

247

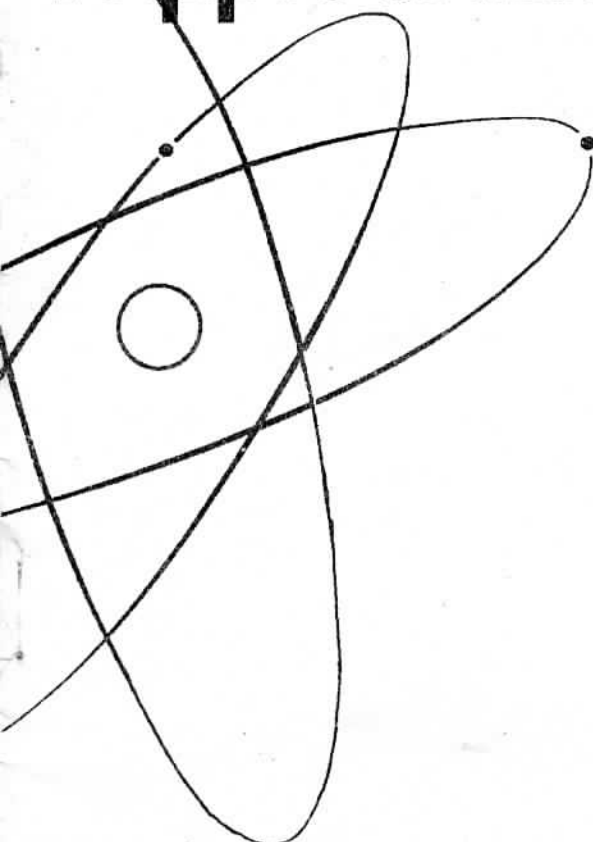
247



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 48

7-8

июль-август

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2005

ТРИФОНОВ А. П., ЛЕДОВСКИХ Н. В.

СОВМЕСТНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ И ПЕРИОДА СЛЕДОВАНИЯ ИМПУЛЬСОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ РЕЦИРКУЛЯТОРА*

Предложена структура квазиправдоподобного измерителя временного положения и периода следования импульсов на фоне белого шума. Найдены потери в точности совместной квазиправдоподобной оценки по сравнению с точностью совместной оценки максимального правдоподобия.

Последовательности различного рода импульсов широко применяются в различных областях радиоэлектроники, в локации, связи и т. д. [1—5]. При этом в большом числе практических задач возникает необходимость совместной оценки временного положения и периода следования импульсов. Каждый канал измерителя, вырабатывающего оценку максимального правдоподобия (ОМП) периода следования и ОМП временного положения, содержит согласованный фильтр для одного импульса и идеальный гребенчатый фильтр [1—3]. Однако аппаратная реализация гребенчатого фильтра при большом числе импульсов в последовательности оказывается затруднительной из-за жестких требований к стабильности параметров линии задержки и высокой точности расположения отводов, обеспечивающей синхронность накопления импульсов. Частично эти трудности могут быть преодолены при использовании рециркулятора, включающего только два звена задержки [2, 3]. Поскольку рециркулятор включает звено положительной обратной связи, для обеспечения устойчивости в звено обратной связи вводится аттенуатор. В результате, получаемые в измерителе с рециркулятором оценки временного положения и периода следования будут отличаться от соответствующих ОМП. Будем называть такие оценки квазиправдоподобными (КПО), поскольку они совпадают с ОМП при отсутствии аттенуатора в звене обратной связи, когда передаточные функции гребенчатого фильтра и рециркулятора совпадают [2, 3]. Целесообразность использования рециркулятора для оценки временного положения и

* Работа выполнена при поддержке CRDF и Министерства образования и науки РФ (проект VZ-010-0).

периода следования импульсов определяется возможностью обеспечения точности КПО, близкой к точности ОМП. В связи с чем, рассмотрим структуру квазиправдоподобного измерителя, использующего рециркулятор, и найдем потери в точности совместной КПО по сравнению с точностью совместной ОМП.

