



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ТОМ 47

7-8

июль-август

ИЗДАНИИ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2004

ОЦЕНКА ПЛОЩАДИ НЕОДНОРОДНОГО ПРОПАДАЮЩЕГО ИЗОБРАЖЕНИЯ НА ФОНЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ШУМА*

Рассмотрены квазиправдоподобный и максимально правдоподобный алгоритмы оценки площади с учетом возможного отсутствия изображения в наблюдаемой реализации случайного поля. Найдены точные выражения для характеристик алгоритмов оценки площади.

При обработке изображения, зарегистрированного в картинной плоскости, часто бывает необходимо измерить его площадь. В [1] рассмотрена оценка площади неоднородного изображения на фоне пространственного шума, когда априори известно о наличии изображения. Однако, вследствие ошибок наведения, случайности объектов наблюдения, отклонений луча, вызванных флуктуациями среды распространения, и ряда других причин, полезный сигнал на входе устройства формирующего изображение, может присутствовать с вероятностью, меньшей единицы [1]. В [1] рассматривалась задача оценки площади однородного пропадающего изображения. В реальных условиях интенсивность изображения обычно является некоторой функцией координат, так что изображение оказывается неоднородным. Таким образом, представляет интерес задача оценки площади неоднородного изображения с учетом имеющейся в реальных условиях возможности пропадания сигнала, формирующего изображение.

Положим, что в области G обработке доступна реализация случайного поля

$$\xi(x, y) = \gamma_0 s(x, y, \chi_0) + n(x, y), \quad (1)$$

где

$$s(x, y, \chi_0) = F(x, y)I(x, y, \chi_0) \quad (2)$$

— полезное изображение с интенсивностью $F(x, y)$, которое занимает область с площадью χ_0 . Форма области $\Omega(\chi)$ с площадью χ , занимаемой изображением

* Приведенные результаты получены при поддержке CRDF, Минобразования РФ и РФФИ (проекты VZ-010-0 и 04-01-00523).

ем, описывается индикатором $I(x, y, \chi) = 1$ при $x, y \in \Omega$ и $I(x, y, \chi) = 0$ при $x, y \notin \Omega$. В (1) $n(x, y)$ — гауссовский пространственный белый шум с одномерной спектральной плотностью N_0 , а неизвестная площадь изображения χ_0 принимает значения из априорного интервала $[\chi_{\min}, \chi_{\max}]$. Будем полагать, что полезное изображение присутствует в реализации наблюдаемых данных (1) с вероятностью $p_1 < 1$, так что $\gamma_0 = 1$ с вероятностью p_1 и $\gamma_0 = 0$ с вероятностью $p_0 = 1 - p_1$. В общем случае априорные вероятности p_0 и p_1 могут быть неизвестны. Таким образом, необходимо оценить площадь изображения χ_0 , полагая дискретный параметр γ_0 неинформативным [2].

Логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) зависит от γ и χ [2]

$$L(\chi, \gamma) = \frac{2\gamma}{N_0} \iint_G \xi(x, y) s(x, y, \chi) dx dy - \frac{\gamma^2}{N_0} \iint_G s^2(x, y, \chi) dx dy. \quad (3)$$

Если полезное изображение (2) присутствует в принятой реализации с вероятностью $p_1 = 1$, то для синтеза оценки площади изображения можно воспользоваться методом максимального правдоподобия. Максимально правдоподобная оценка площади формируется, как координата положения абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП [2]

$$\tilde{\chi} = \operatorname{argsup} L(\chi), \quad \chi \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}], \quad (4)$$

где

$$L(\chi) \equiv L(\chi, \gamma = 1). \quad (5)$$

Алгоритм (4) не учитывает возможного пропадания изображения, поэтому при $p_1 < 1$ оценка $\tilde{\chi}$ не является максимально правдоподобной. Для всех $p_1 < 1$ будем называть этот алгоритм квазиправдоподобным.

