

P 250 (246)
2005/7

246
ISSN 0033-8486

РАДИОТЕХНИКА

XXI век

7 2005

www.radiotec.ru

В НОМЕРЕ:

РАДИОСИСТЕМЫ

Выпуск 89: Статистический синтез радиосистем. №10

Выпуск 90: Информационный конфликт в спектре электромагнитных волн. №14



Тел./факс: (095) 925-0241
E-mail: info@radiotec.ru
<http://www.radiotec.ru>

ПОДПИСКА НА ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ ПО МОСКВЕ ЧЕРЕЗ ИНТЕРНЕТ WWW.GAZETY.RU

Обнаружение движущегося с неизвестной скоростью пространственно-протяженного объекта по его изображению с неизвестной интенсивностью

А. П. Трифонов, Р. В. Куцов

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения для аппликативной модели взаимодействия полезного изображения и фона. Работоспособность алгоритма и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик обнаружения установлены с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Synthesis and analysis of the maximum likelihood detection algorithm for applicative model of the interaction of the useful signal and background. The algorithm efficiency and the application range efficiency of the obtained asymptotic expressions for the detection characteristics are determined by means of statistical modeling on computer.

В последнее время существенно возросла разрешающая способность систем дистанционного наблюдения, что стимулировало развитие теории обнаружения объектов по их изображениям с учетом затенения фона. Вопросы обнаружения пространственно-протяженных объектов (ППО) рассматриваются в [1 – 5] и других работах. В [5] найдены характеристики обнаружения ППО, движущегося с априори известной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью. Однако наблюдателю могут быть неизвестны как скорость движения объекта, так и интенсивность его изображения.

Цель работы – синтез и анализ максимально-правдоподобного алгоритма обнаружения ППО, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью.

Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля $x(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей Ω , а t – время. Положим [4], что при гипотезе H_1 поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит изображения движущегося из заданного положения в заданном направлении со скоростью V_0 объекта $s(\mathbf{r} - V_0 t)$, неподвижного фона $v(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_n(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle n(\mathbf{r}_1, t_1) n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2, \quad (1)$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность белого шума. При гипотезе H_0 поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный пространственно-временной шум $n(\mathbf{r}, t)$.

В соответствии с аппликативной моделью [1 – 5], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть Ω_s области Ω , а фоновое излучение формируется оставшейся частью области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости:

$$x(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} v(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}, t) & : H_0, \\ a_0 s_1(\mathbf{r} - V_0 t) I_s(\mathbf{r} - V_0 t) + v(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - V_0 t)] + n(\mathbf{r}, t) & : H_1, \end{cases} \quad (2)$$

где $a_0 = \max s(\mathbf{r} - V_0 t)$ – истинное значение априори неизвестной интенсивности изображения объекта, $s_1(\mathbf{r} - V_0 t) = s(\mathbf{r} - V_0 t) / a_0$, так что $\max s_1(\mathbf{r} - V_0 t) = 1$, $I_s(\mathbf{r}) = 1$ при $\mathbf{r} \in \Omega_s$ и $I_s(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \notin \Omega_s$ – индикатор, описывающий форму изображения объекта. На основе наблюдаемых данных необходимо вынести решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения. В [5] получено выражение для логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) в случае, когда интенсивность изображения объекта априори неизвестна:

$$L_m(V) = \sup_a L(V, a) = \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - Vt) d\mathbf{r} dt - \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - Vt) d\mathbf{r} dt + \left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - Vt) I_s(\mathbf{r} - Vt) d\mathbf{r} dt \right]^2 / N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - Vt) I_s(\mathbf{r} - Vt) d\mathbf{r} dt. \quad (3)$$

Будем считать, что объект движется из заданного положения в известном направлении с неизвестной скоростью V_0 , которая принимает значения из априорного интервала $W = [-V_{\max}/2; V_{\max}/2]$. Выберем систему координат XY , расположив ось X вдоль направления движения изображения объекта. Алгоритм максимального правдоподобия обнаружения изображения, движущегося с неизвестной скоростью, формирует величину $\hat{L} = \sup_{V \in W} L_m(V) = L_m(\hat{V})$, $\hat{V} = \arg \sup_{V \in W} L_m(V)$, и принимает решение, сравнивая $\hat{L}$ с порогом h , определяемым вы-

бранным критерием оптимальности [6–8]: $\hat{L} \underset{H_0}{\overset{H_1}{>}} h$.

