

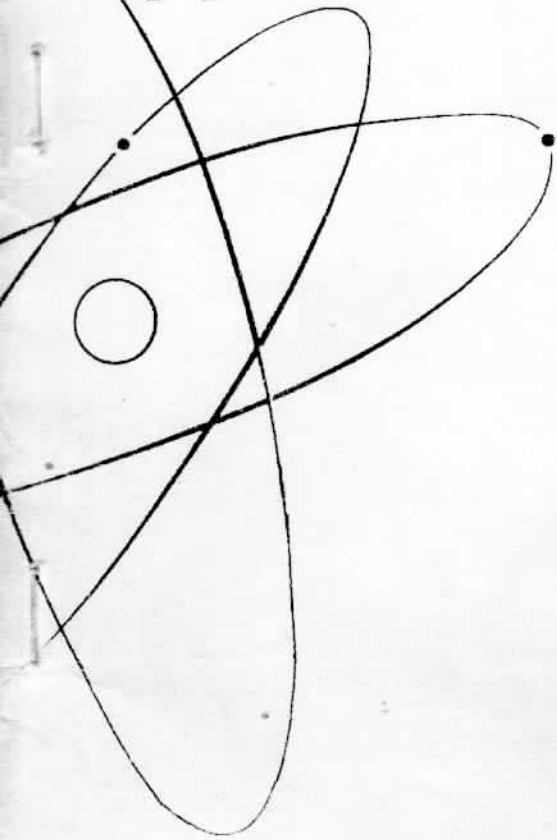
234

ISSN 0021-3470



ИЗВЕСТИЯ  
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ  
ЗАВЕДЕНИЙ

# РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 46

~~11~~-12  
ноябрь-декабрь

ИЗДАНИЕ  
НАЦИОНАЛЬНОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА  
УКРАИНЫ  
«КИЕВСКИЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ  
ИНСТИТУТ»

2003

## КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ ПО СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ДАЛЬНОСТИ

Выполнен синтез алгоритма оценки дальности и скорости по результатам измерения дальности в каждом периоде повторения зондирующей последовательности сверхширокополосных сигналов. Найдены характеристики оценок с учетом аномальных ошибок. Определены потери в точности квазиоптимальных оценок по сравнению с оценками максимального правдоподобия.

В последние годы новым направлением в теории и технике радиоэлектронных систем является использование в качестве зондирующих сигналов радио и видеоимпульсов нано- и пикосекундной длительности [1—3]. Поскольку потенциальная точность измерения дальности цели пропорциональна длительности зондирующего импульса [4], то применение подобных сигналов позволяет определить дальность с точностью до нескольких сантиметров. Короткоимпульсные сигналы и их последовательности представляют собой частный случай сверхширокополосных сигналов (СШПС). Спектр СШПС исключительно широк, поэтому его воздействие вызывает возбуждение практически всех возможных типов собственных колебаний исследуемой цели, что делает высокоинформативной наблюдаемую реакцию. Важной особенностью СШПС является отсутствие у них собственно несущей частоты и, как следствие, невозможность использования классического описания радиосигналов с помощью комплексной огибающей.

В [3] рассмотрены оценки максимального правдоподобия дальности и скорости цели при зондировании последовательностью СШПС. Найдены потенциальные характеристики сверхширокополосного измерения дальности и скорости. Однако, аппаратная реализация максимально правдоподобных алгоритмов сверхширокополосного измерения дальности и скорости наталкивается на существенные трудности. Значительно упростить процедуру сверхширокополосного измерения дальности и скорости можно используя квазиоптимальные алгоритмы [4].

Аналогично [3], зондирующую последовательность СШПС запишем как

$$\tilde{s}_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{s}(t - k\theta), \quad (1)$$

где  $\tilde{s}(\cdot)$  описывает форму одного импульса, а  $\theta$  — период повторения.

Полагаем, что зондирующая последовательность (1) рассеивается целью с дальностью  $R_0$  и радиальной скоростью  $V_0$ , причем

$$R_0 \in [R_{\min}; R_{\max}], V_0 \in [-V_{\max}/2; V_{\max}/2], V_{\max} \ll c, \quad (2)$$

где  $c$  — скорость света.