Максимально правдоподобный подход при возможном отсутствии изображения заключается в нахождении аргумента абсолютного максимума ФОП (3), в котором неинформативный параметр γ заменен на его оценку максимального правдоподобия [2]

$$\hat{\chi} = \arg \sup_{\chi} \left\{ \sup_{\gamma} L(\chi, \gamma) \right\}. \quad (6)$$

Из (3) видно, что $L(\chi, \gamma = 0) = 0$, поэтому алгоритм (6) приводит к следующему решающему правилу

$$\hat{\chi} = \begin{cases} \tilde{\chi}, & L(\tilde{\chi}) \geq 0, \\ 0, & L(\tilde{\chi}) < 0, \end{cases} \quad (7)$$

которое аналогично [2] можно обобщить, введя некоторый порог h

$$\hat{\chi} = \begin{cases} \tilde{\chi}, & L(\tilde{\chi}) \geq h, \\ 0, & L(\tilde{\chi}) < h. \end{cases} \quad (8)$$

В дальнейшем оценку (8) будем называть обобщенной оценкой максимального правдоподобия, причем квазиправдоподобная оценка (4) является частным случаем обобщенной оценки (8) при $h = -\infty$. Отсутствующее изображение при этом интерпретируется как изображение с нулевой площадью.

Для нахождения характеристик алгоритма оценки площади пропадающего изображения (2) исследуем статистические характеристики случайной функции (5). Подставляя (1) в (5), перепишем функцию $L(\chi)$ в виде

$$L(\chi) = \gamma_0 S(\chi_0, \chi) - Q(\chi) / 2 + N(\chi). \quad (9)$$

Здесь

$$N(\chi) = \frac{2}{N_0} \iint_G n(x, y) s(x, y, \chi) dx dy \quad (10)$$

— шумовая функция,

$$S(\chi_0, \chi) = \frac{2}{N_0} \iint_G s(x, y, \chi_0) s(x, y, \chi) dx dy \quad (11)$$

— сигнальная функция, а

$$Q(\chi) = \frac{2}{N_0} \iint_G s^2(x, y, \chi) dx dy \quad (12)$$

— отношение сигнал/шум для изображения с площадью χ .

Шумовая функция $N(\chi)$ (10) является центрированным гауссовским случайным процессом, обладающим корреляционной функцией

$$\langle N(\chi_1) N(\chi_2) \rangle = \frac{2}{N_0} \iint_G s(x, y, \chi_1) s(x, y, \chi_2) dx dy = S(\chi_1, \chi_2). \quad (13)$$

Обозначим $\Omega_{\min}(\chi_1, \chi_2)$ ту из двух областей $\Omega(\chi_1)$ и $\Omega(\chi_2)$, которая обладает меньшей площадью. Подставляя далее (2) в (11), (12), имеем

$$S(\chi_0, \chi) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega_{\min}(\chi_0, \chi)} F^2(x, y) dx dy, \quad (14)$$

$$Q(\chi) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega(\chi)} F^2(x, y) dx dy. \quad (15)$$

Согласно (15) отношение сигнал/шум всегда является монотонной неубывающей функцией площади χ . Положим, что функция $F(x, y)$, описывающая рас-

пределение интенсивности полезного изображения, может обращаться в ноль только на части области $\Omega(\chi)$, имеющей нулевую меру. Тогда $Q(\chi)$ является монотонно возрастающей функцией площади изображения χ и (13) можно переписать как

$$S(\chi_1, \chi_2) = \min[Q(\chi_1), Q(\chi_2)]. \quad (16)$$

Перейдем в (9) к новой переменной

$$\lambda = Q(\chi), \quad (17)$$

причем $\lambda \in [\Lambda_{\min}, \Lambda_{\max}]$, где $\Lambda_{\min} = Q(\chi_{\min})$, $\Lambda_{\max} = Q(\chi_{\max})$.

Учитывая (13)–(16) можем представить (9) в виде

$$L(\chi) = L[\chi(\lambda)] = \mu(\lambda) = \gamma_0 \min(\lambda, \lambda_0) - \lambda/2 + v(\lambda), \quad (18)$$

где $\lambda_0 = Q(\chi_0)$, $v(\lambda) = N[\chi(\lambda)]$, а $\chi(\lambda)$ определяется из решения уравнения $Q(\chi) = \lambda$.

В соответствии с [2] условная плотность вероятности обобщенной максимально правдоподобной оценки (8) равна

$$W(\chi|\chi_0) = p_0[W_S(\chi|0) + (1-\alpha)\delta(\chi)] + p_1[W_S(\chi|1) + \beta(\chi)\delta(\chi)], \quad (19)$$

где $W_S(\chi|\gamma_0)$ — условная плотность вероятности оценки $\tilde{\chi}$ (4) неизвестной площади при наличии и отсутствии изображения в принятой реализации,

$$\alpha = P\{L(\tilde{\chi}) > h|\gamma_0 = 0\}, \quad \beta = P\{L(\tilde{\chi}) < h|\gamma_0 = 1\} \quad (20)$$

— вероятности ошибок 1-го и 2-го рода при обнаружении изображения [2].