Полагаем, что на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 наблюдается последовательность из N импульсов, каждый из которых описывается функцией $s(t)$. Такая последовательность может быть записана в виде

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0] = a \sum_{k=0}^{N-1} f[(t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0) / \tau]. \quad (1)$$

Здесь θ_0 — период повторения, λ_0 — временное положение последовательности, $a = \max s(t)$ — амплитуда импульса, $\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt / \max s^2(t)$ — эквивалентная длительность импульса, функция $f(\cdot)$ описывает форму одного импульса и нормирована так, что

$$\max f(x) = 1, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx = 1. \quad (2)$$

Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ_0 . Так, при $\mu = 0$ величина λ_0 представляет собой положение первого импульса последовательности, при $\mu = (N - 1) / 2$ — временное положение середины последовательности, а при $\mu = N - 1$ — временное положение последнего импульса.

Для получения совместной ОМП периода следования и временного положения необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР). Полагаем, что обработке доступна реализация

$$x(t) = s_N(t, \lambda_0, \theta_0) + n(t), \quad 0 < t < T, \quad (3)$$

скважность последовательности (1) не слишком мала ($Q = \theta / \tau \geq 2 \dots 3$) так, что отдельные импульсы не перекрываются, а время наблюдения больше длительности последовательности, т. е. $T > N\theta$. Тогда логарифм ФОР определяется выражением [5]

$$L(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T x(t) s[t - \lambda - (k - \mu)\theta] dt. \quad (4)$$

Для формирования совместной ОМП $\hat{\theta}$ периода следования θ_0 и $\hat{\lambda}$ временного положения λ_0 последовательности (1) надо найти положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП (4)

$$\{\hat{\lambda}, \hat{\theta}\} = \arg \sup L(\lambda, \theta). \quad (5)$$

Один канал (при фиксированном значении периода следования θ) устройства, вырабатывающего логарифм ФОП как функцию временного положения λ , можно представить в виде, показанном на рис. 1 в [4]. Действительно, это устройство вырабатывает функцию [4, ф-ла (9)]

$$L(t, \theta) = c \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} x(y) s(t_0 - t + y + k\theta) dy.$$

Выбирая здесь $c = 2/N_0$ и $t = t_0 + (N-1-\mu)\theta + \lambda$, приходим к выражению для логарифма ФОП (4).

Частично преодолеть трудности аппаратной реализации оптимального измерителя временного положения и периода следования можно, заменяя в нем гребенчатый фильтр на рециркулятор [2, 3]. Тогда один канал устройства (при фиксированном θ), вырабатывающего аппроксимацию логарифма ФОП как функцию временного положения λ можно представить в виде, показанном на рис. 2 в [4]. Действительно, это устройство вырабатывает функцию

$$\tilde{L}(t, \theta) = c \sum_{k=0}^{N-1} m^k \int_{-\infty}^{\infty} x(y) s(y + t_0 - t + k\theta) dy, \quad (6)$$

где $m < 1$ — коэффициент ослабления аттенюатора в составе рециркулятора. Выбирая в (6) $c = 2/N_0$, $t = t_0 + (N-1)\theta + \lambda - \mu\theta$, получаем функцию

$$\begin{aligned} \tilde{L}(\lambda, \theta) &= \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} m^k \int_{-\infty}^{\infty} x(y) s[y - (N-1)\theta - \lambda + k\theta + \mu\theta] dy = \\ &= \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} m^{N-1-k} \int_{-\infty}^{\infty} x(y) s[y - \lambda - (k-\mu)\theta] dy, \end{aligned} \quad (7)$$

которую при m близких к единице можно рассматривать как аппроксимацию логарифма ФОП (4). Соответственно КПО периода следования и временного положения

$$\{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}\} = \arg \sup \tilde{L}(\lambda, \theta), \quad (8)$$

являются при m близких к единице аппроксимацией ОМП (5).