Причем, как и в [3], для обеспечения однозначности измерений интервал возможных значений дальности должен удовлетворять условию

$$R_{\max} - R_{\min} \leq c\theta/2 \quad (3)$$

Тогда принимаемый сигнал можно записать в виде [3]

$$\begin{aligned} s_N(t, R_0, V_0) &= \sum_{k=0}^{N-1} s[t - 2R_0/c - k\theta(1 + 2V_0/c)] = \\ &= a \sum_{k=0}^{N-1} f\{[t - 2R_0/c - k\theta(1 + 2V_0/c)]/\tau\}. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $a = \max s(t)$  — амплитуда,  $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt/a^2$  — эквивалентная длительность

одного импульса, которая, как и в [1—3], не превышает долей наносекунды. Функции  $s(\cdot)$  и  $f(\cdot)$  описывают форму одного импульса, причем в общем случае функция  $s(\cdot)$  отличается от  $\tilde{s}(\cdot)$  в (1) [2]. Функция  $f(\cdot)$  нормирована и удовлетворяет условию излучения [1]

$$\max_{-\infty} f(x) = 1, \int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)dx = 1, \int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 0.$$

Сигнал (4) принимается на фоне гауссовского белого шума  $n(t)$  с односторонней спектральной плотностью  $N_0$ , так что обработке доступна реализация  $x(t) = s_N(t, R_0, V_0) + n(t)$  в течение интервала времени  $[0, T]$ .

Для получения оценки максимального правдоподобия дальности и скорости цели необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия [4]

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(R, V) &= \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s_N(t, R, V) dt = \\ &= \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T x(t) s[t - 2R/c - k\theta(1 + 2V/c)] dt. \end{aligned} \quad (5)$$

В соответствии с определением [4], оценки максимального правдоподобия  $\hat{R}$  и  $\hat{V}$  дальности  $R_0$  и скорости  $V_0$  представляют собой координаты абсолютного (наибольшего) максимума случайного поля (5)

$$(\hat{R}, \hat{V}) = \operatorname{argsup} \mathcal{L}(R, V), R \in [R_{\min}, R_{\max}], V \in [-V_{\max}/2, V_{\max}/2]. \quad (6)$$

Согласно (6) и с учетом (3) для получения оценок максимального правдоподобия дальности и скорости измерительная система должна формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (5) как функцию переменных  $R$  и  $V$  для всех возможных значений дальности и скорости (2). Аппаратурная и программная реализация процедуры формирования случайного поля (5) весьма затруднительна. Как правило, для реализации максимально-правдоподобного измерителя приходится использовать схему, многоканальную по скорости [4]. В этом случае измеритель содержит параллельные каналы, каждый из которых вырабатывает логарифм функционала отношения правдоподобия (5)  $L(R, V_j)$  в  $m$  точках  $V_j, j = 1, m$  априорного интервала возможных значений скорости (2). В каждом канале измерительной системы содержится согласованный фильтр для одного импульса и идеальный гребенчатый фильтр [5]. Однако техническая реализация гребенчатого фильтра при большом числе импульсов и большом априорном интервале изменения скорости затруднительна вследствие жестких требований к стабильности параметров линии задержки и высокой точности расположения отводов, обеспечивающей синхронность накопления импульсов.

С целью упрощения реализации сверхширокополосного измерителя дальности и скорости рассмотрим возможность определения дальности и скорости по измерениям дальности  $R_k$  в  $k$ -м периоде повторения зондирующей последовательности. Обозначая

$$\lambda_k = 2R/c + k\theta(1 + 2V/c), k = 0, N-1, \quad (7)$$

принимаемый сигнал (4) можем переписать в виде

$$s_N(t, R, V) = s_N(t, \lambda_k) = \sum_{k=0}^{N-1} s(t - \lambda_k) = a \sum_{k=0}^{N-1} f[(t - \lambda_k)/\tau].$$