Введем в рассмотрение вспомогательную оценку

$$\tilde{\lambda} = \operatorname{arg\,sup}_{\lambda}(\lambda), \quad \lambda \in [\Lambda_{\min}, \Lambda_{\max}] \quad (21)$$

Поскольку оценка $\tilde{\chi}$ (4) однозначно выражается через вспомогательную оценку $\tilde{\lambda}$ (21)

$$\tilde{\lambda} = Q(\tilde{\chi}), \quad (22)$$

то плотность вероятности $W_S(\chi|\gamma_0)$ можно выразить через соответствующую плотность вероятности $W_\lambda(\Lambda|\gamma_0)$ вспомогательной оценки

$$W_S(\chi|\gamma_0) = W_\lambda[Q(\chi)|\gamma_0]Q'(\chi)$$

Для плотности вероятности вспомогательной оценки (21), а также для вероятностей ошибок (20) запишем согласно [2],

$$W_\lambda(\Lambda|\gamma_0) = \int_h^\infty \left[\frac{\partial^2 F(u, v, \Lambda|\gamma_0)}{\partial u \partial \Lambda} \right]_{v=u} du, \quad (23)$$

$$\alpha = 1 - F(h, h, \Lambda_{\max}|0), \quad \beta(\chi_0) = F(h, h, \Lambda_{\max}|1), \quad (24)$$

где

$$F(u, v, \Lambda | \gamma_0) = P \left(\sup_{\Lambda_{\min} \leq \lambda < \Lambda} \mu(\lambda) < u, \sup_{\Lambda \leq \lambda \leq \Lambda_{\max}} \mu(\lambda) < v \middle| \gamma_0 \right) \quad (25)$$

— двумерная функция распределения абсолютных максимумов процесса $\mu(\lambda)$. Таким образом, для определения плотности вероятности (19) МП оценки (8) необходимо найти функцию (25).

Из (13), (16) следует, что центрированный гауссовский случайный процесс $v(\lambda)$ обладает корреляционной функцией

$$\langle v(\lambda_1) v(\lambda_2) \rangle = \min(\lambda_1, \lambda_2). \quad (26)$$

Тогда гауссовский случайный процесс $\mu(\lambda)$ является марковским [3] и обладает коэффициентами сноса и диффузии соответственно

$$K_1 = \begin{cases} \gamma_0 - 1/2, & \lambda < \lambda_0 \\ -1/2, & \lambda > \lambda_0 \end{cases}, \quad K_2 = 1 \quad (27)$$

Воспользовавшись марковскими свойствами функции $\mu(\lambda)$ (18), вспомогательную функцию (25) можно записать как [3]

$$F(u, v, \Lambda | \gamma_0) = \int_{-\infty}^v W(x, \Lambda_{\max}) dx. \quad (28)$$

Здесь $W(x, \Lambda_{\max}) = W(x, \lambda = \Lambda_{\max})$, а $W(x, \lambda)$ — решение уравнения Фоккера—Планка—Колмогорова [3]

$$\frac{\partial W(x, \lambda)}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial x} [K_1 W(x, \lambda)] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [K_2 W(x, \lambda)] = 0 \quad (29)$$

с коэффициентами (27), при начальном условии

$$W(x, \Lambda_{\min}) = \exp \{ -[x - (\gamma_0 - 1/2) \Lambda_{\min}]^2 / 2 \Lambda_{\min} \} / \sqrt{2 \pi \Lambda_{\min}}$$

и граничных условиях $W(x, \lambda)|_{x=u} = 0$ при $\lambda \in [\Lambda_{\min}, \Lambda]$, $W(x, \lambda)|_{x=v} = 0$ при $\lambda \in [\Lambda, \Lambda_{\max}]$, $W(x, \lambda)|_{x=-\infty} = 0$.

