226 225

ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 46

3-4
март-апрель

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

2003

вершина плотности распределения становится более высокой и острой по сравнению с нормальной плотностью распределения вероятностей. При $P < 0.7$ уменьшение выигрыша в определении $\Delta P_{\text{дов}}$ можно объяснить увеличением дисперсии оценки времени поиска сигнала. Кроме того, в этом случае аппроксимацию плотности распределения $\omega_1(\tilde{T})$ рядом Эджворта нельзя считать корректной.

Таким образом, полученные результаты показывают, что при расчетах доверительных вероятностей принадлежности оценки времени поиска заданному временному интервалу при высоких вероятностях обнаружения сигналов аппроксимация плотности вероятности временных интервалов поиска сигналов нормальным законом (т. е. ограничением первых двух моментов) и не учете более высоких моментов может приводить к существенным ошибкам.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах / Под ред. Ю. М. Казаринова.— М. : Сов. радио, 1975.— 296 с.

2. *Журавлев В. И.* Поиск и синхронизация в широкополосных системах. — М. : Радио и связь, 1986. — 240 с.

3. *Нахмансон Г. С.* Эффективность оценивания времени последовательного поиска сигналов на ограниченном временном интервале с учетом априорной информации // Радиоэлектроника. — 2001. — №10. — С. 72—80. (Изв. высш. учеб. заведений).

4. *Тихонов В. И.* Статистическая радиотехника. — М. : Сов. радио, 1966. — 560 с.

5. *Двайт Г. Б.* Таблица интегралов. — М. : Наука, 1964.— 224 с.

Воронежский авиационный инженерный ин-т. Поступила в редакцию 10.01.2002.

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., ТРИФОНОВ П. А.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОЦЕНКИ ШИРИНЫ СПЕКТРА СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ*

Найдена дисперсия эффективной оценки эквивалентной полосы частот сверхширокополосного сигнала.

* Работа выполнена при поддержке CRDF, Минобразования РФ и РФФИ (проекты VZ-010-0, E00-3,5-5 и 02-01-00057).

В работах [1—6] и др. рассмотрены возможности применения сверхкоротких (субнаносекундных) импульсов в радиолокации. Показано, что такие сигналы позволяют обнаруживать и сопровождать малозаметные цели в диапазоне дальности от единиц до сотни километров при значениях скорости от единиц м/с. Короткоимпульсные сигналы представляют собой частный случай сверхширокополосных сигналов (СШПС), использование которых позволяет в принципе расширить возможности радиолокации. В связи с этим возникает необходимость изучения возможности измерения такого важного параметра СШПС как ширина его спектра.

Рассмотрим потенциальную точность оценки ширины спектра СШПС на фоне аддитивного гауссовского шума. Положим, что СШПС $s(t)$ наблюдается на фоне гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0. Введем в рассмотрение спектр СШПС

$$S(j\omega)=\int\limits_{-\infty}^{\infty} s(t)\exp(-j\omega t)dt, \tag{1}$$

и обозначим

$$q=\max|S(j\omega)|. \tag{2}$$

Ширину спектра СШПС (1) будем характеризовать эквивалентной полосой частот

$$\Omega=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|S(j\omega)|^2\,d\omega/\max|S(j\omega)|^2=\int\limits_{-\infty}^{\infty}|S(j\omega)|^2\,d\omega/q^2. \tag{3}$$

Для того, чтобы получить форму записи СШПС содержащую в явном виде эквивалентную полосу частот (3) используем функцию:

$$h(x)=S(jx\Omega)/q, \tag{4}$$

где $S(jx\Omega)$ — спектр СШПС (1), которая нормирована так, что

$$\max|h(x)|==1,\ \int\limits_{-\infty}^{\infty}|h(x)|^2dx=1,$$

и описывает форму спектра СШПС с единичной эквивалентной полосой частот. Используя функцию (4), представим спектр СШПС (1) в виде

$$S(j\omega)=qh(\omega/\Omega). \tag{5}$$

Отсюда получаем выражение для СШПС, в которое явно входит эквивалентная полоса частот (3)

$$s(t) \equiv s(t,\Omega) = \frac{q}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} h\left(\frac{\omega}{\Omega}\right)\exp(j\omega t)\mathrm{d}\omega. \qquad (6)$$