Здесь времена  $\lambda_k$  прихода  $k$ -го импульса, определяющие дальность  $R_k = c\lambda_k/2$  цели в  $k$ -м периоде повторения, принимают значения из априорных интервалов

$$\lambda_k \in [\Lambda_{k \min}; \Lambda_{k \max}], \quad (8)$$

$$\Lambda_{k \min} = 2R_{\min}/c + k\theta(1 - V_{\max}/c), \Lambda_{k \max} = 2R_{\max}/c + k\theta(1 + V_{\max}/c).$$

Учитывая (7), оценку дальности и скорости цели можно сформировать на основе оценок параметров  $\lambda_k$ . Реализация алгоритма максимального правдоподобия оценки времени прихода  $k$ -го импульса последовательности (4) относительно проста [4]. Обозначим

$$\chi_k(\lambda) = \begin{cases} 1, \lambda \in [\Lambda_{k \min}; \Lambda_{k \max}], \\ 0, \lambda \notin [\Lambda_{k \min}; \Lambda_{k \max}]. \end{cases}$$

Тогда оценку максимального правдоподобия  $\hat{\lambda}_k$  времени прихода  $k$ -го импульса последовательности (4) можно записать как

$$\hat{\lambda}_k = \operatorname{argsup} M_k(\lambda), \lambda \in [\Lambda_{k \min}; \Lambda_{k \max}], \quad (9)$$

$$\text{где } M_k(\lambda) = \frac{2\chi_k(\lambda)}{N_0} \int_0^T x(t)s(t-\lambda)dt = \frac{2a\chi_k(\lambda)}{N_0} \int_0^T x(t)f[(t-\lambda)/\tau]dt.$$

Согласно (9) оценки максимального правдоподобия времени прихода  $k$ -го импульса последовательности (4) можно получить достаточно просто. Для этого достаточно использовать фильтр, согласованный с одним импульсом последовательности (4), а затем определять положения абсолютных максимумов выходного сигнала согласованного фильтра на интервалах (8).

Рассмотрим возможность применения оценок максимального правдоподобия (9) для получения оценок дальности и скорости цели. При возможном наличии аномальных ошибок оценки (9) являются случайными величинами с плотностью вероятности [4]:

$$W(\hat{\lambda}_k) = P_{0k} W_0(\hat{\lambda}_k) + (1 - P_{0k}) W_a(\hat{\lambda}_k). \quad (10)$$

Здесь  $W_0(\hat{\lambda}_k)$  — гауссовская плотность вероятности надежной оценки  $\hat{\lambda}_k$ , которая обладает моментами

$$m_{0k}(R_0, V_0) = \langle \hat{\lambda}_k \rangle = \lambda_{0k} = 2R_0/c + k\theta(1 + 2V_0/c),$$

$$\sigma_{0k}^2 = \left\langle \left( \hat{\lambda}_k - \langle \hat{\lambda}_k \rangle \right)^2 \right\rangle = \left[ \frac{2}{N_0} \int_0^T \left[ \frac{ds(t)}{dt} \right]^2 dt \right]^{-1} = \frac{\tau^2}{z^2 d^2},$$

где  $d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 dx$  определяет зависимость дисперсии оценки максимального правдоподобия времени прихода  $k$ -го импульса от его формы, а отношение сигнал/шум для одного импульса последовательности (4)

$$z^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^T s^2(t)dt = \frac{2a^2\tau}{N_0}. \quad (11)$$

В (10)  $P_{0k}$  — вероятность надежной оценки времени прихода  $k$ -го импульса последовательности (4), которая согласно [4] равна

$$P_{0k} = \sqrt{\frac{z}{2\pi}} \int_0^\infty \exp\left[\frac{2z^2 - x^2}{4}\right] \exp\left[-\frac{\xi_k}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] D_{-1/2}(2z-x) dx, \quad (12)$$

где  $\xi_k = \Delta R_{pr} 2d / c\tau + 2kV_{\max} Qd / c = 2d(m_R + k\delta_V)$  — приведенная длина априорного интервала возможных значений  $\lambda_k$  (8),  $D_v(\cdot)$  — функция параболического цилиндра, параметр  $m_R = \Delta R_{pr} / c\tau$  равен отношению длины  $\Delta R_{pr} = R_{\max} - R_{\min}$  априорного интервала возможных значений дальности к пространственной длине импульса, а параметр  $\delta_V = \theta V_{\max} / c\tau$  равен отношению максимальной скорости на которое может переместиться цель за период последовательности к пространственной длине импульса.