Применяя метод отражения с переменной знака [3], находим решение уравнения (29). Подставляя это решение в (28) для вспомогательной функции (25), можем записать при $\Lambda \leq \lambda_0$

$$F(u, v, \Lambda | \gamma_0) = \frac{1}{2\pi \sqrt{2\pi(\lambda_0 - \Lambda)(\Lambda - \Lambda_{\min})\Lambda_{\min}}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{2x_2 x_3}{(\lambda_0 - \Lambda)} \right] \right\} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \exp \left\{ -\frac{[x_3 - x_2 + (\gamma_0 - 1/2)(\lambda_0 - \Lambda)]^2}{2(\lambda_0 - \Lambda)} \right\} \left\{ \Phi \left[\frac{(\Lambda_{\max} - \lambda_0)/2 + x_3}{\sqrt{\Lambda_{\max} - \lambda_0}} \right] - \right. \\
& \quad \left. - \exp(-x_3) \Phi \left[\frac{(\Lambda_{\max} - \lambda_0)/2 - x_3}{\sqrt{\Lambda_{\max} - \lambda_0}} \right] \right\} \times \\
& \quad \times \left(\exp \left\{ -\frac{[x_1 - u + v - x_2 - (\gamma_0 - 1/2)(\Lambda - \Lambda_{\min})]^2}{2(\Lambda - \Lambda_{\min})} \right\} - \right. \\
& \quad \left. - \exp[2(\gamma_0 - 1/2)x_1] \exp \left\{ -\frac{[x_1 + u - v + x_2 + (\gamma_0 - 1/2)(\Lambda - \Lambda_{\min})]^2}{2(\Lambda - \Lambda_{\min})} \right\} \right) \times \\
& \quad \times \exp \left\{ -\frac{[u - x_1 - (\gamma_0 - 1/2)\Lambda_{\min}]^2}{2\Lambda_{\min}} \right\} dx_1 dx_2 dx_3, \quad (30)
\end{aligned}$$

и при $\lambda_0 < \Lambda$

$$\begin{aligned}
& F(u, v, \Lambda | \gamma_0) = \\
& = \frac{1}{2\pi\sqrt{2\pi(\Lambda - \lambda_0)(\lambda_0 - \Lambda_{\min})\Lambda_{\min}}} \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \left\{ \Phi \left[\frac{(\Lambda_{\max} - \Lambda)/2 + x_3}{\sqrt{\Lambda_{\max} - \Lambda}} \right] - \right. \\
& \quad \left. - \exp(-x_3) \Phi \left[\frac{(\Lambda_{\max} - \Lambda)/2 - x_3}{\sqrt{\Lambda_{\max} - \Lambda}} \right] \right\} \left\{ \exp \left\{ -\frac{[x_2 - u + v - x_3 + (\Lambda - \lambda_0)/2]^2}{2(\Lambda - \lambda_0)} \right\} - \right. \\
& \quad \left. - \exp(-x_2) \exp \left\{ -\frac{[x_2 + u - v + x_3 - (\Lambda - \lambda_0)/2]^2}{2(\Lambda - \lambda_0)} \right\} \right\} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{2x_1 x_2}{\lambda_0 - \Lambda_{\min}} \right] \right\} \times \\
& \quad \times \exp \left\{ -\frac{[x_1 - x_2 - (\gamma_0 - 1/2)(\lambda_0 - \Lambda_{\min})]^2}{2(\lambda_0 - \Lambda_{\min})} \right\} \times \\
& \quad \times \exp \left\{ -\frac{[u - x_1 - (\gamma_0 - 1/2)\Lambda_{\min}]^2}{2\Lambda_{\min}} \right\} dx_1 dx_2 dx_3. \quad (31)
\end{aligned}$$

Подставляя (30) и (31) в (24), находим вероятности ошибок 1-го и 2-го рода (20)

$$\alpha = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi Q(\chi_{\min})}} \int_0^{\infty} \Phi \left\{ \frac{[Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_{\min})] / 2 + x}{\sqrt{Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_{\min})}} \right\} - \exp(-x) \times \\ \times \Phi \left\{ \frac{[Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_{\min})] / 2 - x}{\sqrt{Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_{\min})}} \right\} \exp \left\{ -\frac{[x - h - Q(\chi_{\min}) / 2]^2}{2Q(\chi_{\min})} \right\} dx, \quad (32)$$