Потенциальную точность оценки эквивалентной полосы частот Ω сигнала (6) будем характеризовать дисперсией эффективной оценки [7]. При приеме сигнала (6) на фоне белого шума, дисперсию эффективной оценки можно найти, используя сигнальную функцию (функцию неопределенности)

$$S(\Omega_1,\Omega_2) = \frac{2}{N_0}\int_0^T s(t,\Omega_1)s(t,\Omega_2)\mathrm{d}t. \qquad (7)$$

Далее полагаем, что время наблюдения T много больше длительности СШПС, так, что пределы интегрирования в (7) можно заменить на бесконечные. Переходя в (7) к спектральному представлению СШПС (5) для сигнальной функции получаем выражение

$$S(\Omega_1,\Omega_2) = \frac{q^2}{\pi N_0}\int_{-\infty}^{\infty} h\left(\frac{\omega}{\Omega_1}\right)h^*\left(\frac{\omega}{\Omega_2}\right)\mathrm{d}t. \qquad (8)$$

Согласно [7] дисперсия эффективной оценки эквивалентной полосы частот определяется формулой

$$\sigma_\Omega^2 = \left[\frac{\partial^2 S(\Omega_1,\Omega_2)}{\partial\Omega_1\partial\Omega_2}\right]_{\Omega_0}^{-1}, \qquad (9)$$

где Ω_0 — истинное значение эквивалентной полосы частот СШПС.

Подставляя (8) в (9) и выполняя дифференцирование, находим дисперсию эффективной оценки эквивалентной полосы частот СШПС

$$\sigma_\Omega^2 = \Omega_0^2 / z^2\psi^2, \qquad (10)$$

где

$$z^2 = \frac{2}{N_0}\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{\pi N_0}\int_{-\infty}^{\infty}\left|S(j\omega)\right|^2\mathrm{d}\omega \qquad (11)$$

— отношение сигнал/шум для принятого сигнала, а

$$\psi^2 = \int_{-\infty}^{\infty} x^2\left|\frac{\mathrm{d}h(x)}{\mathrm{d}x}\right|^2\mathrm{d}x, \qquad (12)$$

— параметр, определяющий зависимость эффективной оценки эквивалентной полосы частот от формы спектра СШПС (1).

Выражение (10) позволяет выяснить зависимость дисперсии оценки от параметров СШПС и отношения сигнал/шум. Однако, расчет дисперсии оценки по формуле (10) не всегда удобен, так как предполагает предварительное определение величин (2), (3), (11), (12) и функции (4), что может привести к вычислительным трудностям. Поэтому приведем еще одну форму записи дисперсии эффективной оценки эквивалентной полосы частот СШПС, которая в ряде задач позволяет упростить расчеты. Для этого в (8)—(10) подставим функцию $h(x)$ из (4). После замены переменной интегрирования, имеем

$$\sigma_\Omega^2 = \frac{\pi N_0\left[\int\limits_{-\infty}^{\infty}|S(j\omega)|^2 d\omega\right]^2}{\int\limits_{-\infty}^{\infty}\omega^2\left|\frac{dS(j\omega)}{d\omega}\right|^2 d\omega\left[\max|S(j\omega)|\right]^4}, \tag{13}$$

где дисперсия эффективной оценки непосредственно выражается через спектр СШПС (1).

Полученные аналитические выражения (10), (13) для потенциальной точности оценки ширины спектра СШПС используют спектральное представление СШПС (1). Однако, во многих задачах обработки СШПС целесообразным является представление СШПС в виде функции времени $s(t)$.

Обозначим

$$a = \max s(t) \tag{14}$$

— амплитуда СШПС, а

$$\tau = \int\limits_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt / \max s^2(t) \tag{15}$$

— его эквивалентная длительность. Для того, чтобы получить форму записи СШПС, содержащую в явном виде эквивалентную длительность (15), используем функцию

$$f(x) = s(x\tau)/a, \tag{16}$$

которая нормирована таким образом, что

$$\max f(x) = 1; \int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = 1, \tag{17}$$

и описывает форму СШПС с единичными амплитудой (14) и эквивалентной длительностью (15). Используя (16), представим СШПС в виде:

$$s(t) = af(t/\tau). \tag{18}$$

Подставляя (18) в (1), для спектра СШПС получаем выражение

$$S(\mathrm{j}\omega) = a\tau \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-\mathrm{j}\omega x \tau) \mathrm{d}x. \tag{19}$$