Плотность вероятности  $W_a(\hat{\lambda}_k)$  аномальной оценки постоянна в априорном интервале (8) [4]. Поэтому первые два условных (по отношению к  $R_0$  и  $V_0$ ) момента оценки (9) определяются выражениями

$$m_k(R_0, V_0) = \langle \hat{\lambda}_k \rangle = \frac{2\Delta R_0}{c} P_{0k} + \theta \frac{2V_0}{c} k P_{0k} + k\theta + \frac{2R_{pr}}{c}, \quad (13)$$

$$\sigma_k^2(R_0, V_0) = \sigma_{0k}^2 P_{0k} + \frac{(\Delta R_{pr} + k\theta V_{\max})^2}{3c^2} (1 - P_{0k}) + \frac{4}{c^2} (\Delta R_0 + k\theta V_0)^2 P_{0k} (1 - P_{0k}).$$

Здесь введены обозначения  $R_{pr} = (R_{\max} + R_{\min}) / 2$  — априорное среднее значение дальности,  $\Delta R_0 = R_0 - R_{pr}$ . Положим, что неизвестные дальность  $R_0$  и скорость  $V_0$  распределены равномерно в априорных интервалах (2). Тогда получаем, что при возможном наличии аномальных ошибок независимые централизованные случайные величины

$$\eta_k = \lambda_k - \langle \lambda_k \rangle, k = \overline{0, N-1} \quad (14)$$

обладают безусловной (по отношению к  $R_0, V_0$ ) дисперсией

$$\sigma_k^2 = \sigma_{0k}^2 P_{0k} + \frac{k^2 \theta^2 V_{\max}^2}{3c^2} (1 - P_{0k}^2) + \frac{\Delta R_{pr}}{3c^2} (1 - P_{0k}^2) + \frac{2\Delta R_{pr} k \theta V_{\max}}{3c^2} (1 - P_{0k}). \quad (15)$$

Как видно из (10), распределение оценок (9) при наличии аномальных ошибок является негауссовским. Причем, вследствие сравнительно сложного вида этого негауссовского распределения синтез квазиоптимальной оценки затруднителен. Поэтому при отыскании квазиоптимальной оценки ограничимся гауссовской аппроксимацией распределения оценок (9), которая спра-

ведлива для значений  $P_{0k}$  близких к единице. Однако при расчете математического ожидания (13) и безусловной дисперсии (15) оценок (9) будем учитывать влияние аномальных ошибок. Тогда для условной плотности вероятности величины  $\hat{\lambda}_k$  (9) можем записать приближенную формулу

$$W_k(\hat{\lambda}_k | R, V) = \frac{1}{\sigma_k \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\hat{\lambda}_k - m_k(R, V)]^2}{2\sigma_k^2} \right\}, \quad (16)$$

где  $m_k(R, V)$  определяется из (13), а  $\sigma_k^2$  из (15).

Набор из  $N$  независимых случайных величин  $\hat{\lambda}_k$  (9) используем в качестве исходной статистики для получения квазиоптимальных оценок дальности  $\tilde{R}$  и скорости  $\tilde{V}$ . Соответствующая функция правдоподобия имеет вид

$$W(\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{N-1} | R, V) = \prod_{k=0}^{N-1} W_k(\hat{\lambda}_k | R, V). \quad (17)$$

Подставляя (16) в (17) и опуская несущественные слагаемые, для логарифма функции правдоподобия, получаем выражение

$$\begin{aligned} L_m(R, V) &= \ln W(\hat{\lambda}_0, \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{N-1} | R, V) = \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left[ \hat{\lambda}_k - \frac{2\Delta R}{c} P_{0k} - \theta \frac{2V}{c} k P_{0k} - k\theta - \frac{2R_{pr}}{c} \right]^2}{\sigma_k^2}. \end{aligned}$$

