

228

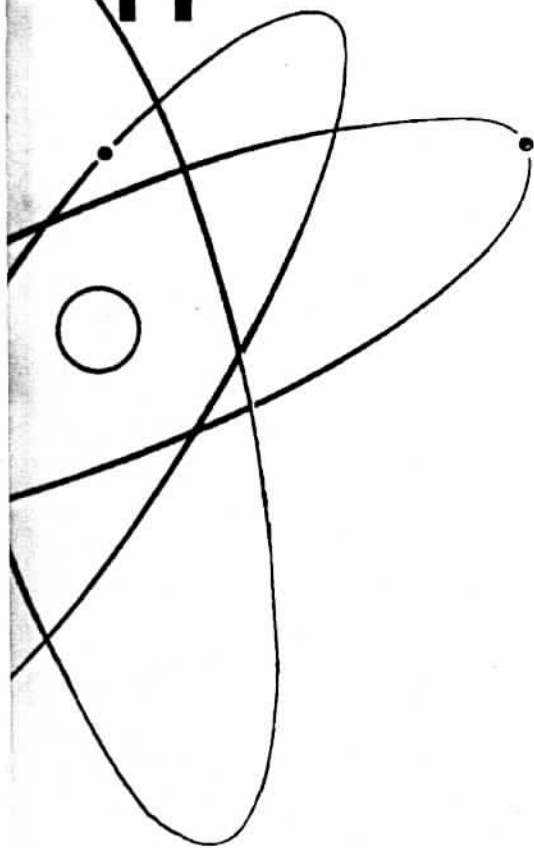
228



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 46

5-6
май-июнь

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2003

ТРИФОНОВ А. П., БЕСПАЛОВА М. Б.

СВЕРХШИРОКОПОЛОСНАЯ ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ, СКОРОСТИ И УСКОРЕНИЯ*

Найдены характеристики совместно-эффективных оценок дальности, скорости и ускорения при зондировании последовательностью сверхширокополосных сигналов.

В [1—4] и др. рассмотрена возможность применения сверхкоротких (субнаносекундных) импульсов и их последовательностей в радиолокации. Короткоимпульсные сигналы и их последовательности представляют собой частный случай сверхширокополосных сигналов (СШПС), использование которых имеет свою специфику и позволяет в принципе расширить возможности радиолокации. В [4] исследованы оценки дальности и скорости цели с априори известным ускорением. Однако, в реальных условиях ускорение цели может быть неизвестно и возникает необходимость в его оценке. В связи с этим рассмотрим потенциальную точность совместных оценок дальности, скорости и ускорения при зондировании последовательностью СШПС.

Аналогично [4] зондирующую последовательность СШПС запишем как

$$\tilde{s}_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{s}_k[t - (k - \mu)\theta - \lambda] = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{a}_k \tilde{s}[t - (k - \mu)\theta - \lambda], \quad (1)$$

где функция $\tilde{s}(\cdot)$ описывает форму одного импульса, $\tilde{a}_k$ — его амплитуда, θ — период повторения, а λ — временное положение последовательности; параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ — так, при $\mu = 0$ величина λ представляет собой временное положение первого импульса последовательности, при

$$\mu = (N - 1) / 2 \quad (2)$$

— временное положение середины последовательности (1), а при $\mu = N - 1$ — временное положение последнего импульса.

* Работа выполнена при поддержке CRDF и Минобразования РФ (проект VZ-010-0 и E00-3,5-5).

Полагаем, что зондирующая последовательность (1) рассеивается целью с дальностью R_0 , скоростью V_0 и ускорением A_0 , причем

$$|V_0| \ll c, N\theta|A_0| \ll c, \quad (3)$$

где c — скорость света.

Тогда принимаемый сигнал можно записать в виде

$$\begin{aligned} s(t, l_0) &\equiv s(t, R_0, V_0, A_0) = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} s_k \left[t - 2R_0/c - (k-\mu)\theta(1+V_0/c) - A_0(k-\mu)^2\theta^2/c \right] = \\ &= \sum_{k=0}^{N-1} a_k f \left\{ \left[t - 2R_0/c - (k-\mu)\theta(1+V_0/c) - A_0(k-\mu)^2\theta^2/c \right] / \tau \right\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь $a_k = \max s_k(t)$ — амплитуда; $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t) dt [\max s_k(t)]^{-2}$ — эквивалентная

длительность одного импульса, а вектор $I = \|l_1, l_2, l_3\|$ объединяет измеряемые параметры: $l_1 = R, l_2 = V, l_3 = A$. Функции $s_k(t)$ и $f(x) = s_k(x\tau)/a_k$ описывают форму одного импульса, причем в общем случае функция $s_k(\cdot)$ в (4) отличается от $\tilde{s}_k(\cdot)$ в (1). Функция $f(\cdot)$ нормирована так, что

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x) dx = 1, \int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 0, \max f(x) = 1 \quad (5)$$

Сигнал (4) принимается на фоне гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 .