$$\beta(\chi_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi Q(\chi_0)}} \int_0^{\infty} \Phi \left\{ \frac{[Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_0)] / 2 + x}{\sqrt{Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_0)}} \right\} - \exp(-x) \times \\ \times \Phi \left\{ \frac{[Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_0)] / 2 - x}{\sqrt{Q(\chi_{\max}) - Q(\chi_0)}} \right\} \exp \left\{ -\frac{[x + Q(\chi_0) / 2]^2 + h^2 - hQ(\chi_0)}{2Q(\chi_0)} \right\} \times \\ \times \left(\exp \left[\frac{xh}{Q(\chi_0)} \right] \Phi \left\{ \sqrt{\frac{Q(\chi_0) - Q(\chi_{\min})}{Q(\chi_{\min})Q(\chi_0)}} h + \sqrt{\frac{Q(\chi_{\min})}{[Q(\chi_0) - Q(\chi_{\min})]Q(\chi_0)}} x \right\} - \right. \\ \left. - \exp \left[-\frac{xh}{Q(\chi_0)} \right] \Phi \left\{ \sqrt{\frac{Q(\chi_0) - Q(\chi_{\min})}{Q(\chi_{\min})Q(\chi_0)}} h - \sqrt{\frac{Q(\chi_{\min})}{[Q(\chi_0) - Q(\chi_{\min})]Q(\chi_0)}} x \right\} \right) dx. \quad (33)$$

Соответственно, подставляя (30) и (31) в (23), после несложных, но громоздких преобразований получаем плотность вероятности вспомогательной оценки (21)

$$W_{\lambda}(\Lambda | \gamma_0) = \\ = \frac{1}{\pi(\Lambda - \Lambda_{\min})^{3/2}(\lambda_0 - \Lambda)^{3/2}} \int_0^{\infty} x_1 \exp \left\{ -\frac{[x_1 - (\gamma_0 - 1/2)(\Lambda - \Lambda_{\min})]^2}{2(\Lambda - \Lambda_{\min})} \right\} \times \\ \times \Phi \left[\frac{x_1 + (\gamma_0 - 1/2)\Lambda_{\min} - h}{\sqrt{\Lambda_{\min}}} \right] dx_1 \int_0^{\infty} x_2 \exp \left\{ -\frac{[x_2 + (\gamma_0 - 1/2)(\lambda_0 - \Lambda)]^2}{2(\lambda_0 - \Lambda)} \right\} \times \\ \times \left\{ \Phi \left[\frac{(\Lambda_{\max} - \lambda_0) / 2 + x_2}{\sqrt{\Lambda_{\max} - \lambda_0}} \right] - \exp(-x_2) \Phi \left[\frac{(\Lambda_{\max} - \lambda_0) / 2 - x_2}{\sqrt{\Lambda_{\max} - \lambda_0}} \right] \right\} dx_2 \quad (34)$$

при $\Lambda < \lambda_0$ и

$$\begin{aligned}
 W_\lambda(\Lambda|\gamma_0) = & \\
 = & \frac{1}{2\pi(\Lambda - \lambda_0)^{3/2} \sqrt{(\lambda_0 - \Lambda_{\min})}} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi(\Lambda_{\max} - \Lambda)}} \exp\left(-\frac{\Lambda_{\max} - \Lambda}{8}\right) + \right. \\
 + & \Phi\left(\frac{\sqrt{\Lambda_{\max} - \Lambda}}{2}\right) \left. \int_0^\infty \int_0^\infty \Phi\left[\frac{x_1 + (\gamma_0 - 1/2)\Lambda_{\min} - h}{\sqrt{\Lambda_{\min}}}\right] \exp\left\{-\frac{[x_2 + (\Lambda - \lambda_0)/2]^2}{2(\Lambda - \lambda_0)}\right\} \times \right. \\
 \times & \exp\left\{-\frac{[x_1 - x_2 - (\gamma_0 - 1/2)(\lambda_0 - \Lambda_{\min})]^2}{2(\lambda_0 - \Lambda_{\min})}\right\} \left. \left[1 - \exp\left(-\frac{2x_1x_2}{\lambda_0 - \Lambda_{\min}}\right)\right] x_2 dx_1 dx_2 \right]
 \end{aligned} \quad (35)$$

при $\Lambda > \lambda_0$. Выражения (34), (35) позволяют найти плотность вероятности $W_S(\chi|\gamma_0)$ оценки (4) площади изображения.