Положим далее, что объект и фон являются равномерными, т.е. $s_1(x-Vt, y) = 1$, $v(x, y) = b_0$. Подставляя в (3) реализацию наблюдаемых данных (2), $L_m(V)$ можно представить в виде:

$$L_m(V) = [\gamma_0 z S(V, V_0) + N(V)]^2 / 2, \quad (4)$$

где $\gamma_0 = 1$, если верна гипотеза H_1 , и $\gamma_0 = 0$, если верна гипотеза H_0 ; $S(V, V_0) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x-Vt, y) I_s(x-V_0 t, y) dx dy dt$;

$z = |a_0 - b_0| \sqrt{\frac{2}{N_0 G_s T}}$; $N(V) = \sqrt{\frac{2}{N_0 G_s T}} \int_0^T \iint_{\Omega} n(x, y, t) I_s(x-Vt, y) dx dy dt$ – реализация стационарного гауссовского процесса с нулевым средним значением и корреляционной функцией $\langle N(V_1) N(V_2) \rangle = S(V_1, V_2)$, G_s – площадь изображения объекта, а $\max S(V, V_0) = S(V_0, V_0) = 1$. Обозначим $\Delta V = V - V_0$. Тогда

$$S(V, V_0) = S(|V - V_0|) = S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt. \quad (5)$$

Учитывая, что $I_s(x, y) = I_s^2(x, y)$, перепишем функцию $S(|\Delta V|)$ в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy dt.$$

Исследуем поведение функции $S(|\Delta V|)$ при $|\Delta V| \rightarrow 0$. Величина

$$J(t) = \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy = \iint_{\Omega} [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy$$

в момент времени t представляет собой площадь фигуры D (вообще говоря, многосвязной), целиком лежащей в Ω_s , ни одна из точек которой не принадлежит области, где $I_s(x - |\Delta V|t, y) = 1$.

Будем далее считать, что Ω_s – односвязная конечная область с кусочно-гладкой границей Γ , и любая прямая, параллельная направлению движения, пересекает границу Γ не более, чем в двух точках. Области такого вида назовем областями типа K_V . При этом область D также является областью типа K_V .

Пусть отрезок $[y_{\min}, y_{\max}]$ оси Y представляет собой проекцию области Ω_s на эту ось (рис. 1). Проведем через точки $y_{\min}$ и $y_{\max}$ прямые, параллельные оси X так, как показано на рисунке. Каждая из этих двух прямых пересекает границу Γ лишь в одной точке. Эти две точки пересечения указанных прямых с границей Γ разделяют Γ на две кривые Γ_- и Γ_+ , которые могут быть однозначно спроецированы на ось Y . Обозначим через $l_V = y_{\max} - y_{\min}$ длину проекции области Ω_s на ось Y , т.е. на направление, перпендикулярное направлению движения. Разделим отрезок $[y_{\min}, y_{\max}]$ на n равных частей. Проведем для этого $n-1$ прямую, параллельную оси X так, что расстояния между соседними прямыми одинаковы и равны $\Delta h = l_V/n$. Отрезки соседних прямых, лежащие в области D , т.е. заключенные между левыми границами областей, задаваемых индикаторными функциями $I_s(x, y)$ и $I_s(x - |\Delta V|t, y)$, имеют одинаковую длину $|\Delta V|t$.

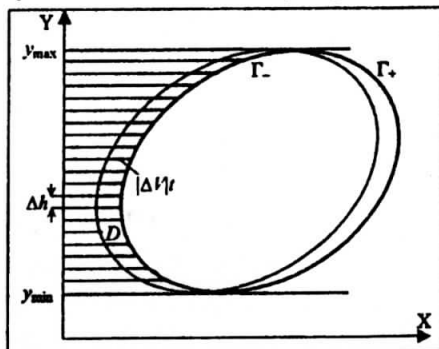


Рис. 1

При $n \rightarrow \infty$ и $|\Delta V| \rightarrow 0$ криволинейные трапеции, образованные этими отрезками и границами областей, заключенными между этими отрезками, можно считать параллелограммами с основаниями $|\Delta V|/l$ и высотами Δh . Учитывая, что площадь каждого параллелограмма $\Delta S_1 = |\Delta V|/l \Delta h = |\Delta V|/l n$, а всего параллелограммов n , получаем, что $J(t) \approx n \Delta S_1 = |\Delta V|/l$. Таким образом, при $|\Delta V| \rightarrow 0$ функцию (5) можно представить в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{|\Delta V| l_V}{G_s T} \int_0^T t dt + O(|\Delta V|) = 1 - \delta |\Delta V| + \bar{O}(|\Delta V|), \quad (6)$$

