{\mu_F} \left(\xi_{yF} \sqrt{2\mu_F + \frac{4}{\epsilon_F^2}} - \xi_{xF} \frac{2}{\epsilon_F} - \xi_{xF}^2 \right) \right] + \\ &\quad + \frac{1}{2} \mu \ln \left[\frac{S_{\Omega s}}{S_{\Omega}} B_s + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}} + \frac{1}{\mu} \left(\frac{1}{\epsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1 + q_{s0}}{1 + q_{v0}}} - \frac{1}{\epsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \right)^2 \right] + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1+q_{s0}}{1+q_{v0}} \xi_{ys2} \sqrt{2\mu_v A_s + \frac{4}{\varepsilon_s^2}} + \xi_{yF} \sqrt{2\mu_F + \frac{4}{\varepsilon_F^2}} - \\
& - 2 \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_{s0}}{1+q_{v0}}} + \frac{1}{\varepsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \right] \left[\xi_{xs} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_{s0}}{1+q_{v0}}} + \xi_{xF} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \right] - \\
& \left[\xi_{xs} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_{s0}}{1+q_{v0}}} + \xi_{xF} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \right]^2 \Bigg]. \quad (24)
\end{aligned}$$

Соответственно, подставляя (2) в (23), получаем, что при отсутствии изображения (верна гипотеза H_0)

$$\begin{aligned}
L_m[H_0] = & -\frac{1}{2} \mu_v q_{v0} + \frac{1}{2} \mu_v \ln(1+q_{v0}) - \frac{1}{2} \mu_s (1 - B_v (1+q_{v0}) + \ln(1+q_{v0})) + \\
& + \frac{1}{2} (1+q_{v0}) \left[\xi_{ys1} \sqrt{2\mu_s A_v + \frac{4}{\varepsilon_v^2}} - \xi_{ys2} \sqrt{2\mu_v + \frac{4}{\varepsilon_v^2}} \right] - \\
& - \frac{1}{2} \mu_s \ln \left[1 + \frac{1}{\mu_s} \left(\xi_{ys1} \sqrt{2\mu_s A_v + \frac{4}{\varepsilon_v^2}} - \xi_{xs} \frac{2}{\varepsilon_v} - \xi_{xs}^2 \right) \right] - \\
& - \frac{1}{2} \mu_F \ln \left[1 + \frac{1}{\mu_F} \left(\xi_{yF} \sqrt{2\mu_F + \frac{4}{\varepsilon_F^2}} - \xi_{xF} \frac{2}{\varepsilon_F} - \xi_{xF}^2 \right) \right] + \\
& + \frac{1}{2} \mu \ln \left[1 + \frac{1}{\mu} \left(\xi_{yF} \sqrt{2\mu_F + \frac{4}{\varepsilon_F^2}} + \xi_{ys2} \sqrt{2\mu_v + \frac{4}{\varepsilon_v^2}} - \xi_{xs} \frac{2}{\varepsilon_v} - \xi_{xF} \frac{2}{\varepsilon_F} - \right. \right. \\
& \left. \left. \left(\xi_{xs} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} + \xi_{xF} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \right)^2 \right) \right]. \quad (25)
\end{aligned}$$

$$\varepsilon_F^2 = \frac{N_0}{2} \frac{1+q_{v0}}{a_{v0}^2 S_{\Omega F}},$$

$$\xi_{xs} = \frac{X_s - \langle X_s \rangle}{\sqrt{\langle [X_s - \langle X_s \rangle]^2 \rangle}}, \quad \xi_{xF} = \frac{X_F - \langle X_F \rangle}{\sqrt{\langle [X_F - \langle X_F \rangle]^2 \rangle}},$$

$$\xi_{ysi} = \frac{Y_{is} - \langle Y_{is} \rangle}{\sqrt{\langle [Y_{is} - \langle Y_{is} \rangle]^2 \rangle}}, \quad i=1,2, \quad \xi_{yF} = \frac{Y_{2F} - \langle Y_{2F} \rangle}{\sqrt{\langle [Y_{2F} - \langle Y_{2F} \rangle]^2 \rangle}},$$

