227

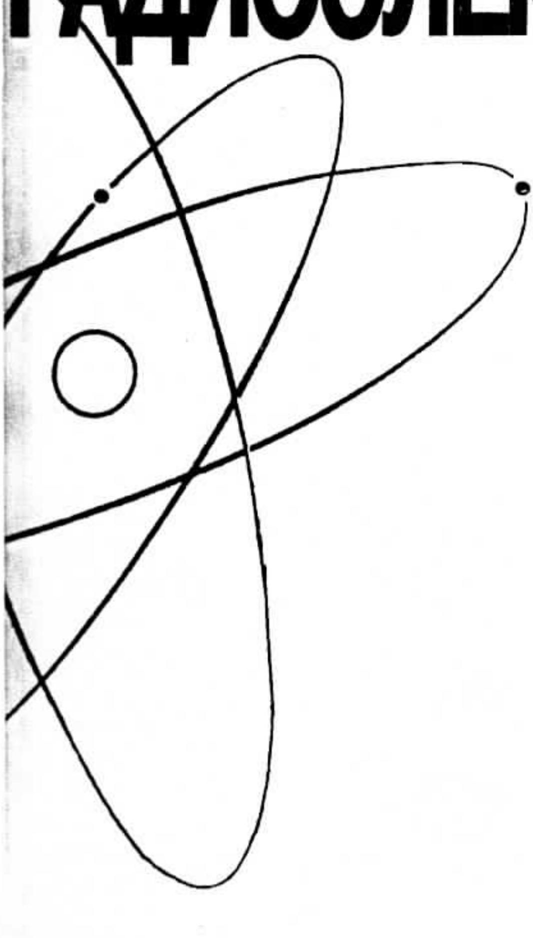
227

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ»

ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

# РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 46

5-6
май-июнь

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

2003

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А.П., БЕСПАЛОВА М.Б.

# СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ ЦЕЛИ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ РАЗРЫВНЫМИ ИМПУЛЬСАМИ*

Найдены характеристики максимально правдоподобного обнаружителя цели с неизвестными дальностью или скоростью.

В [1—5] и др. рассмотрены возможности применения сверхкоротких (субнаносекундных) импульсов и их последовательностей в радиолокации. Короткоимпульсные сигналы и их последовательности представляют собой частный случай сверхширокополосных сигналов (СШПС), использование которых имеет свою специфику и позволяет в принципе расширить возможности радиолокации. Так, в [1] приведены характеристики сверхширокополосного обнаружения цели с известными параметрами, а в [4] — цели с априори неизвестными дальностью и скоростью. При этом предполагалось, что для отдельных импульсов выполняются обычные условия регулярности [6]. Однако, реальные СШПС достаточно часто имеют весьма короткие фронты, что позволяет успешно аппроксимировать их разрывными функциями времени [2, 3, 5].

Цель работы — анализ эффективности сверхширокополосного обнаружения цели с неизвестными дальностью или скоростью при зондировании разрывными импульсами.

Аналогично [4], зондирующую последовательность СШПС запишем как

$$\widetilde{s}(t)=\sum_{k=0}^{N-1}\widetilde{s}_k\Big[t-(k-\mu)\ \theta-\lambda\Big]=\sum_{k=0}^{N-1}\widetilde{a}_k\,\widetilde{s}\Big[t-(k-\mu)\ \theta-\lambda\Big], \tag{1}$$

где функция $\widetilde{s}(\cdot)$ описывает форму одного импульса, $\widetilde{a}_k=\max\widetilde{s}_k(t)$ — его амплитуда, $\theta$ — период следования, а $\lambda$ — временное положение последовательности.

Параметр $\mu$ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение $\lambda$. Так, при $\mu=0$ величина $\lambda$ представляет собой времен-

---

* Работа выполнена при поддержке CRDF, Минобразования РФ и РФФИ (проекты VZ-010-0, E00-3,5-5 и 02-01-00057).