где

$$\delta = l_V T / 2 G_s. \quad (7)$$

Исследуем поведение функции $S(|\Delta V|)$ при $|\Delta V| \rightarrow \infty$. Обозначим максимальный размер объекта в направлении движения через $l_{||}$. Тогда, спустя время $t \leq T_1 = l_{||}/|\Delta V|$, области, задаваемые индикаторными функциями $I_s(x, y)$ и $I_s(x - |\Delta V|t, y)$, перестанут перекрываться. При $|\Delta V| \rightarrow \infty$ время $T_1 \rightarrow 0$, так что при всех конечных T и достаточно больших $|\Delta V|$ выполняется неравенство $T_1 < T$; в этом случае функцию $S(|\Delta V|)$ можно оценить сверху:

$$S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^{T_1} \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt \leq \frac{T_1}{T} = \frac{l_{||}}{T |\Delta V|},$$

так что $S(|\Delta V|) \rightarrow 0$ при $|\Delta V| \rightarrow \infty$. Таким образом, для объекта, представляющего собой область типа K_V , при $|\Delta V| \rightarrow 0$ справедливо (6), а при $|\Delta V| \rightarrow \infty$ имеем $S(|\Delta V|) = O(|\Delta V|^{-1})$.

Определим вероятность ложной тревоги. По определению $\alpha = P[L_m(\hat{V}) > h | \gamma_0 = 0]$. Воспользовавшись методом функционального преобразования плотностей вероятностей [6], находим, что при отсутствии объекта логарифм ФОП является реализацией негауссовского стационарного процесса с плотностью вероятности

$$w_0(L) = \exp(-L) / \sqrt{\pi L}, L \geq 0 \quad (8)$$

и корреляционной функцией $B(V_1, V_2) = \langle L(V_1) L(V_2) \rangle - \langle L(V_1) \rangle \langle L(V_2) \rangle = S^2(V_1, V_2)/2$. Используя (6), находим, что когда $|V_1 - V_2| \rightarrow 0$

$$B(V_1, V_2) = 1/2 - \delta |V_1 - V_2| + o(|V_1 - V_2|). \quad (9)$$

Таким образом, логарифм ФОП (3) при отсутствии объекта обладает плотностью вероятности (8), а его корреляционная функция допускает представление (9). В этом случае [7] приближенное выражение для вероятности ложной тревоги имеет вид:

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp[-2m\sqrt{h/\pi} \exp(-h)], & h \geq \frac{1}{2}, \\ 1, & h < \frac{1}{2}, \end{cases} \quad (10)$$

где $m = \delta V_{\max} = l_V T V_{\max} / 2 G_s$ — приведенная длина априорного интервала возможных значений скорости. Точность (10) возрастает с ростом m и h .

Определим теперь вероятность пропуска объекта для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения $\beta(V_0) = P[L_m(\hat{V}) < h | \gamma_0 = 1]$. Представим (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [8]:

$$L_m(V) = \hat{S}(V, V_0) + \hat{N}(V) + 1/2, \quad (11)$$

где

$$\hat{S}(V, V_0) = \langle L_m(V) \rangle - 1/2 = z^2 S^2(V, V_0)/2 \quad (12)$$

— сигнальная функция, функция $S(V_1, V_2)$ определена в (5), а негауссовская шумовая функция $\hat{N}(V) = L_m(V) - \langle L_m(V) \rangle$ центрирована и обладает корреляционной функцией

$$\hat{B}(V_1, V_2) = \langle \hat{N}(V_1) \hat{N}(V_2) \rangle = z^2 S(V_1, V_2) S(V_1, V_0) S(V_2, V_0) + S^2(V_1, V_2)/2. \quad (13)$$