Согласно [5] для расчета потенциальной точности совместных оценок дальности, скорости и ускорения необходимо найти сигнальную функцию (функцию неопределенности)

$$S(l_1, l_2) = \frac{2}{N_0} \int_0^T s(t, l_1) s(t, l_2) dt. \quad (6)$$

Полагаем, что интервал наблюдения $[0, T]$ больше длительности всей последовательности (4); величина скважности последовательности не менее двух, так что отдельные импульсы не перекрываются; возможные значения дальности удовлетворяют условию: $|R_1 - R_2| < c\theta/2$. Тогда, подставляя (4) в (6) и учитывая (3), получим

$$S(l_1, l_2) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} P(k) S_f \{ [2(R_1 - R_2) + 2\theta(k-\mu)(V_1 - V_2) +$$

$$+\theta^2(k-\mu)^2(A_1-A_2)]/c\tau\}. \quad (7)$$

Здесь

$$z^2 = 2\tau \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 / N_0 \quad (8)$$

– отношение сигнал/шум для всей последовательности (4),

$$P(k) = a_k^2 / \sum_{k=0}^{N-1} a_k^2 \quad (9)$$

характеризует распределение суммарной мощности последовательности (4) по отдельным импульсам,

$$S_f(y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f(x-y)dx \quad (10)$$

— нормированная сигнальная функция при оценке положения функции $f(\cdot)$

Потенциальная точность оценок дальности, скорости и ускорения характеризуется корреляционной матрицей совместно-эффективных оценок [5]

$$\mathbf{K} = \mathbf{B}^{-1}, \quad (11)$$

где B — информационная матрица Фишера с элементами

$$B_{ij} = \left[\frac{\partial^2 S(l_1, l_2)}{\partial l_{1i} \partial l_{2j}} \right]_{l_0}, \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Подставляя далее (7), (10) в (12) и выполняя дифференцирование, находим элементы информационной матрицы Фишера

$$B_{11} = 4z^2 d^2 / c^2 \tau^2, B_{12} = B_{21} = 4\theta z^2 d^2 M_1(\mu) / c^2 \tau^2,$$

$$B_{22} = 4\theta^2 z^2 d^2 M_2(\mu) / c^2 \tau^2,$$

$$B_{23} = B_{32} = 2\theta^3 z^2 d^2 M_3(\mu) / c^2 \tau^2, B_{31} = B_{13} = 2\theta^2 z^2 d^2 M_2(\mu) / c^2 \tau^2,$$

$$B_{33} = \theta^4 z^2 d^2 M_4(\mu) / c^2 \tau^2. \quad (13)$$

Здесь

$$d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 dx, \quad (14)$$

$$M_n(\mu) = \sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu)^n P(k). \quad (15)$$

Величину (15) можно интерпретировать как момент n -го порядка дискретной случайной величины $k \in [0, N-1]$ относительно точки μ [6]. При этом предполагается, что вероятность значения k равна величине $P(k)$ (9), которая удовлетворяет условиям: $0 \leq P(k) \leq 1$, $\sum_{k=0}^{N-1} P(k) = 1$.

Общие выражения (11) и (13) позволяют найти характеристики раздельно и совместно-эффективных оценок дальности, скорости и ускорения. Рассмотрим вначале дисперсии оценок дальности. Если скорость V_0 и ускорение A_0 цели априори известны, из (11), (13) получаем для дисперсии эффективной оценки дальности выражение

$$\sigma_R^2 = 1/B_{11} = c^2 \tau^2 / 4z^2 d^2. \quad (16)$$

Если же скорость V_0 априори неизвестна, а ускорение A_0 — известно, то дисперсия совместно-эффективной оценки дальности имеет вид

$$\sigma_R^2(V) = \frac{B_{22}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2} = \frac{c^2 \tau^2 M_2(\mu)}{4z^2 d^2 [M_2(\mu) - M_1^2(\mu)]}. \quad (17)$$

Отметим, что (16), (17) совпадают с аналогичными выражениями в [4].