ное положение первого импульса последовательности, при $\mu=(N-1)/2$ — временное положение середины последовательности (1), а при $\mu=N-1$ — временное положение последнего импульса. Полагаем, что зондирующая последовательность (1) рассеивается целью с дальностью $R_0$ и радиальной скоростью $V_0$, причем

$$R_0 \in [R_{\min}, R_{\max}], \quad V_0 \in [-V_{\max}/2, V_{\max}/2], \tag{2}$$

$$V_{\max} \ll c \ , \tag{3}$$

где $c$ — скорость света. Тогда принимаемый сигнал можно записать как [5,7]

$$s(t,R_0,V_0)=\sum_{k=0}^{N-1} s_k\left[t-2R_0/c-(k-\mu)\theta(1+2V_0/c)\right]=$$

$$=\sum_{k=0}^{N-1} a_k f\left\{\left[t-2R_0/c-(k-\mu)\theta(1+2V_0/c)\right]/\tau\right\}, \tag{4}$$

где $a_k=\max s_k(t)$ — амплитуда, $\tau=\int\limits_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t)\mathrm{d}t\left[\max s_k^2(t)\right]^{-1}$ — эквивалентная длительность одного импульса, которая, как и в [1—5], не превышает долей наносекунды. Функции $s_k(\cdot)$ и $f(\cdot)$ описывают форму одного импульса, причем в общем случае функция $s_k(\cdot)$ отличается от $\widetilde{s}_k(\cdot)$ в (1) [1—3].

Функция $f(\cdot)$ нормирована так, что

$$\int\limits_{-\infty}^{\infty} f^2(x)\mathrm{d}x=1, \quad \int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\mathrm{d}x=0, \quad \max f(x)=1. \tag{5}$$

Сигнал (4) принимается на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью $N_0$.

Согласно [4, 6, 7] для расчета характеристик обнаружения необходимо найти сигнальную функцию

$$\hat{S}(R_1,R_2,V_1,V_2)=\frac{2}{N_0}\int\limits_0^T s(t,R_1,V_1)\,s(t,R_2,V_2)\,\mathrm{d}\,t. \tag{6}$$

Полагаем, что интервал наблюдения $[0,T]$ больше длительности всей последовательности (4); скважность $\theta/\tau$ последовательности достаточно велика, так что отдельные импульсы не перекрываются; априорный интервал возможных значений дальности (2) не превосходит интервала однозначного измерения дальности [4, 7], так что

$$R_{\max}-R_{\min}<c\theta/2. \tag{7}$$

Тогда, подставляя (4) в (6), получаем [4] $\hat{S}(R_1, R_2, V_1, V_2) = z^2 S(R_1, R_2, V_1, V_2)$,

где

$$z^2 = 2\tau \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 / N_0 \tag{8}$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) для всей последовательности (4), а

$$S(R_1, R_2, V_1, V_2) = \sum_{k=0}^{N-1} P(k) S_f\left[2(R_2 - R_1)/c\tau + 2\theta(k-\mu)(V_2 - V_1)/c\tau\right] \tag{9}$$

— нормированная сигнальная функция. В (9) обозначено

$$S_f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) f(x-y) \mathrm{d}x \tag{10}$$

— нормированная сигнальная функция при оценке положения функции $f(\cdot)$ (5), а

$$P(k) = a_k^2 / \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \tag{11}$$

и характеризует распределение суммарной мощности последовательности (4) по отдельным импульсам.

Отдельные импульсы последовательности (4) являются сверхширокополосными, поэтому при выполнении (3), (7) у сигнальной функции (9) не будет заметных боковых максимумов [1—5]. Так как СШПС последовательностей (1), (4) аппроксимируются разрывными функциями времени, то при $|y| \to 0$ для (10) справедливо асимптотическое представление [6, 8]

$$S_f(y) = 1 - \delta|y| + o(|y|), \ \delta = \lim_{y \to 0+} \{[1 - S_f(y)]/y\} > 0. \tag{12}$$

Согласно [6], обнаружитель максимального правдоподобия должен вырабатывать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП)

$$L(R,V) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} a_k \int_0^T x(t) f\left[\frac{t - 2R/c - (k-\mu)\theta(1+2V/c)}{\tau}\right] \mathrm{d}t, \tag{13}$$

где реализация наблюдаемых данных $x(t) = s(t, R_0, V_0) + n(t)$ — при наличии цели и $x(t) = n(t)$ — при ее отсутствии.