Для определения характеристик КПО (8) подставим в (7) реализацию наблюдаемых данных (3) и, аналогично [1], перепишем (7) в виде суммы сигнальной и шумовой функций: $\tilde{L}(\lambda, \theta) = S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta)$, где

$$S(\lambda, \theta) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} m^{N-1-k} S_f \left[\frac{\lambda - \lambda_0 + (k - \mu)\theta - (n - \mu)\theta_0}{\tau} \right], \quad (9)$$

$$N(\lambda, \theta) = \tilde{L}(\lambda, \theta) - \langle \tilde{L}(\lambda, \theta) \rangle, \quad (10)$$

$z^2 = 2a^2\tau / N_0$ — отношение сигнал/шум (ОСШ) для одного импульса. Функция

$$S_f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y) f(y-x) dy \quad (11)$$

представляет собой нормированную сигнальную функцию (функцию неопределенности) при оценке положения функции $f(\cdot)$. Функция (11) достигает максимума при $x = 0$ [1]. Шумовая функция (10) является реализацией централизованного гауссовского случайного процесса и обладает корреляционной функцией

$$B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} m^{2(N-1)-n-k} S_f \left[\frac{\lambda_2 - \lambda_1 + (k - \mu)\theta_2 - (n - \mu)\theta_1}{\tau} \right]. \quad (12)$$

Пусть аргументы сигнальной функции (9) и корреляционной функции (12) удовлетворяют условию

$$\max \left(\left| \lambda - \lambda_0 + (k - \mu)(\theta - \theta_0) \right|, \left| \lambda_1 - \lambda_2 + (k - \mu)(\theta_1 - \theta_2) \right| \right) < \min(\theta, \theta_0, \theta_1, \theta_2),$$

$$k = \overline{0, N-1},$$

тогда функции (9), (12) можно переписать в виде

$$S(\lambda, \theta) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} m^{N-1-k} S_f \left[\frac{\lambda - \lambda_0 + (k - \mu)(\theta - \theta_0)}{\tau} \right], \quad (13)$$

$$B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} m^{2(N-1-k)} S_f \left[\frac{\lambda_2 - \lambda_1 + (k - \mu)(\theta_2 - \theta_1)}{\tau} \right]. \quad (14)$$

Выражения (13), (14) описывают центральные пики сигнальной (9) и корреляционной (12) функций.

Сигнальная функция (9), (13) достигает максимума при $\lambda = \lambda_0, \theta = \theta_0$. Следовательно согласно [1], выходное ОСШ квазиравдоподобного измерителя определяется выражением

$$\tilde{z}_N^2 = S^2(\theta_0) / B(\theta_0, \theta_0) = z^2 \left[\sum_{k=0}^{N-1} m^k \right]^2 / \sum_{k=0}^{N-1} m^{2k} = z^2 (1+m)(1-m^N) / (1-m)(1+m^N). \quad (15)$$

Если m не слишком близко к единице, а число импульсов N в последовательности (1) велико, так что $m^N \ll 1$, то (15) не зависит от N и переписывается как

$$\tilde{z}_N^2 \equiv z^2 (1+m) / (1-m). \quad (16)$$

Следовательно, при весьма больших N ОСШ на выходе квазиравдоподобного измерителя [4] не зависит от числа импульсов в последовательности (1) [3]. Отметим, что ОСШ на выходе оптимального измерителя определяется выражением $z_N^2 = Nz^2$ и растет пропорционально N при любом числе импульсов последовательности (1).