При априори неизвестном ускорении A_0 и априори известной скорости V_0 дисперсия совместно-эффективной оценки дальности запишется как

$$\sigma_R^2(A) = \frac{B_{33}}{B_{11}B_{33} - B_{13}^2} = \frac{c^2 \tau^2 M_4(\mu)}{4z^2 d^2 [M_4(\mu) - M_2^2(\mu)]}. \quad (18)$$

Наконец, если априори неизвестны как скорость V_0 , так и ускорение A_0 , обрабатывая информационную матрицу Фишера, находим дисперсию совместно-эффективной оценки дальности

$$\sigma_R^2(V, A) = \frac{B_{22}B_{33} - B_{23}^2}{\det \mathbf{B}} = \frac{c^2 \tau^2 [M_2(\mu)M_4(\mu) - M_3^2(\mu)]}{4z^2 d^2 b}, \quad (19)$$

где

$$b = M_2(\mu)M_4(\mu) - M_1^2(\mu)M_4(\mu) - M_2^3(\mu) - M_3^2(\mu) + 2M_1(\mu)M_2(\mu)M_3(\mu). \quad (20)$$

Сопоставляя (16) – (19), можем определить потери в точности оценки дальности вследствие априорного незнания скорости и (или) ускорения.

Рассмотрим далее дисперсии оценок скорости. Если дальность R_0 и ускорение A_0 априори известны, из (11), (13) получаем для дисперсии эффективной оценки скорости выражение

$$\sigma_V^2 = 1/B_{22} = c^2 \tau^2 / 4\theta^2 z^2 d^2 M_2(\mu). \quad (21)$$

Если же дальность R_0 априори неизвестна, а ускорение A_0 — известно, то дисперсия совместно-эффективной оценки скорости имеет вид

$$\sigma_V^2(R) = \frac{B_{11}}{B_{11}B_{22} - B_{12}^2} = \frac{c^2 \tau^2}{4\theta^2 z^2 d^2 [M_2(\mu) - M_1^2(\mu)]}. \quad (22)$$

Отметим, что (21), (22) совпадают с аналогичными выражениями в [4]. При априори неизвестном ускорении A_0 и априори известной дальности R_0 дисперсия совместно-эффективной оценки скорости запишется как

$$\sigma_V^2(A) = \frac{B_{33}}{B_{22}B_{33} - B_{23}^2} = \frac{c^2 \tau^2 M_4(\mu)}{4\theta^2 z^2 d^2 [M_2(\mu)M_4(\mu) - M_3^2(\mu)]}. \quad (23)$$

Наконец, если априори неизвестны как дальность R_0 , так и ускорение A_0 , обрабатывая информационную матрицу Фишера, находим дисперсию совместно-эффективной оценки скорости

$$\sigma_V^2(R, A) = \frac{B_{11}B_{33} - B_{13}^2}{\det \mathbf{B}} = \frac{c^2 \tau^2 [M_4(\mu) - M_2^2(\mu)]}{4\theta^2 z^2 d^2 b}. \quad (24)$$

Сопоставляя выражения (21)–(24), можем определить потери в точности оценки скорости вследствие априорного незнания дальности и (или) ускорения.

Рассмотрим в заключение дисперсии оценок ускорения. Если дальность R_0 и скорость V_0 цепи априори известны, то из (11), (13) получаем для дисперсии эффективной оценки ускорения выражение

$$\sigma_A^2 = 1/B_{33} = c^2 \tau^2 / \theta^4 z^2 d^2 M_4(\mu). \quad (25)$$

Если же дальность R_0 априори неизвестна, а скорость V_0 — известна, то дисперсия совместно-эффективной оценки ускорения имеет вид

$$\sigma_A^2(R) = \frac{B_{11}}{B_{11}B_{33} - B_{13}^2} = \frac{c^2 \tau^2}{\theta^4 z^2 d^2 [M_4(\mu) - M_2^2(\mu)]}. \quad (26)$$

При априори неизвестной скорости V_0 и априори известной дальности R_0 дисперсия совместно-эффективной оценки ускорения запишется как

$$\sigma_A^2(V) = \frac{B_{22}}{B_{22}B_{33} - B_{23}^2} = \frac{c^2 \tau^2 M_2(\mu)}{\theta^4 z^2 d^2 [M_2(\mu)M_4(\mu) - M_3^2(\mu)]}. \quad (27)$$

Наконец, если априори неизвестны как дальность R_0 , так и скорость V_0 , обращающая информационную матрицу Фишера, находим дисперсию совместно-эффективной оценки ускорения

$$\sigma_A^2(R, V) = \frac{B_{11}B_{22} - B_{12}^2}{\det \mathbf{B}} = \frac{c^2 \tau^2 [M_2(\mu) - M_1^2(\mu)]}{\theta^4 z^2 d^2 b}. \quad (28)$$

Сопоставляя (25)—(28) можем определить потери в точности оценки ускорения вследствие априорного незнания дальности и (или) скорости.