Рассмотрим вначале характеристики обнаружения цели с неизвестной дальностью $R_0$ при априори известной скорости $V_0$. В этом случае решение о наличии цели принимается, если [6]

$$L_m > h, \tag{14}$$

где порог $h$ выбирается в зависимости от используемого критерия оптимальности обнаружения, а

$$L_m = \sup L(R) \quad , R \in [R_{\min}, R_{\max}], \tag{15}$$

$$L(R) = L(R, V_0). \tag{16}$$

Подставляя в (16) реализацию наблюдаемых данных при отсутствии цели, имеем

$$L(R) = zN(R), \tag{17}$$

где $z$ — ОСШ (8), а $N(R)$ — нормированная шумовая функция, которая является реализацией центрированного гауссовского процесса, обладающего корреляционной функцией

$$\langle N(R_1)N(R_2)\rangle = S(R_1, R_2) = S(R_1, R_2, V_0, V_0) = S_f\left[2(R_2 - R_1)/c\tau\right], \tag{18}$$

где $S(R_1, R_2, V_1, V_2)$ определяется из (9), а $S_f(\cdot)$ — из (10).

В соответствии с определением [6] вероятность ошибки 1-го рода (ложной тревоги) при обнаружении цели с неизвестной дальностью запишется как

$$\alpha_R = P[L_m > h] = 1 - P_{NR}(h/z), \tag{19}$$

где $P_{NR}(H) = P\left[\sup N(R) < H\right]$ при $R \in [R_{\min}, R_{\max}]$ — функция распределения абсолютного (наибольшего) максимума стационарного гауссовского случайного процесса $N(R)$.

Как следует из (12) и (18), корреляционная функция этого процесса при $|R_2 - R_1| \to 0$ допускает асимптотическое представление

$$S(R_1, R_2) = 1 - 2|R_2 - R_1|\delta / c\tau + o(|R_2 - R_1|). \tag{20}$$

Для стационарного гауссовского процесса, обладающего корреляционной функцией (18), (20) в [6] найдена аппроксимация функции распределения абсолютного максимума

$$P_{NR}(H) \cong \begin{cases} \exp\left[-m_R H \exp(-H^2/2)/\sqrt{2\pi}\right], & H \ge 1; \\ 0, & H < 1, \end{cases} \tag{21}$$

где

$$m_R = 2\delta(R_{\max} - R_{\min})/c\tau \tag{22}$$

и характеризует число элементов разрешения по дальности в априорном интервале возможных значений дальности (2).

Подставляя (21) в (19), получаем приближенное выражение для вероятности ложной тревоги при сверхширокополосном обнаружении цели с неизвестной дальностью

$$\alpha_R \cong \alpha(m_R, u) = \begin{cases} 1-\exp\left[-m_R u \exp\left(-u^2/2\right)/\sqrt{2\pi}\right], u \geq 1, \\ 1, u < 1. \end{cases} \quad (23)$$

Точность этой формулы возрастает с увеличением нормированного порога

$$u = h / z \quad (24)$$

и величины $m_R$ (22).

Для расчета вероятности ошибки 2-го рода (пропуска цели) $\beta_R$ с неизвестной дальностью, подставим в (16) реализацию наблюдаемых данных при наличии цели и преобразуем к виду

$$L(R) = z^2 S(R_0, R) + zN(R), \quad (25)$$

где $z^2$ — ОСШ (8), а сигнальная функция $S(R_0, R)$ совпадает с корреляционной функцией (18) шумовой функции $N(R)$.

Обозначим $\Delta R$ длительность функции $S(R_0, R)$, так что $S(R_0, R_0 + \Delta R) \cong 0$. Тогда в (25) сигнальная функция отлична от нуля лишь при $R \in R_S = \left[R_0 - \Delta R, R_0 + \Delta R\right]$. Соответственно, при

$$R \in R_N = \{[R_{\min}, R_0 - \Delta R], [R_0 + \Delta R, R_{\max}]\}$$

функция $S(R_0, R) \cong 0$ и (25) совпадает с (17). Если в асимптотическом разложении (20) ограничиться главными членами, т. е. использовать треугольную аппроксимация сигнальной функции, то $\Delta R \cong c\tau / 2\delta$. Согласно определению [6], вероятность пропуска цели имеет вид

$$\beta_R = P\left[\sup L(R) < h\right], R \in \left[R_{\min}, R_{\max}\right]. \quad (26)$$

Пусть $H_S = \sup L(R)$, $R \in R_S$, $H_N = \sup L(R)$, $R \in R_N$. Положим далее, что априорный интервал возможных значений дальности (2) достаточно велик так, что

$$R_{\max} - R_{\min} >> \Delta R. \quad (27)$$

Тогда случайные величины $H_S$ и $H_N$ приближенно статистически независимы и (26) можно переписать как

$$\beta_R \cong P(H_N < h) P(H_S < h). \quad (28)$$

Вероятность $P(H_N < h)$ можно вычислить аналогично [6]. При этом $P(H_N < h) \cong 1 - \alpha_R$, если выполняется (27) и, соответственно, $m_R >> 1$ (22).