Так как по определению КПО (8) функция $\tilde{L}(\lambda, \theta)$ при $\lambda = \tilde{\lambda}$ и $\theta = \tilde{\theta}$ обращается в абсолютный максимум, КПО $\tilde{\lambda}$ и $\tilde{\theta}$ являются решениями системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} [S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta)]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = 0, \quad \frac{\partial}{\partial \theta} [S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta)]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = 0. \quad (17)$$

При этом, если шумовая функция отсутствует, т. е. $N(\lambda, \theta) \equiv 0$, то (7) совпадает с сигнальной функцией (9), (13) и достигает максимума при $\lambda = \lambda_0, \theta = \theta_0$. Положим ОСШ (15), (16) достаточно большим, так что КПО временного положения и периода следования обладает высокой апостериорной точностью (является надежной) [1]. Тогда решение системы уравнений (17) можно найти методом малого параметра [1], в качестве которого используем величину $1/\tilde{z}_N$. Ограничиваясь рассмотрением первого приближения, получаем, что КПО временного положения и периода следования несмещенные. Соответственно дисперсии и корреляцию КПО можно записать в виде

$$\begin{aligned} D(\tilde{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) &= \langle (\tilde{\lambda} - \lambda_0)^2 \rangle = (S_{\lambda_0}^2 B_{\theta} - 2S_{\lambda_0} S_{\theta} B_{\lambda_0} + S_{\theta}^2 B_{\lambda}) (S_{\lambda} S_{\theta} - S_{\lambda_0}^2)^{-2}, \\ D(\tilde{\theta} | \lambda_0, \theta_0) &= \langle (\tilde{\theta} - \theta_0)^2 \rangle = \\ &= (S_{\lambda}^2 B_{\theta} - 2S_{\theta} S_{\lambda} B_{\lambda_0} + S_{\lambda_0}^2 B_{\lambda}) (S_{\lambda} S_{\theta} - S_{\lambda_0}^2)^{-2}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$K(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta} | \lambda_0, \theta_0) = \langle (\tilde{\lambda} - \lambda_0)(\tilde{\theta} - \theta_0) \rangle = \\ = (S_\lambda S_\theta B_{\lambda\theta} - S_{\lambda\theta} S_\lambda B_0 - S_{\lambda\theta} S_0 B_\lambda + S_{\lambda\theta}^2 B_{\lambda\theta})(S_\lambda S_\theta - S_{\lambda\theta}^2)^{-2},$$

где

$$S_\lambda = \left[\frac{\partial^2 S(\lambda, \theta)}{\partial \lambda^2} \right]_{\lambda_0, \theta_0} = -\frac{z^2 d^2}{\tau^2} A_0, \\ S_{\lambda\theta} = \left[\frac{\partial^2 S(\lambda, \theta)}{\partial \lambda \partial \theta} \right]_{\lambda_0, \theta_0} = -\frac{z^2 d^2}{\tau^2} (A_1 - \mu A_0), \\ S_\theta = \left[\frac{\partial^2 S(\lambda, \theta)}{\partial \theta^2} \right]_{\lambda_0, \theta_0} = -\frac{z^2 d^2}{\tau^2} [A_2 - 2\mu A_1 + \mu^2 A_0], \\ B_\lambda = \left[\frac{\partial^2 B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} \right]_{\lambda_0, \theta_0} = \frac{z^2 d^2}{\tau^2} B_0, \\ B_{\lambda\theta} = \left[\frac{\partial^2 B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \theta_2} \right]_{\lambda_0, \theta_0} = \frac{z^2 d^2}{\tau^2} (B_1 - \mu B_0), \\ B_\theta = \left[\frac{\partial^2 B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \right]_{\lambda_0, \theta_0} = \frac{z^2 d^2}{\tau^2} (B_2 - 2\mu B_1 + B_0), \\ A_i = \sum_{k=0}^{N-1} k^i m^{N-1-k}, B_i = \sum_{k=0}^{N-1} k^i m^{2(N-1-k)}, d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 dx. \quad (19)$$