Затем, подставляя (19) в (3), преобразуем числитель полученного выражения, используя теорему Парсеваля $\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) \mathrm{d}t = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |S(\mathrm{j}\omega)|^2 \mathrm{d}\omega$. Учитывая условие нормировки (17), имеем $\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) \mathrm{d}t = a^2 \tau$, так, что в (3) $\Omega = 2\pi / \tau g^2$, где

$$g = \max_y \left| \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-\mathrm{j}yx) \mathrm{d}x \right|. \tag{20}$$

Таким образом, эквивалентную длительность СШПС (15) можно выразить через эквивалентную полосу частот (3) с помощью соотношения

$$\tau = 2\pi / \Omega g^2. \tag{21}$$

Подставляя (21) в (18), получаем представление СШПС, в которое явно входит эквивалентная полоса частот (3)

$$s(t) \equiv s(t, \Omega) = af(t\Omega g^2 / 2\pi). \tag{22}$$

Затем, подставляя (22) в (8) и заменяя пределы интегрирования на бесконечные, можем записать сигнальную функцию в виде

$$S(\Omega_1, \Omega_2) = \frac{2a^2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} f\left(\frac{t\Omega_1 g^2}{2\pi}\right) f\left(\frac{t\Omega_2 g^2}{2\pi}\right) \mathrm{d}t. \tag{23}$$

Подставляя далее (23) в (9) и выполняя дифференцирование, находим дисперсию эффективной оценки эквивалентной полосы частот СШПС

$$\sigma_\Omega^2 = \Omega_0^2 / z^2 d^2. \tag{24}$$

Здесь отношение сигнал/шум z^2 определяется из (11), а

$$d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[x \frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x} \right]^2 \mathrm{d}x \tag{25}$$

— параметр, определяющий зависимость дисперсии эффективной оценки эквивалентной полосы частот от формы СШПС. Используя (21), получаем зависимость дисперсии эквивалентной полосы частот от эквивалентной длительности (15) СШПС

$$\sigma_{\Omega}^{2}=\frac{4\pi^{2}}{z^{2}\tau^{2}g^{4}d^{2}}. \qquad (26)$$

Выражения (24), (26) позволяют исследовать зависимость дисперсии оценки от параметров СШПС и отношения сигнал/шум. Однако, аналогично (10) расчет дисперсии оценки по формулам (24), (26) не всегда удобен, так как предполагает предварительное определения величин (14), (15), (20) и функции (16). Поэтому приведем еще одну форму записи дисперсии эффективной оценки эквивалентной полосы частот СШПС, которая в ряде задач позволяет упростить расчеты. Для этого в (23)—(25) подставим функцию $f(x)$ из (16). После замены переменной интегрирования имеем

$$\sigma_{\Omega}^{2}=\frac{2\pi^{2}N_{0}a^{2}}{g^{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty}s^{2}(t)\mathrm{d}t\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[t\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}\right]^{2}\mathrm{d}t},$$

или, учитывая, что в (2) $q = ag$, где g определяется из (20),

$$\sigma_{\Omega}^{2}=\frac{2\pi^{2}N_{0}\left[\max s(t)\right]^{6}}{\left[\max S(\mathrm{j}\omega)\right]^{4}\int\limits_{-\infty}^{\infty}s^{2}(t)\mathrm{d}t\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left[t\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}\right]^{2}\mathrm{d}t}.$$

Найденные выражения для потенциальной точности оценки ширины спектра сверхширокополосного сигнала позволяют исследовать влияние параметров и формы СШПС на точность оценки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Хармут Х. Ф.* Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи.— М. : Радио и связь, 1985.— 376 с.

2. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Сверхширокополосная оценка дальности при зондировании последовательностью разрывных импульсов // Радиоэлектроника.— 1999.— №7. — С. 31—42 (Изв. вузов).

3. *Астанин Л. Ю., Костылев А. А.* Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений.— М. : Радио и связь, 1989.— 192 с.

4. *Бункин Б. В., Кашин В. А.* Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС // Радиотехника.— 1995.— № 4, 5. — С. 128—133.

5. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Эффективность сверхширокополосной оценки дальности флуктуирующей цели // Радиоэлектроника.— 2000.— №9. — С. 3—12. (Изв. вузов).

6. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Эффективность сверхширокополосного обнаружения и измерения дальности и скорости цели // Радиотехника и электроника.— 1997.— Т. 42.— №4.— С. 451—456.

7. *Куликов Е. И., Трифонов А. П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех.— М. : Сов. радио, 1978.— 296 с.

Воронежский государственный ун-т.

Поступила в редакцию 29.01.02.