Поскольку сигнальная функция $S(R_0, R)$ (18) допускает асимптотическое представление (20), то при не слишком малых ОСШ (8) найти вероятность

$P(H_S < h)$ можно с помощью метода локально-марковской аппроксимации [8]. Применяя этот метод и используя результаты [6], получаем

$$P(H_S < h) \cong \Phi(u-z) - 2\exp(3z^2/2 - uz)\Phi(u-2z) + \\ + \exp(4z^2 - 2uz)\Phi(u-3z^2), \qquad (29)$$

где $\Phi(x) = \int\limits_{-\infty}^{x} \exp(-t^2/2)dt/\sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности, а $u$ — нормированный порог (24).

Используя (23) и (29) для вероятности пропуска цели с неизвестной дальностью (26), (28) получаем приближенное выражение

$$\beta_R \cong \beta(m_R, u) = \exp\left[-m_R\, u\exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}\right]\times \\ \times\left\{\Phi(u-z) - 2\exp(3z^2/2 - uz)\Phi(u-2z) + \exp(4z^2 - 2uz)\Phi(u-3z)\right\} \qquad (30)$$

при $u \geq 1$ и $\beta_R = 0$ при $u < 1$.

Точность приближенного выражения (30) улучшается с ростом нормированного порога (24), ОСШ (8) и параметра (22). Как следует из (23),(30), эффективность обнаружения цели с неизвестной дальностью не зависит от распределения (11) суммарной мощности последовательности (4) по отдельным импульсам.

Рассмотрим характеристики сверхширокополосного обнаружения цели с неизвестной скоростью $V_0$ при априори известной дальности $R_0$. Решение о наличии цели с неизвестной скоростью принимается согласно (14), где $L_m$ (15) надо заменить на $L_m = \sup L(V), V \in \left[-V_{\max}/2, V_{\max}/2\right]$. Здесь

$$L(V) = L(R_0, V), \qquad (31)$$

а $L(R,V)$ определяется из (13).

Подставляя в (31) реализацию наблюдаемых данных при отсутствии цели, имеем

$$L(V) = zN(V), \qquad (32)$$

где $z$ — ОСШ (8), а $N(V)$ — нормированная шумовая функция, которая является реализацией центрированного гауссовского процесса, обладающего корреляционной функцией

$$\langle N(V_1)N(V_2)\rangle = S(V_1, V_2) = S(R_0, R_0, V_1, V_2) = \\ = \sum_{k=0}^{N-1} P(k) S_f\left[2\theta(k-\mu)(V_2 - V_1)/c\tau\right]. \qquad (33)$$

В этом выражении $S(R_1, R_2, V_1, V_2)$ определяется из (9), а $S_f(\cdot)$ — из (10). Как следует из (33) и (12), корреляционная функция процесса $N(V)$ при $|V_2 - V_1| \to 0$ допускает асимптотическое представление

$$S(V_1, V_2) = 1 - 2A_N(\mu)\delta|V_2 - V_1|\theta / c\tau + o(|V_2 - V_1|), \tag{34}$$

где $A_N(\mu) = \sum_{k=0}^{N-1} P(k)|k - \mu|$.

Сопоставляя (20) и (34), приближенное выражение для вероятности ложной тревоги $\alpha_V$ при обнаружении цели с неизвестной скоростью можно записать в виде

$$\alpha_V \cong \alpha(m_V, u), \tag{35}$$

где $\alpha(m, u)$ определяется из (23), а

$$m_V = 2V_{\max}\theta\delta A_N(\mu) / c\tau \tag{36}$$

и характеризует число элементов разрешения по скорости в априорном интервале возможных значений скорости (2).