Сигнальная функция (12) достигает максимума при $V = V_0$, следовательно, выходное отношение сигнал-шум (ОСШ) [6, 8] $\bar{z}^2 = \hat{S}^2(V_0, V_0) / \hat{B}^2(V_0, V_0) = z^4 / 2(1 + 2z^2)$. Положим, что выходное ОСШ $\bar{z}^2$ достаточно велико. Обозначим $\Delta = \max(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|, |V_2 - V_1|)$. Устремляя $\Delta \rightarrow 0$ и учитывая (6), получаем, что в случае объекта, представляющего собой область типа K_V , в малой окрестности V_0 для функций (12), (13) справедливы асимптотические разложения:

$$\hat{S}(V, V_0) = z^2(1/2 - \delta|V - V_0|) + O(|V - V_0|), \quad (14)$$

$$\hat{B}(V_1, V_2) = (z^2 + 1/2) \begin{cases} 1 - 2\delta|V_1 - V_2| - \frac{2z^2\delta}{z^2 + 1/2} \min(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|) + O(\Delta), & (V_1 - V_0)(V_2 - V_0) \geq 0, \\ 1 - 2\delta|V_1 - V_2| + O(\Delta), & (V_1 - V_0)(V_2 - V_0) < 0, \end{cases} \quad (15)$$

где δ определено в (7).

Отметим, что при $V = V_0$ логарифм ФОП (11) обладает плотностью вероятности $w_1(L) = \exp(-L - z^2/2) \text{ch}(z\sqrt{2L}) / \sqrt{\pi L}$, $L \geq 0$. Для логарифма ФОП с такой плотностью вероятности, первые два момента которого допускают представления (14), (15), в [7] найдено приближенное выражение для вероятности пропуска объекта:

$$\beta \approx \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{2m}{\sqrt{\pi}} \sqrt{h} \exp(-h)\right] \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp\left(\frac{x^2/2 - h}{1 + 1/z^2}\right)\right]^2 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2}{2}\right) \text{ch}(zx) dx, & h \geq \frac{1}{2}, \\ 0, & h < \frac{1}{2}. \end{cases} \quad (16)$$

Точность (16), как и (10), растет с увеличением z , m и h .

Для сравнения приведем характеристики обнаружения полностью детерминированного объекта. Если скорость движения объекта и интенсивность его изображения априори известны, то вероятности ошибок ложной тревоги и пропуска объекта определяются как [4, 7]: $\alpha_0 = 1 - \Phi(h/z + z/2)$, $\beta_0 = \Phi(h/z - z/2)$. Положим, что используется критерий оптимальности Неймана-Пирсона. Тогда при заданной вероятности ложной тревоги α_0 вероятность пропуска полностью детерминированного объекта

$$\beta_0 = 1 - \Phi(z - q_0), \quad (17)$$

где $q_0 = \text{arcsin}(1 - \alpha_0)$, $\text{arcsin}(\cdot)$ – функция, обратная интегралу вероятности.

Исследование работоспособности синтезированного алгоритма и определение границ применимости полученных асимптотических формул было выполнено методом статистического моделирования на ЭВМ. Для моделирования был выбран объект в форме эллипса с полуосями l_x и l_y , движущийся вдоль полуоси l_x . При этом логарифм ФОП представлялся в виде $L_m(\eta) = [\gamma_0 z S(\eta, \eta_0) + N(\eta)]^2 / 2$, где

$$S(\eta, \eta_0) = S(|\tau|) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin(|\tau|) + \frac{2}{\pi} \frac{1 - \sqrt{1 - \tau^2}}{|\tau|} - \frac{2}{3\pi} \frac{1 - (1 - \tau^2)^{3/2}}{|\tau|}, & |\tau| < 1, \\ \frac{4}{3\pi} \frac{1}{|\tau|}, & |\tau| \geq 1, \end{cases}$$

$\tau = \eta - \eta_0$, $\eta = TV/2l_x$, $\eta_0 = TV_0/2l_x$, причем $\eta, \eta_0 \in [-\pi m/4, \pi m/4]$, $m = TV_{\max}/\pi l_x$, $N(\eta)$ – гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией и корреляционной функцией $\langle N(\eta_1)N(\eta_2) \rangle = S(\eta_1, \eta_2) = S(|\tau_1|)$, $\tau_1 = \eta_1 - \eta_2 \in [-\pi m/2, \pi m/2]$.

Моделирование выполнялось методом скользящего суммирования [9]. Объем выборки выбирался равным 10^5 , так что с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений вероятностей ложной тревоги и пропуска цели не более чем на 15 % при $\alpha, \beta > 10^{-3}$.