Подставляя производные сигнальной и корреляционной функций (19) в (18), получаем выражения для дисперсий и корреляции совместных КПО

$$D(\tilde{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) = \\ = \frac{\tau^2}{z^2 d^2} [A_2^2 B_0 - 2A_1 A_2 B_1 + A_1^2 B_2 + 2(A_1^2 B_1 - A_1 A_2 B_0 - A_0 A_1 B_2 + A_0 A_2 B_1) \mu + \\ + (A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2) \mu^2] (A_0 A_2 - A_1^2)^{-2}, \quad (20)$$

$$D(\tilde{\theta} | \lambda_0, \theta_0) = \frac{\tau^2}{z^2 d^2} (A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2) (A_0 A_2 - A_1^2)^{-2}, \quad (21)$$

$$K(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta} | \lambda_0, \theta_0) = \frac{\tau^2}{z^2 d^2} \frac{A_1^2 B_1 - A_1 A_2 B_0 - A_0 A_1 B_2 + A_0 A_2 B_1 + (A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2) \mu}{(A_0 A_2 - A_1^2)^2}. \quad (22)$$

Из этих выражений следует, что при значении параметра $\mu = \tilde{\mu}_{\text{opt}}$, где

$$\tilde{\mu}_{\text{opt}} = \frac{A_1 A_2 B_0 + A_0 A_1 B_2 - A_1^2 B_1 - A_0 A_2 B_1}{A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2}, \quad (23)$$

корреляция (22) обращается в ноль, а дисперсия совместной КПО временного положения (20) принимает минимальное значение

$$\begin{aligned} \min_{\mu} D(\tilde{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) &= D_m(\tilde{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) = \\ &= \frac{\tau^2}{z^2 d^2} [(A_1^2 B_0 - 2A_1 A_2 B_1 + A_1^2 B_2)(A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2) - \\ &\quad - (A_1 A_2 B_0 + A_0 A_1 B_2 - A_1^2 B_1 - A_0 A_2 B_1)^2] \times \\ &\quad \times (A_0 A_2 - A_1^2)^{-2} (A_1 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2)^{-1}. \end{aligned} \quad (24)$$

Полагая в (20)–(24) $m \rightarrow 1$, получаем выражения для дисперсий и корреляции совместных ОМП временного положения, периода следования импульсов и параметра $\mu = \hat{\mu}_{\text{opt}}$, совпадающих с полученными в [5]

$$D(\hat{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) = \frac{(N^2 - 1)\tau^2 + 12\tau^2[(N - 1)/2 - \mu]^2}{z^2 d^2 N(N^2 - 1)}, \quad (25)$$

$$\dot{D}(\hat{\theta} | \lambda_0, \theta_0) = 12\tau^2 / z^2 d^2 N(N^2 - 1), \quad (26)$$

$$K(\hat{\lambda}, \hat{\theta} | \lambda_0, \theta_0) = 12\tau^2 [\mu - (N - 1)/2] / z^2 d^2 N(N^2 - 1), \quad (27)$$

$$\hat{\mu}_{\text{opt}} = (N - 1)/2, \quad (28)$$

$$\min_{\mu} D(\hat{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) = D_m(\hat{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) = \tau^2 / Nz^2 d^2. \quad (29)$$

Потери в точности КПО временного положения по сравнению с точностью ОМП временного положения при совместной оценке можно характеризовать отношением дисперсий (24) и (29), вычисленных для значений параметра μ , определяемых выражениями (23), (28) соответственно

$$\chi_{2\lambda} = D_m(\tilde{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) / D_m(\hat{\lambda} | \lambda_0, \theta_0). \quad (30)$$

На рис. 1 сплошными линиями показана зависимость проигрыша в точности совместной КПО временного положения $\chi_{2\lambda}$ (30) от коэффициента ослабления аттенюатора m для различного числа импульсов последовательности (1). Кривая 1 рассчитана при $N=10$, 2 – $N=20$, 3 – $N=50$. Как следует из рис. 1, проигрыш в точности совместной КПО по сравнению с точностью совместной ОМП убывает по мере приближения коэффициента ослабления m к единице и увеличивается с ростом числа импульсов N в последовательности (1).