Случайные величины ξ_{xs} и ξ_{xF} являются гауссовскими, т. к. получены в результате линейного преобразования гауссовского случайного поля (9). В [5] показано, что с ростом параметров μ_s, μ_v, μ_F распределение случайных величин $Y_{is}, i=1,2$ и Y_{2F} (10) сходится к гауссовскому. Поэтому при выполнении (4) случайные величины $\xi_{xs}, \xi_{xF}, \xi_{ysi}$ и ξ_{yF} являются гауссовскими случайными величинами, обладающими первыми двумя моментами,

$$\langle \xi_{xs} \rangle = \langle \xi_{xF} \rangle = \langle \xi_{ysi} \rangle = \langle \xi_{yF} \rangle = 0, \quad \langle \xi_{xs}^2 \rangle = \langle \xi_{xF}^2 \rangle = \langle \xi_{ysi}^2 \rangle = \langle \xi_{yF}^2 \rangle = 1,$$

$$\langle \xi_{xs} \xi_{xF} | H_i \rangle = \langle \xi_{ysi} \xi_{yF} | H_i \rangle = \langle \xi_{ys2} \xi_{yF} | H_i \rangle = \langle \xi_{xs} \xi_{yF} | H_i \rangle = \\ = \langle \xi_{ys2} \xi_{xF} | H_i \rangle = \langle \xi_{ysi} \xi_{xF} | H_i \rangle = 0, \quad i=0,1,$$

$$\langle \xi_{yF} \xi_{xF} | H_i \rangle = 2 / \left(\epsilon_F \sqrt{2\mu_F + 4 / \epsilon_F^2} \right), \quad i=0,1,$$

$$\langle \xi_{ysi} \xi_{ys2} | H_0 \rangle = (2\varphi / \chi + 4 / \epsilon_v^2) / \left(\sqrt{(2\mu_s A_v + 4 / \epsilon_v^2)(2\mu_v + 4 / \epsilon_s^2)} \right),$$

$$\langle \xi_{ysi} \xi_{ys2} | H_1 \rangle = (2\varphi / \chi + 4 / \epsilon_s^2) / \left(\sqrt{(2\mu_v A_s + 4 / \epsilon_s^2)(2\mu_s + 4 / \epsilon_s^2)} \right),$$

$$\langle \xi_{ysi} \xi_{xs} | H_0 \rangle = 2 / \left(\epsilon_v \sqrt{(2\mu_s A_v + 4 / \epsilon_v^2)} \right),$$

$$\langle \xi_{ysi} \xi_{xs} | H_1 \rangle = 2 / \left(\epsilon_s \sqrt{(2\mu_s + 4 / \epsilon_s^2)} \right),$$

$$\langle \xi_{xs} \xi_{ys2} | H_0 \rangle = 2 / \left(\epsilon_v \sqrt{(2\mu_v + 4 / \epsilon_v^2)} \right),$$

$$\langle \xi_{s2} \xi_{ys2} | H_1 \rangle = 2 / \left(\epsilon_s \sqrt{(2\mu_s A_v + 4 / \epsilon_s^2)} \right).$$

При выполнении (4) разложим (24) и (25) в степенной ряд по малым параметрам $\sqrt{2/\mu_s}, \sqrt{2/\mu_F}, \sqrt{2/\mu}$. Оставляя в разложении слагаемые, в которые эти малые параметры входят в степени не выше первой, получим приближенные значения логарифма ФОП (23) при наличии изображения (верна гипотеза H_1):

$$L_m[H_1] = \frac{1}{2} \mu_s q_s - \frac{1}{2} \mu_v (B_s - 1) - \frac{1}{2} [\mu_s \ln(1+q_s) - \mu_v \ln(1+q_v)] +$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \mu \ln \left(\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}} B_v + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}} \right) + \frac{1}{2} q_s \xi_{ys1} \sqrt{2\mu_s + \frac{4}{\varepsilon_s^2}} - \frac{1}{2} (1+q_s) \xi_{ys2} \left[1 - \frac{A}{1+q_v} \right] \times \\
& \quad \times \sqrt{2\mu_v A_s + \frac{4}{\varepsilon_s^2}} + \frac{1}{2} (A-1) \xi_{yF} \sqrt{2\mu_F + \frac{4}{\varepsilon_F^2}} + \\
& \quad + \xi_{xs} \left[\frac{1}{\varepsilon_s} - A \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} - \frac{1}{\varepsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \right] \right] + \\
& \quad + \xi_{xF} \left[\frac{1}{\varepsilon_F} - A \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} - \frac{1}{\varepsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \right] \right],
\end{aligned}$$