Точность МП оценки (8) можно характеризовать условными смещением и рассеянием, которые при истинном значении площади χ_0 определяются соответственно как [2]

$$b(\tilde{\chi}|\chi_0) = p_0 b(\tilde{\chi}|0) + p_1 [b(\tilde{\chi}|\chi_0) - \chi_0 \beta(\chi_0)], \quad (36)$$

$$V(\tilde{\chi}|\chi_0) = p_0 V(\tilde{\chi}|0) + p_1 [V(\tilde{\chi}|\chi_0) + \chi_0^2 \beta(\chi_0)], \quad (37)$$

где обозначено

$$\begin{aligned}
 b(\tilde{\chi}|j\chi_0) &= \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} (\chi - j\chi_0) W_S(\chi|j) d\chi \\
 V(\tilde{\chi}|j\chi_0) &= \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} (\chi - j\chi_0)^2 W_S(\chi|j) d\chi, \quad j = 0, 1
 \end{aligned}$$

Если значение неизвестной площади является случайной величиной, априорная плотность вероятности $W_{pr}(\chi)$ которой известна, то можно найти безусловные смещение и рассеяние оценки (8)

$$b(\hat{\chi}) = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} b(\hat{\chi}|\chi) W_{pr}(\chi) d\chi, \quad V(\hat{\chi}) = \int_{\chi_{\min}}^{\chi_{\max}} V(\hat{\chi}|\chi) W_{pr}(\chi) d\chi. \quad (38)$$

Поскольку квазиравдоподобный алгоритм оценивания (4) является частным случаем обобщенного максимально правдоподобного алгоритма (8) при $h = -\infty$, то характеристики эффективности его функционирования можно по-

лучить, подставив $h = -\infty$ в выражения (32), (33), (35). Тогда для условной плотности вероятности квазиправдоподобной оценки площади имеем

$$W(\chi|\chi_0) = p_0 Q'(\chi) W_q[Q(\chi)|\gamma_0 = 0] + p_1 Q'(\chi) W_q[Q(\chi)|\gamma_0 = 1],$$

где

$$\begin{aligned} W_q(\Lambda|\gamma_0 = 0) &= \frac{1}{2} \left[\sqrt{\frac{2}{\pi(\Lambda_{\max} - \Lambda)}} \exp\left(-\frac{\Lambda_{\max} - \Lambda}{8}\right) + \Phi\left(\frac{\sqrt{\Lambda_{\max} - \Lambda}}{2}\right) \right] \times \\ &\times \left[\sqrt{\frac{2}{\pi(\Lambda - \Lambda_{\min})}} \exp\left(-\frac{\Lambda - \Lambda_{\min}}{8}\right) - \Phi\left(-\frac{\sqrt{\Lambda - \Lambda_{\min}}}{2}\right) \right], \\ W_q(\Lambda|\gamma_0 = 1) &= \frac{1}{2} \begin{cases} \Psi\left(\frac{(\lambda_0 - \Lambda)}{2}, \frac{(\lambda_0 - \Lambda_{\min})}{2}, \frac{(\Lambda_{\max} - \lambda_0)}{2}\right), \Lambda_{\min} \leq \Lambda < \lambda_0 \\ \Psi\left(\frac{(\Lambda - \lambda_0)}{2}, \frac{(\Lambda_{\max} - \lambda_0)}{2}, \frac{(\lambda_0 - \Lambda_{\min})}{2}\right), \lambda_0 \leq \Lambda \leq \Lambda_{\max} \end{cases}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \Psi(y, y_1, y_2) &= (2\sqrt{\pi} y^{3/2})^{-1} \left\{ \Phi\left[\sqrt{(y_1 - y)/2}\right] + \exp\left[-\frac{(y_1 - y)}{4}\right] / \sqrt{\pi(y_1 - y)} \right\} \\ &\int_0^\infty x \exp\left[-\frac{(x + y)^2}{4y}\right] \left\{ \Phi\left[(y_2 + x)/\sqrt{2y_2}\right] - \exp(-x) \Phi\left[(y_2 - x)/\sqrt{2y_2}\right] \right\} dx. \end{aligned}$$

Отметим, что плотность вероятности (39) квазиправдоподобной оценки (4) при наличии изображения ($\gamma_0 \equiv 1$), естественно, совпадает с плотностью вероятности классической оценки максимального правдоподобия [1].