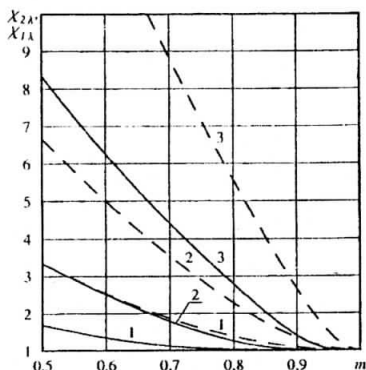


Рис. 1

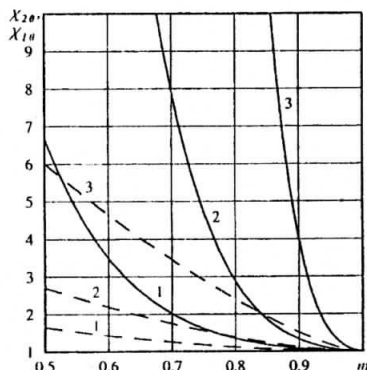


Рис. 2

Для сравнения приведем характеристики отдельных оценок временного положения, т. е. оценок временного положения, полученных при априори известном значении периода следования [1]. Согласно [1], дисперсия отдельной КПО временного положения, полученной с использованием рециркулятора, определяется выражением

$$D(\hat{\lambda}|\lambda_0) = B_\lambda / S_\lambda^2 = \tau^2 B_0 / z^2 d^2 A_0^2. \quad (31)$$

Полагая здесь $m \rightarrow 1$, получаем дисперсию отдельной ОМП временного положения [5]

$$D(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \tau^2 / Nz^2 d^2. \quad (32)$$

Проигрыш в точности отдельной КПО временного положения по сравнению с точностью ОМП будем характеризовать отношением дисперсий (31) и (32)

$$\chi_{1\lambda} = D(\hat{\lambda}|\lambda_0) / D(\hat{\lambda}|\lambda_0). \quad (33)$$

Зависимость проигрыша (33) в точности отдельной оценки временного положения от коэффициента ослабления m аттенюатора рециркулятора пока-

зана на рис. 1 штриховыми линиями. Как следует из сопоставления сплошных и штриховых кривых на рис. 1, при выборе параметра μ последовательности импульсов (1) согласно (23) и (28), проигрыш в точности совместной КПО временного положения может быть значительно меньше, чем проигрыш в точности раздельной КПО.

Аналогично (30), (33), потери в точности КПО периода следования по сравнению с точностью ОМП периода следования при совместной оценке можно характеризовать отношением дисперсий (21) и (26)

$$\chi_{2\theta} = D(\tilde{\theta}|\lambda_0, \theta_0) / D(\hat{\theta}|\lambda_0, \theta_0). \quad (34)$$

На рис. 2 сплошными линиями приведена зависимость проигрыша в точности совместной КПО периода следования $\chi_{2\theta}$ (34) от коэффициента ослабления аттенюатора m , который входит в структуру рециркулятора. Кривые 1, 2, 3 как и на рис. 1, рассчитаны для числа импульсов $N = 10, 20, 50$ соответственно. Как следует из рис. 2, проигрыш в точности совместной КПО периода следования по сравнению с точностью ОМП убывает по мере приближения коэффициента ослабления m к единице и увеличивается с ростом числа импульсов N в последовательности (1).

Для сравнения приведем характеристики раздельных оценок периода следования, т. е. оценок периода следования, полученных при априори известном временном положении [1]. Согласно [1], дисперсия раздельной КПО периода следования, полученной с использованием рециркулятора, определяется выражением

$$D(\tilde{\theta}|\theta_0) = \frac{B_0}{S_\theta^2} = \frac{\tau^2}{z^2 d^2} \frac{B_2 - 2\mu B_1 + \mu^2 B_0}{(A_2 - 2\mu A_1 + \mu^2 A_0)^2}. \quad (35)$$

При $\mu = 0$ эта дисперсия достигает минимума и принимает вид

$$\min_{\mu} D(\tilde{\theta}|\theta_0) = D_m(\tilde{\theta}|\theta_0) = \tau^2 B_2 / z^2 d^2 A_2^2. \quad (36)$$

Эта формула совпадает с выражением для дисперсии КПО периода следования, полученным в [4].