При совместной оценке дальности, скорости и ускорения, кроме дисперсий (19), (24), (28) совместно-эффективных оценок, представляют интерес коэффициенты взаимной корреляции оценок. Их можно найти, обращая матрицу Фишера (11). В результате имеем выражения

$$\rho(R, V) = \frac{M_2(\mu)M_3(\mu) - M_1(\mu)M_4(\mu)}{\sqrt{[M_2(\mu)M_4(\mu) - M_3^2(\mu)][M_4(\mu) - M_2^2(\mu)]}} \quad (29)$$

— для коэффициента корреляции совместно-эффективных оценок дальности и скорости при априори неизвестном ускорении;

$$\rho(R, A) = \frac{M_1(\mu)M_3(\mu) - M_2^2(\mu)}{\sqrt{[M_2(\mu)M_4(\mu) - M_3^2(\mu)][M_2(\mu) - M_1^2(\mu)]}} \quad (30)$$

— для коэффициента корреляции совместно-эффективных оценок дальности и ускорения при априори неизвестной скорости;

$$\rho(V, A) = \frac{M_1(\mu)M_2(\mu) - M_3(\mu)}{\sqrt{[M_4(\mu) - M_2^2(\mu)][M_2(\mu) - M_1^2(\mu)]}} \quad (31)$$

— для коэффициента корреляции совместно-эффективных оценок скорости и ускорения при априори неизвестной дальности.

Как следует из (29)—(31), коэффициенты корреляции совместно-эффективных оценок дальности, скорости и ускорения не зависят от длительности τ , периода повторения θ и параметра d (14), который описывает влияние формы одного СШПС. Они определяются лишь величинами моментов $M_n(\mu)$ (15) дискретной случайной величины k с распределением (9). Как величины моментов (15), так и характеристики совместно-эффективных оценок дальности,

скорости и ускорения (19), (24), (28), (29)—(31) зависят от выбора параметра μ , т.е. положения точки последовательности СШПС, с которой связано временное положение последовательности. Для того, чтобы получить зависимость характеристик совместно-эффективных оценок дальности, скорости и ускорения от параметра μ в явном виде, перейдем в (19), (20), (24), (28), (29)—(31) от моментов (15) относительно точки μ к начальным моментам

$$m_n = \sum_{k=0}^{N-1} k^n P(k) \quad (32)$$

дискретной случайной величины k с распределением $P(k)$ (9). Выражая в (19), (20), (24) и (28) $M_n(\mu)$ (15) через m_n (32), имеем

$$\begin{aligned} \sigma_R^2(V, A) = & c^2 \tau^2 \left\{ m_2 m_4 - m_3^2 + 2\mu(m_2 m_3 - m_1 m_4) + \right. \\ & \left. + \mu^2 [D(k^2) + 2(m_1 m_3 - m_2^2)] - 2\mu^3 \delta D(k) + \mu^4 D(k) \right\} \times \\ & \times \left\{ 4z^2 d^2 D(k) [D(k^2) - \delta^2 D(k)] \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\sigma_V^2(R, A) = \frac{c^2 \tau^2 [D(k^2) + 4D(k)(\mu - \delta/2)^2 - \delta^2 D(k)]}{4\theta^2 z^2 d^2 D(k) [D(k^2) - \delta^2 D(k)]}, \quad (34)$$

$$\sigma_A^2(R, V) = \frac{c^2 \tau^2}{\theta^4 z^2 d^2 [D(k^2) - \delta^2 D(k)]}. \quad (35)$$

Здесь $D(k) = m_2 - m_1^2$ — дисперсия дискретной случайной величины k с распределением $P(k)$ (9), $D(k^2) = m_4 - m_2^2$ — дисперсия квадрата дискретной случайной величины k , а

$$\delta = (m_3 - m_1 m_2) / D(k). \quad (36)$$

Как следует из (35), дисперсия совместно-эффективной оценки ускорения при априори неизвестных дальности и скорости не зависит от выбора параметра μ , т.е. не зависит от того, с какой точкой последовательности СШПС связано ее временное положение. В то же время дисперсия совместно-эффективной оценки скорости (34) при априори неизвестных дальности и ускорении достигает минимума

$$\sigma_V^2(R, A) = c^2 \tau^2 / 4\theta^2 z^2 d^2 D(k), \quad (37)$$

если выбрать параметр

$$\mu = \delta / 2. \quad (38)$$

При выборе параметра μ согласно (38) минимальное рассеяние совместно-эффективной оценки скорости (37) совпадает с рассеянием совместно-эффективной оценки скорости (22) при априори неизвестной дальности и априори известном ускорении. Следовательно, при выборе параметра μ согласно (38), априорное незнание ускорения не влияет на точность совместно-эффективной оценки скорости.