Очевидно, как условные (36), (37), так и безусловные (38) характеристики обобщенной оценки максимального правдоподобия (8) зависят от величины порога h . Поэтому целесообразно исследовать влияние выбора порога на эффективность функционирования обобщенного максимально правдоподобного алгоритма оценивания (8) с целью минимизации безусловного рассеяния (38). В частности можно в (8) выбирать порог из условия

$$h_m = \arg \inf_h V(\hat{\chi}). \quad (40)$$

Алгоритм (8), в котором порог определен в соответствии с (40) в дальнейшем будем называть оптимизированным обобщенным алгоритмом максимального правдоподобия. Однако, выполнить оптимизацию (40) аналитически не удастся. Поэтому для каждого изображения необходимо выполнять оптимизацию численно.

Конкретизируем полученные общие результаты для изображения в форме эллипса, интенсивность которого изменяется линейно вдоль оси x . Уравнение контура, ограничивающего область $\Omega(\chi)$, которую занимает изображение с площадью χ имеет вид эллипса

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = \chi, \quad (41)$$

где $ab = \chi / \pi$. Обозначая $\epsilon = \sqrt{a^2 - b^2} / a$ — эксцентриситет этого эллипса, интенсивность изображения запишем как

$$F(x, y) = \frac{4F_H}{\sqrt{(1-q)^2 + 4(1+q)^2}} \left[\frac{(1-q)\sqrt{\pi}(1-\epsilon^2)^{1/4}}{2\sqrt{\chi_{\max}}} x + \frac{(1+q)}{2} \right]. \quad (42)$$

Здесь параметр F_H характеризует амплитуду интенсивности, параметр $q = F(-a_{\max}, 0) / F(a_{\max}, 0)$ — наклон интенсивности изображения, а параметр $a_{\max}$ определяет большую полуось эллипса при максимальной площади эллипса $\chi_{\max}$.

Функция (42), описывающая интенсивность изображения, нормирована так, чтобы энергия изображения с максимальной площадью $E_{\max} = \iint_{\Omega(\chi_{\max})} F^2(x, y) dx dy = F_H^2 \chi_{\max}$ не зависела от наклона интенсивности

изображения и тем самым была возможность сравнивать точность оценок площади неоднородных изображений с различными наклонами интенсивности. Подставляя интенсивность (42) в (15), находим отношение сигнал/шум

$$Q(\chi) \equiv \lambda = z_H^2 \left[\frac{(1-q)^2}{16} \eta^2 + \frac{(1+q)^2}{4} \eta \right] / \left[\frac{(1-q)^2}{16} + \frac{(1+q)^2}{4} \right], \quad (43)$$

где $\eta = \chi / \chi_{\max}$ — нормированная площадь, $\eta \in [1/g; 1]$, $g = \chi_{\max} / \chi_{\min}$ — динамический диапазон изменения неизвестной площади, $z_H^2 = 2F_H^2 \chi_{\max} / N_0 = 2E_{\max} / N_0$ — отношение сигнал/шум для однородного изображения с интенсивностью F_H и площадью $\chi_{\max}$. Отметим, что отношение сигнал/шум (43) не зависит от эксцентриситета эллипса ϵ .

Для равномерной априорной плотности вероятности площади

$$W_{pr}(\chi) = \begin{cases} 1/(\chi_{\max} - \chi_{\min}), & \chi_{\min} \leq \chi \leq \chi_{\max} \\ 0, & \chi < \chi_{\min}, \chi > \chi_{\max} \end{cases}$$

На рис. 1, представлены результаты расчета характеристик квазиправдоподобной оценки (4), максимально правдоподобной оценки (7) и оптимизированной

обобщенной максимально правдоподобной оценки (8) при пороге (40) для изображения в форме эллипса с интенсивностью (42) при $p_1 = 0,1$ и $g = 10$. Сплошными кривыми показана зависимость нормированного безусловного рассеяния оценки $\rho = V(\hat{\chi})/\chi_{\max}^2$ от отношения сигнал/шум z_H для однородного изображения ($q = 1$), а штриховыми линиями — для существенно неоднородного изображения ($q = 10$). Кривыми 1 изображены зависимости рассеяния квази-правдоподобной оценки (4), кривыми 2 — рассеяния максимально правдоподобной оценки (7) и кривыми 3 — рассеяния оптимизированной обобщенной максимально правдоподобной оценки (8) при пороге (40). Из сопоставления кривых 1 и 2 следует, что при больших отношениях сигнал/шум применение квазиправдоподобной оценки может привести к заметному проигрышу в точности оценки по сравнению с точностью максимально правдоподобной оценки. Согласно рис. 1 (кривая 3) выбор порога из условия (40) позволяет существенно повысить точность оценки площади пропадающего неоднородного изображения. Однако, реализовать оптимизированную обобщенную максимально правдоподобную оценку (8) при пороге (40) можно, лишь располагая значительным объемом априорной информации. Действительно, для расчета оптимального порога (40) надо знать априорную вероятность p_1 наличия изображения и априорную плотность вероятности $W_{pr}(\chi)$ неизвестной площади изображения. Таким образом, сопоставление кривых 2 и 3 на рис. 1 показывает, насколько можно повысить точность оценки, располагая дополнительной априорной информацией. Из рис. 1 также следует, что точность оценки площади изображения несколько снижается по мере увеличения степени неоднородности изображения.