На рис. 2, 3 показаны результаты статистического моделирования и теоретические кривые, рассчитанные по (11), (16). На рис. 2 даны зависимости вероятности ложной тревоги от порога h при нескольких значениях m .

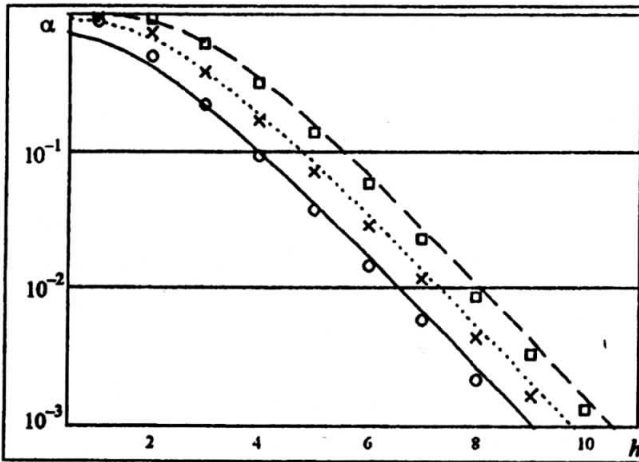


Рис. 2

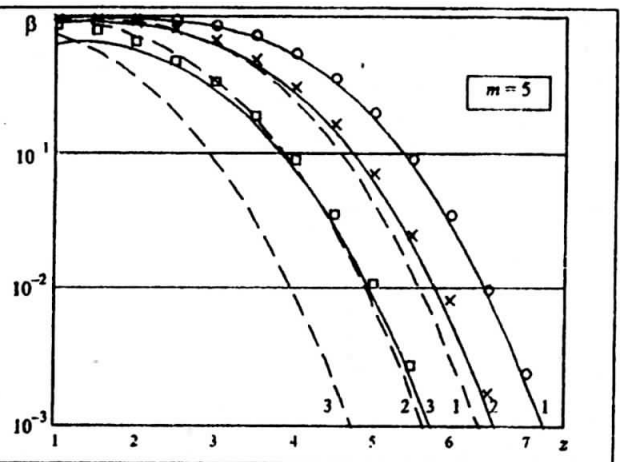


Рис. 3

Сплошная линия и кружочки соответствуют $m=2,5$, пунктирная и крестики — $m=5$, штриховая и квадратики — $m=10$. На рис. 3 приведены зависимости вероятности пропуска объекта от z при $m=5$. Порог выбирался по заданной вероятности ложной тревоги на основании критерия Неймана–Пирсона [6] по (11). Сплошная линия 1 и кружочки соответствуют $\alpha=10^{-3}$, сплошная линия 2 и крестики — $\alpha=10^{-2}$, сплошная линия 3 и квадратики — $\alpha=10^{-1}$. Для сравнения на рис. 3 штриховыми линиями нанесены зависимости вероятности пропуска полностью детерминированного объекта от z , рассчитанные по (17) при пороге h , определяемом по заданной вероятности ложной тревоги на основании критерия Неймана–Пирсона (линия 1 соответствует $\alpha_0=10^{-3}$, 2 — $\alpha_0=10^{-2}$, 3 — $\alpha_0=10^{-1}$). Как видно, формулы (11), (16) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости уже при $m \geq 2,5 \dots 3$ и $z \geq 1 \dots 1,5$.

- Таким образом, показано, что априорное незнание скорости движения и интенсивности изображения объекта может привести к существенному увеличению вероятности ошибки пропуска объекта при фиксированной вероятности ложной тревоги.

Работа выполнена при поддержке CRDF, Минобрнауки РФ и РФФИ (проекты VZ-010-0 и 05-02-1638).

Литература

1. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение случайных изображений пространственно-протяженных объектов, затеняющих фон. — Автометрия, 2000, № 4.
2. Бычков А. А., Понькин В. А. Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов. — Автометрия, 1992, № 4.
3. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами. — Автометрия, 2002, № 4.
4. Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А. Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах. — Информационно-измерительные и управляющие системы, 2003, № 4.
5. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Обнаружение движущегося пространственно-протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью. — Автометрия, 2005, № 1.
6. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. — М.: Сов. радио, 1966.
7. Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984.
8. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986.
9. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. — М.: Сов. радио, 1971.

Поступила 17 марта 2005 г.