Оценки  $\tilde{R}$  и  $\tilde{V}$  дальности  $R_0$  и скорости  $V_0$  определим как координаты наибольшего максимума логарифма функции правдоподобия. Решая систему уравнений правдоподобия

$$\left[ \frac{\partial L_m(R, V)}{\partial R} \right]_{\tilde{R}, \tilde{V}} = 0, \quad \left[ \frac{\partial L_m(R, V)}{\partial V} \right]_{\tilde{R}, \tilde{V}} = 0,$$

находим оценки дальности и скорости

$$\tilde{R} = cA / 2 + R_{pr}, \quad \tilde{V} = cA / 2\theta + R_{pr} / 2\theta^2 \quad (18)$$

$$\text{где } A = \frac{\left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(\hat{\lambda}_k - k\theta - 2R_{pr}/c) k P_{0k}}{\sigma_k^2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(\hat{\lambda}_k - k\theta - 2R_{pr}/c) P_{0k}}{\sigma_k^2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2}}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2}.$$

Усредняя (18), имеем:

$$\langle \tilde{R} \rangle = Qc / 2 + R_{pr}, \langle \tilde{V} \rangle = Qc / \mathfrak{X} + R_{pr}, \quad (19)$$

$$\text{где } Q = \frac{\left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left( \langle \hat{\lambda}_k \rangle - k\theta - 2R_{pr}/c \right) k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{\left( \langle \hat{\lambda}_k \rangle - k\theta - 2R_{pr}/c \right) P_{0k}}{\sigma_k^2} \right) \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2}}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2}.$$

Подставляя (13) в (19) и выполняя суммирование, приходим к выражениям

$$\langle \tilde{R} \rangle = R_0, \langle \tilde{V} \rangle = V_0. \quad (20)$$

Видим, что при наличии аномальных ошибок оценки (18) условно несмещенные.

Используем далее независимые центрированные случайные величины (14) с дисперсией (15). Тогда оценки дальности и скорости (18) можно переписать в виде:  $\tilde{R} = cD_1 / 2 + R_0$ ,  $\tilde{V} = cD_2 / \mathfrak{X} + V_0$ , где

$$D_1 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\eta_i P_{0i} P_{0k}^2}{\sigma_i^2 \sigma_k^2} k(k-i)}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2},$$

$$D_2 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\eta_i P_{0i} P_{0k}^2}{\sigma_i^2 \sigma_k^2} (i-k)}{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2}.$$

Найдем безусловные рассеяния квазиоптимальных оценок дальности и скорости (18) при наличии аномальных ошибок:

$$\langle (\tilde{R} - R_0)^2 \rangle = \frac{c^2}{4} \frac{\left( \left( \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\eta_i P_{0i} P_{0k}^2}{\sigma_i^2 \sigma_k^2} k(k-i) \right)^2 \right)}{\left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2 \right)^2}, \quad (21)$$



$$\langle (\tilde{V} - V_0)^2 \rangle = \frac{c^2}{4\theta^2} \frac{\left( \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=0}^{N-1} \frac{\eta_i P_{0i} P_{0k}^2}{\sigma_i^2 \sigma_k^2} (i-k) \right)^2}{\left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2 \right)^2}. \quad (22)$$

Возводя в квадрат и выполняя в (21), (22) усреднение, находим рассеяния оценок (18):

$$B(\tilde{R}) = c^2 \Delta R_{pr}^2 Z / 4, B(\tilde{V}) = c^2 V_{\max}^2 Z / 4\theta^2, \quad (23)$$

$$\text{где } Z = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2}}{\left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k^2 P_{0k}^2}{\sigma_k^2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} \frac{k P_{0k}^2}{\sigma_k^2} \right)^2 \right)}.$$

Введя обозначение

$$\alpha_k^2 = \sigma_k^2 / \sigma_{0k}^2 = P_{0k} + z^2 d^2 k^2 \delta_V^2 (1 - P_{0k}) / 3 + \\ + z^2 d^2 m_R^2 (1 - P_{0k}) / 3 + 2z^2 d^2 k m_R \delta_V (1 - P_{0k}) / 3,$$