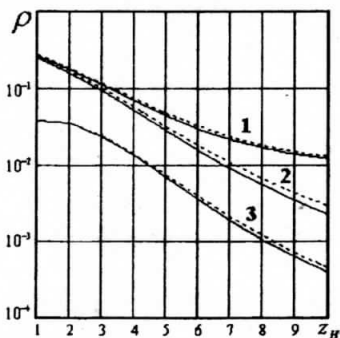


Рис. 1

Найденные точные выражения для характеристик оценки площади пропадающего неоднородного изображения позволяют сделать обоснованный выбор между различными алгоритмами оценки в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и в зависимости от имеющейся априорной информации.

Найденные точные выражения для характеристик оценки площади пропадающего неоднородного изображения позволяют сделать обоснованный выбор между различными алгоритмами оценки в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и в зависимости от имеющейся априорной информации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трифонов А. П., Зимовец К. А. Оценка площади неоднородного изображения на фоне пространственного шума // Радиоэлектроника. — 2003. — № 10. — С. 3 — 14. (Изв. вузов).

2. Нечаев Е. П., Трифонов А. П. Оценка площади пропадающего оптического изображения на фоне шумов // Автометрия. — 1987. — №3. — С. 18—21.
3. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
4. Тихонов В. И., Миронов М. А. Марковские процессы. — М.: Сов. радио, 1977. — 432 с.

Воронежский госуниверситет.

Поступила в редакцию 24.03.04.

УДК 621.39

СЛЮСАР В. И., ТИТОВ И. В.

МЕТОД КОРРЕКЦИИ ХАРАКТЕРИСТИК ПЕРЕДАЮЩИХ КАНАЛОВ АКТИВНОЙ ЦАР

Предложен метод коррекции амплитудно-частотных характеристик передающих каналов цифровой антенной решетки в случае их неидентичности.

При использовании технологии цифрового формирования луча в антенных решетках не только на прием, но и на передачу (например, в связанных приложениях) возникает необходимость в коррекции амплитудно-частотных ха-

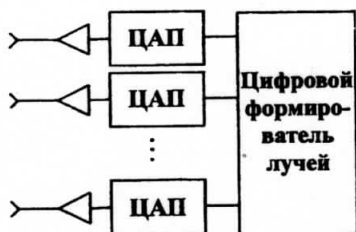


Рис. 1

рактеристик передающих каналов активной ЦАР, типовая функциональная схема которой приведена на рис. 1. Однако до недавнего времени этому уделялось недостаточно внимания. Поэтому цель статьи — разработка метода коррекции характеристик передающих каналов активных ЦАР по излучаемым ими контрольным сигналам.

Суть предлагаемой процедуры коррекции сводится к предварительному взвешиванию квадратурных составляющих напряжений сигналов, поступающих на цифро-аналоговые преобразователи (ЦАП), с помощью комплексных коэффициентов коррекции (КК), согласно выражению, аналогичному приведенному в [1—3] для плоской решетки

$$\tilde{U}_{rq_i}^c = U_{rq_i}^c \cdot \alpha_{rq}^c - U_{rq_i}^s \cdot \alpha_{rq}^s, \quad \tilde{U}_{rq_i}^s = U_{rq_i}^s \cdot \alpha_{rq}^c + U_{rq_i}^c \cdot \alpha_{rq}^s, \quad (1)$$

где $\alpha_{rq}^c, \alpha_{rq}^s$ — косинусная и синусная составляющие коэффициента коррекции отклика rq -го канала передающей ЦАР, расположенного в r -й строке q -го столбца; $U_{rq_i}^c, U_{rq_i}^s$ — нескорректированные квадратурные составляющие на-