Точность формулы (35) улучшается с увеличением нормированного порога $u$ (24) и величины $m_V$ (36).

Для расчета вероятности ошибки 2-го рода — пропуска цели $\beta_V$ с неизвестной скоростью, подставим в (31) реализацию наблюдаемых данных при наличии цели и преобразуем к виду

$$L(V) = z^2 S(V_0, V) + zN(V), \tag{37}$$

где $z^2$ — ОСШ (8), а сигнальная функция $S(V_0, V)$ совпадает с корреляционной функцией (33) шумовой функции $N(V)$.

Обозначим $\Delta V$ длительность функции $S(V_0, V)$, так что $S(V_0, V_0 \pm \Delta V) \cong 0$. Тогда в (37) сигнальная функция отлична от нуля лишь при $V \in V_S = [V_0 - \Delta V, V_0 + \Delta V]$. Соответственно, при

$$V \in V_N = \{[-V_{\max}/2, V_0 - \Delta V] \ , [V_0 + \Delta V, V_{\max}/2]\}$$

функция $S(V_0, V) \cong 0$ и (37) совпадает с (32). Если в асимптотическом разложении (34) ограничиться главными членами, т. е. использовать треугольную аппроксимацию сигнальной функции, то $\Delta V \cong c\tau / 2\theta\delta A_N(\mu)$.

Согласно определению [6], вероятность пропуска цели с неизвестной скоростью запишется как

$$\beta_V = P[\sup L(V) < h], \ \ V \in [-V_{\max}/2, V_{\max}/2]. \tag{38}$$

Пусть $H_S = \sup L(V), V \in V_S$ и $H_N = \sup L(V), V \in V_N$. Положим далее, что априорный интервал возможных значений скорости (2) достаточно велик, так что

$$V_{\max} >> \Delta V. \tag{39}$$

Тогда случайные величины $H_S$ и $H_N$ приближенно статистически независимы и (38) можно записать аналогично (28)

$$\beta_V \cong P(H_N < h)P\left(H_S < h\right). \tag{40}$$

Вероятность $P(H_N < h) \cong 1 - \alpha_V$, если выполняется (39) и, соответственно, $m_V >> 1$ (36).

Поскольку сигнальная функция $S(V_0, V)$ допускает асимптотическое представление (34), то при не слишком малых ОСШ (8) найти вероятность $P(H_S < h)$ можно применяя метод локально-марковской аппроксимации [8]. С помощью этого метода и результатов [6] приходим к выражению (29). Используя (29) и (35) для вероятности пропуска (38), (40) цели с неизвестной скоростью получаем приближенное выражение $\beta_V \cong \beta(m_V, u)$, где $\beta(m, u)$ определяется из (30), а $m_V$ из (36). Точность этой приближенной формулы улучшается с ростом нормированного порога $u$ (24), ОСШ $z$ (8) и параметра $m_V$ (30).

Найденные асимптотически (с ростом отношения сигнал/шум и числа элементов разрешения) точные выражения для характеристик обнаружения позволяют определить потери в эффективности сверхширокополосного обнаружения цели вследствие незнания ее дальности или скорости.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Осипов М. Л.* Сверхширокополосная радиолокация // Радиотехника. — 1995. — № 3. — С. 3—6.

2. *Бункин Б. В., Кашин В. А.* Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС // Радиотехника. —1995.— № 4, 5.— С. 128—133.

3. *Астанин Л. Ю., Костылев А. А.* Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. — М. : Радио и связь, 1989. — 192 с.

4. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Эффективность сверхширокополосного обнаружения и измерения дальности и скорости цели // Радиотехника и электроника. — 1997. —Т.42. — № 4. — С. 451 —456.

5. *Nasser J. M.* Resolution function of nonsinusoidal radar signals // IEEE Trans., 1990.— EMC-32.— No. 2.— P. 153—160.

6. *Трифонов А. П.* Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами / Теория обнаружения сигналов; Под ред. П. А. Бакута. — М. : Радио и связь, 1984.— С. 12—89.

7. *Сосулин Ю. Г.* Теоретические основы радиолокации и радионавигации.— М. : Радио и связь, 1992. — 304 с.

8. *Трифонов А. П., Шинаков Ю. С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М. : Радио и связь, 1986.— 264 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 29.01.02.