и используя (23), можно записать рассеяния оценок дальности и скорости как

$$B(\tilde{R}) = \frac{\Delta R_{pr}^2 \sum_{k=0}^{N-1} k^2 P_{0k}^2 \alpha_k^{-2}}{4z^2 d^2 m_R^2 \left( \sum_{k=0}^{N-1} P_{0k}^2 \alpha_k^{-2} \sum_{k=0}^{N-1} k^2 P_{0k}^2 \alpha_k^{-2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} k P_{0k}^2 \alpha_k^{-2} \right)^2 \right)}, \quad (24)$$

$$B(\tilde{V}) = \frac{V_{\max}^2 \sum_{k=0}^{N-1} P_{0k}^2 \alpha_k^{-2}}{4z^2 d^2 \delta_V^2 \left( \sum_{k=0}^{N-1} P_{0k}^2 \alpha_k^{-2} \sum_{k=0}^{N-1} k^2 P_{0k}^2 \alpha_k^{-2} - \left( \sum_{k=0}^{N-1} k P_{0k}^2 \alpha_k^{-2} \right)^2 \right)}. \quad (25)$$

Пусть отношение сигнал/шум (11) для одного импульса последовательности (4) достаточно велико, так что оценки максимального правдоподобия  $\hat{\lambda}_k$  (9) времени прихода  $k$ -го импульса являются надежными [4]. Полагая в этом случае в (18),  $P_{0k} = 1$  имеем для квазиоптимальных оценок дальности и скорости выражения

$$\begin{aligned}\tilde{R} &= \frac{c}{N(N+1)} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\lambda}_k (2N-1-3k), \\ \tilde{V} &= \frac{c}{2} \left[ \frac{6}{\theta N(N^2-1)} \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\lambda}_k (2k-N+1) - 1 \right].\end{aligned}\quad (26)$$

Сопоставляя (26) и (18), видим, что в условиях высокой апостериорной точности оценок (9) времени прихода  $k$ -го импульса последовательности (4) выражения для квазиоптимальных оценок существенно упрощаются. Кроме того, структура оценок (26) не зависит от дисперсий оценок времени прихода  $\hat{\lambda}_k$  (9). Используя (26), нетрудно показать, что при отсутствии аномальных ошибок квазиоптимальные оценки дальности и скорости условно несмещенные и обладают дисперсиями

$$D(\tilde{R}) = \frac{(2N-1)\Delta R_{pr}^2}{2z^2 d^2 m_R^2 (N+1)N}, \quad D(\tilde{V}) = \frac{3V_{\max}^2}{z^2 d^2 \delta_V^2 N(N^2-1)}. \quad (27)$$

Эти выражения совпадают с (24) и (25) соответственно, если в последних формулах положить  $P_{0k} \equiv 1$ . Выражения (27) совпадают с аналогичными выражениями для дисперсий надежных оценок максимального правдоподобия дальности и скорости в [3]. Отметим, что дисперсии (27) надежных оценок максимального правдоподобия дальности и скорости совпадают с дисперсиями эффективных оценок [4]. Получаем, что асимптотически, при достаточно больших отношениях сигнал/шум для одного импульса (11), дисперсии квазиоптимальных оценок дальности и скорости (18) совпадают с дисперсиями эффективных оценок. Следовательно, квазиоптимальные оценки (18) являются асимптотически эффективными с ростом отношения сигнал/шум (11) для одного импульса. Согласно [3], высокая точность оценок максимального правдоподобия дальности и скорости может быть обеспечена при достаточно больших отношениях сигнал/шум  $z_N^2 = Nz^2$  для всей последовательности импульсов (4), даже если отношение сигнал/шум  $z^2$  (11) для одного импульса мало. В этом случае точность квазиоптимальных оценок (18) может быть существенно ниже, чем точность оценок максимального правдоподобия. Действительно, если  $z_N^2$  велико, аномальные ошибки дальности и скорости фактически отсутствуют. В то же время при малых  $z^2$  (11) будут иметь место аномальные ошибки оценок  $\hat{\lambda}_k$  (9). Естественно, аномальные ошибки этих оценок могут привести к существенному снижению точности оценок (18).