и при отсутствии изображения (верна гипотеза H_0)

$$\begin{aligned}
L_1[H_0] &= \frac{1}{2} \mu_s (B_v (1+q_v) - 1 - \ln(B_v)) - \frac{1}{2} \mu_v q_v - \\
& \quad - \frac{1}{2} \mu_s \ln(1+q_v) + \frac{1}{2} \mu_v \ln(1+q_v) + \\
& \quad + \frac{1}{2} \left[1+q_v - \frac{1}{B_v} \right] \xi_{vs1} \sqrt{2\mu_s A_v + \frac{4}{\varepsilon_v^2}} - \frac{1}{2} q_v \xi_{ys2} \sqrt{2\mu_v + \frac{4}{\varepsilon_v^2}} + \frac{1}{\varepsilon_v} \xi_{xs} \left[\frac{1}{B_v} - 1 \right].
\end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}} B_v + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \times \\
& \times \frac{\mu_v A_s \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 + \mu_F}{\sqrt{\mu_v A_s \left(\frac{1+q_s}{1+q_v} \right)^2 + \mu_F + 2 \left[\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}} + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}} \frac{1+q_s}{1+q_v} \right] \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} - \frac{1}{\varepsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \right]^2}}.
\end{aligned}$$

Таким образом, при выполнении условий (4) логарифм ФОП (23), можно аппроксимировать гауссовской случайной величиной. Параметры (17), определяющие эффективность обнаружения в случае, когда справедлива гауссовская аппроксимация логарифма ФОП имеют следующий вид

$$\begin{aligned}
z_m^2 &= \left[\frac{1}{2} \mu_s (1+q_s - B_v (1+q_v) + \ln(B_v)) + \frac{1}{2} \mu_v (1+q_v - B_s) - \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{2} \mu_s \ln(1+q_s) + \frac{1}{2} \mu_s \ln(1+q_v) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{2} \mu \ln \left[\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}} + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}} \frac{1+q_s}{1+q_v} \right] \left[A^2 \left[\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}} + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}} \frac{1+q_s}{1+q_v} \right] \times \right. \\
& \quad \times \left. \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} - \frac{1}{\varepsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \right]^2 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \mu_s q_s^2 + \frac{1}{2} \mu_v (1+q_s)^2 A_s \left(1 - \frac{A}{1+q_v} \right)^2 - \mu_s \frac{\varphi}{\chi} q_s (1+q_s) \frac{1+q_s}{1+q_v} \left(1 - \frac{A}{1+q_v} \right) \right]^{-1}, \quad (26)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\eta_m^2 &= \left[\frac{1}{2} \mu_s A_v \left(1+q_v - \frac{1}{B_v} \right)^2 + \frac{1}{2} \mu_v q_v^2 - \mu_s \frac{\varphi}{\chi} q_v \left(1+q_v - \frac{1}{B_v} \right) \right] \times \\
& \times \left[A^2 \left[\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}} + \frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}} \frac{1+q_s}{1+q_v} \right] \left[\frac{1}{\varepsilon_s} \sqrt{\frac{S_{\Omega F}}{S_{\Omega}}} \sqrt{\frac{1+q_s}{1+q_v}} - \frac{1}{\varepsilon_F} \sqrt{\frac{S_{\Omega S}}{S_{\Omega}}} \right]^2 + \frac{1}{2} \mu_s q_s^2 + \right. \\
& \quad \left. + \frac{1}{2} \mu_v (1+q_s)^2 A_s \left(1 - \frac{A}{1+q_v} \right)^2 - \mu_s \frac{\varphi}{\chi} q_s (1+q_s) \frac{1+q_s}{1+q_v} \left(1 - \frac{A}{1+q_v} \right) \right]^{-1}. \quad (27)
\end{aligned}$$

Согласно (16), параметры η^2 и z^2 полностью определяют эффективность обнаружения изображения. Следовательно, сопоставляя (18), (19); (20), (21) и (26), (27), можем оценить потери в эффективности обнаружения для КПО и АМП в случае, когда параметры изображения и фона неизвестны.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бычков А. А., Понькин В. А. Обнаружение изображений пространственно протяженных затеняющих фон объектов // Автметрия. — 1992. — № 4. — С. 33—40.
2. Перетягин Г. И. Представление изображений гауссовскими случайными полями // Автметрия. — 1984. — № 6. — С. 42—48.
3. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение случайных изображений пространственно протяженных объектов, затеняющих фон // Автметрия. — 2000. — № 4. — С. 14—25.
4. Трифонов А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами / Теория обнаружения сигналов. — М.: Радио и связь, 1984. — С. 12—89.
5. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Радио и связь, 1982. — 624 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 23.08.2001.