Конкретизируем полученные общие соотношения для прямоугольной последовательности СШПС, обладающих одинаковыми амплитудами, так что в (4)

$$a_0 = a_1 = \dots = a_{N-1}, \quad (39)$$

а в (8) — $z^2 = Nz_1^2$, где $z_1^2 = 2a_0^2\tau / N_0$ — отношение сигнал/шум для одного СШПС последовательности.

В этом случае из (36) следует $\delta = N - 1$, а выбор параметра μ согласно (38) приводит к тому, что временное положение последовательности СШПС отсчитывается от ее середины (2). При выполнении (2) и (39), выражения для дисперсий совместно-эффективных оценок дальности (33), скорости (34) и ускорения (35) принимают соответственно вид

$$\sigma_R^2(V, A) = 3c^2\tau^2(3N^2 - 7) / 16z_1^2d^2N(N^2 - 4), \quad (40)$$

$$\sigma_V^2(R, A) = 3c^2\tau^2 / \theta^2 z_1^2 d^2 N(N^2 - 1), \quad (41)$$

$$\sigma_A^2(R, V) = 180c^2\tau^2 / \theta^4 z_1^2 d^2 N(N^2 - 1)(N^2 - 4). \quad (42)$$

Согласно (40)–(42) при совместной оценке дальности, скорости и ускорения зондирующая последовательность СШПС (1) должна содержать не менее трех импульсов ($N \geq 3$). Для сравнения приведем значения дисперсий эффективных раздельных оценок дальности, скорости и ускорения. При выполнении (2), (39) из (16), (21), (25) получаем

$$\sigma_R^2 = c^2\tau^3 / 4z_1^2 d^2 N \quad (43)$$

— дисперсия эффективной оценки дальности при априори известных значениях скорости и ускорения;

$$\sigma_V^2 = 3c^2\tau^2 / \theta^2 z_1^2 d^2 N(N^2 - 1) \quad (44)$$

— дисперсия эффективной оценки скорости при априори известных значениях дальности и ускорения;

$$\sigma_A^2 = 240c^2\tau^2 / \theta^4 z_1^2 d^2 N (N^2 - 1) (3N^2 - 7) \quad (45)$$

— дисперсия эффективной оценки ускорения при априори известных значениях дальности и ускорения. Сопоставляя (40)...(42) и (43)—(45), находим

$$\frac{\sigma_R^2(V, A)}{\sigma_R^2} = \frac{\sigma_A^2(R, V)}{\sigma_A^2} = \frac{3(3N^2 - 7)}{4(N^2 - 4)}, \quad (46)$$

$$\frac{\sigma_V^2(R, A)}{\sigma_V^2} = 1. \quad (47)$$

Согласно (47) при выполнении (2), (39) точность эффективной оценки скорости не зависит от наличия или отсутствия априорной информации о значениях дальности и ускорения. В то же время, как следует из (46), незнание скорости и ускорения влияет на точность оценки дальности и, соответственно, незнание дальности и скорости влияет на точность оценки ускорения. Так, при минимально возможном числе СШПС зондирующей последовательности ($N = 3$) априорное незнание скорости и ускорения (дальности и скорости) приводит к увеличению дисперсии эффективной оценки дальности (ускорения) в 3 раза. С ростом числа импульсов в зондирующей последовательности этот проигрыш в точности оценки несколько уменьшается и при $N \rightarrow \infty$ достигает величины 9/4. Найденные дисперсии отдельных и совместных оценок дальности, скорости и ускорения позволяют исследовать влияние априорной информации на точность оценок при зондировании последовательностью СШПС.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. — М.: Радио и связь, 1989. — 192 с.
2. Хармут Х. Ф. Несинусоидальные волны в радиолокации и радиосвязи. — М.: Радио и связь, 1985. — 376 с.
3. Бункин Б. В., Какин В. А. Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеопульсных РЛС // Радиотехника. — 1995. — № 4, 5. — С. 128—133.
4. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Эффективность сверхширокополосного обнаружения и измерения дальности и скорости // Радиотехника и электроника. — 1997. — Т. 42. № 4. — С. 451—456.
5. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.
6. Кендалл М., Стьюарт А. Теория распределений. — М.: Наука, 1966. — 588 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 14.05.02.