Определим потери в точности квазиоптимальных оценок дальности и скорости (18) по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия (8) при возможном наличии аномальных ошибок. Для этого приведем характеристики совместных оценок максимального правдоподобия (6) дальности и скорости с учетом аномальных ошибок. Как следует из [3], оценки максимального правдоподобия дальности  $\hat{R}$  и скорости  $\hat{V}$  (6) обладают рассеяниями

$$\begin{aligned} B(\hat{R}) &= \left[ \frac{(2N-1)P_0}{2d^2 m_R^2 N(N+1)z^2} + U \right] \Delta R_{pr}^2, \\ B(\hat{V}) &= \left[ \frac{3P_0}{d^2 \delta_V^2 N(N^2-1)z^2} + U \right] V_{\max}^2. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь

$$U = (1 - P_0) / 6,$$

$$P_0 = z_N \int_1^\infty \exp \left[ \frac{3z_N^2}{2} - z_N x \right] \exp \left[ -\frac{\xi x}{(2\pi)^{3/2}} \exp \left( -\frac{x^2}{2} \right) \right] \Phi(x - 2z_N) dx$$

вероятность надежной оценки максимального правдоподобия дальности и скорости, а  $\xi$  — приведенная площадь априорной области (2) возможных значений дальности и скорости, равная [3]:  $\xi = 2d^2 m_R \delta_V \sqrt{(N^2 - 1)/3}$ .

Сопоставление (24), (25) и (28) позволяет определить потери

$$\chi_R = B(\tilde{R}) / B(\hat{R}), \quad \chi_V = B(\tilde{V}) / B(\hat{V}) \quad (29)$$

в точности квазиоптимальных оценок дальности и скорости (18) по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия (6).

Найдем потери (29) в точности квазиоптимальной оценки, когда импульс последовательности (4) описывается формулой [6]

$$s(t) = \alpha \exp(-\beta^2 t^2) \sin \omega t \quad (30)$$

Нетрудно убедиться, что эта функция удовлетворяет условию излучения [1]. Анализ сигнальной функции (функции неопределенности) [4] для импульса (30) показывает, что при

$$q = \omega / \beta \leq 5 \dots 6 \quad (31)$$

наибольший ее побочный максимум имеет относительную величину не более 0,5. Будем полагать, что такой уровень побочного максимума сигнальной

функции достаточен для однозначного измерения временного положения импульса (30). Следовательно [1] импульс (30) можно считать сверхширокополосным, пока выполняется условие (31). Выбрав  $q = 4$ , для параметра  $d$  из (10) получаем  $d^2 \approx 11,55$ . Для параметра  $\delta_V = 0,6$  и  $m_R = 10$  на рис. 1 приведена зависимость проигрыша  $\chi_R$  (29) в точности квазиоптимальной оценки дальности от отношения сигнал/шум для одного импульса  $z$  (11). Кривые рис. 1 рассчитаны по формулам (25), (28), (29) для различного числа  $N$  импульсов последовательности (4). Кривая 1 соответствует  $N = 2$ , 2 —  $N = 5$ , 3 —  $N = 10$ . На рис. 2 приведена зависимость проигрыша  $\chi_V$  (29) в точности квазиоптимальной оценки скорости от отношения сигнал/шум для одного импульса  $z$  (11). Кривые рис. 2 рассчитаны по формулам (25), (28), (29) для тех же значений параметров что и рис. 1. Обозначения на рис. 2 соответствуют обозначениям рис. 1.

Как следует из рис. 1, проигрыш в точности квазиоптимальной оценки дальности (18) по сравнению с точностью оценки максимального правдоподобия (6) растет с увеличением

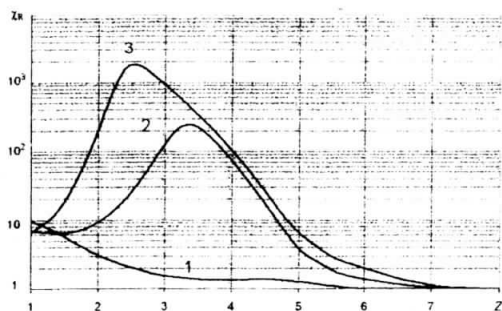


Рис. 1

числа импульсов последовательности (4) и зависит от отношения сигнал/шум не монотонно. Возрастание проигрыша с увеличением числа импульсов объясняется увеличением протяженности априорного интервала (8) возможных значений параметра  $\lambda_k$  (7) с увеличением  $k$ . Действительно, с ростом априорного интервала (8) уменьшается вероятность надежной оценки  $P_{0k}$  (12) и рассеяние ква-

зиоптимальной оценки дальности увеличивается. При малых отношениях сигнал/шум, как квазиоптимальная, так и оценка максимального правдоподобия дальности обладают низкой надежностью и их рассеяние определяется только аномальными ошибками. С ростом отношения сигнал/шум (11) рассеяние как квазиоптимальной, так и максимально правдоподобной (8) оценок начинает убывать. Причем в пороговой области, где влияние аномальных ошибок существенно, рассеяние оценки максимального правдоподобия дальности (6) убывает заметно быстрее. Наконец, когда отношение сигнал/шум настолько велико, что влиянием аномальных ошибок можно пренебречь, рассеяния квазиоптимальной и максимально правдоподобной оценок совпадают и равны дисперсии эффективной оценки дальности (27).

Как следует из рис. 2, проигрыш  $\chi_V$  в точности квазиоптимальной оценки скорости (18) по сравнению с точностью оценки максимального правдоподобия аналогично проигрышу  $\chi_R$  на рис. 1 зависит от отношения сигнал/шум не монотонно. Видим, что проигрыш  $\chi_R$  в меньшей степени зависит от числа импульсов последовательности (4), чем проигрыш  $\chi_V$ . Также аналогично на рис. 1, когда отношение сигнал/шум настолько велико, что влиянием аномальных ошибок можно пренебречь, рассеяния квазиоптимальной и максимально правдоподобной оценок скорости совпадают и равны дисперсии эффективной оценки скорости (27).

Таким образом, полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между различными алгоритмами сверхширокополосной оценки дальности и скорости, в зависимости от величины отношения сигнал/шум, числа используемых импульсов, от требований предъявляемых к точности оценки и степени простоты аппаратной реализации алгоритма оценки и в зависимости от имеющейся априорной информации.

Приведенные результаты получены при поддержке CRDF и Минобрования РФ (проект VZ -010-0).

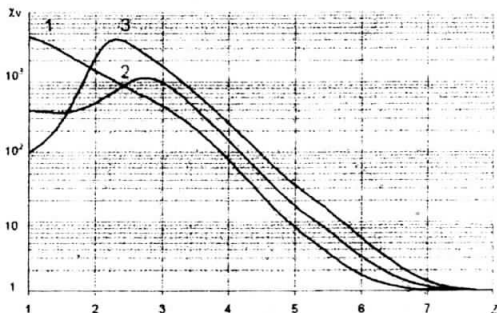


Рис. 2

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. — М.: Радио и связь, 1989. — 192 с.
2. Бункин Б. В., Кашин В. А. Особенности, проблемы и перспективы субнаносекундных видеоимпульсных РЛС // Радиотехника. — 1995. — № 4—5. — С. 128—133.
3. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Эффективность сверхширокополосного обнаружения и измерения дальности и скорости цели // Радиотехника и электроника. — 1997. — Т. 42. — № 4. — С. 451—456.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.
5. Лезин Ю. С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. — М.: Сов. радио, 1969. — 448 с.
6. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Квазиправдоподобная сверхширокополосная оценка дальности и скорости // Радиоэлектроника. — 1997. — №10. — С. 25—34. (Изв. вузов).

Воронежский государственный ун-т.

Поступила в редакцию 12.06.03.