Полагая в (35), (36) $m \rightarrow 1$ получаем выражения для дисперсии раздельной ОМП периода следования [5]

$$D(\hat{\theta}|\theta_0) = \frac{\tau^2}{N z^2 d^2} \left\{ \frac{N^2 - 1}{12} + \left[\frac{(N-1)}{2} - \mu \right]^2 \right\}^{-1},$$

$$\min_{\mu} D(\hat{\theta}|\theta_0) = D_m(\hat{\theta}|\theta_0) = 6\tau^2 / z^2 d^2 N(N-1)(2N-1). \quad (37)$$

Аналогично [4], проигрыш в точности КПО периода следования по сравнению с точностью ОМП будем характеризовать отношением дисперсий (36) и (37)

$$\chi_{10} = D_m(\tilde{\theta}|\theta_0) / D_m(\hat{\theta}|\theta_0). \quad (38)$$

Зависимость проигрыша (38) в точности раздельной оценки периода следования от коэффициента ослабления m аттенюатора рециркулятора показана на рис. 2 штриховыми линиями. Как следует из сопоставления сплошных и штриховых кривых на рис. 2, априорное незнание временного положения последовательности (1) может привести к заметному увеличению проигрыша в точности КПО периода следования.

Найденные дисперсии совместных КПО временного положения (20) и периода следования (21) в сущности характеризуют точность каждой из совместных оценок по отдельности. Одним количественным показателем точности сразу двух совместных КПО может служить обобщенная дисперсия КПО $D(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta})$. Согласно [6], обобщенная дисперсия определяется как детерминант корреляционной матрицы совместных оценок

$$D(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}) = D(\tilde{\lambda}|\lambda_0, \theta_0) D(\tilde{\theta}|\lambda_0, \theta_0) - K^2(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}|\lambda_0, \theta_0). \quad (39)$$

Подставляя (20)—(22) в (39), для обобщенной дисперсии совместной КПО временного положения и периода следования, получаем выражение

$$D(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}) = \tau^2 (B_0 B_2 - B_1^2) / z^4 d^4 (A_0 A_2 - A_1^2)^2. \quad (40)$$

Полагая в (40) $m \rightarrow 1$ или используя (25)—(27), находим обобщенную дисперсию совместной ОМП временного положения и периода следования

$$D(\hat{\lambda}, \hat{\theta}) = 12\tau^2 / z^4 d^4 N^2 (N^2 - 1). \quad (41)$$

Проигрыш в точности совместной КПО временного положения и периода следования по сравнению с точностью совместной ОМП можно охарактеризовать отношением обобщенных дисперсий (40) и (41)

$$\chi_{10} = D(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}) / D(\hat{\lambda}, \hat{\theta}). \quad (42)$$

Зависимость проигрыша (42) в точности совместной КПО от коэффициента ослабления аттенюатора m рециркулятора показана на рис. 3 для различного числа импульсов N последовательности (1). Кривая 1 рассчитана при $N = 10$, 2 — $N = 20$, 3 — $N = 50$. Как следует из рис. 3, проигрыш в величине обобщенной дисперсии КПО по сравнению с обобщенной дисперсией ОМП убывает по мере приближения коэффициента ослабления m к единице и увеличивается с ростом числа импульсов N в последовательности. Рассматривая проигрыш в точности совместной КПО (42) как функцию m и N , можем найти

максимально допустимое число импульсов N_m в последовательности при котором проигрыш в точности совместной КПО не превосходит заданной величины $\chi_{\lambda\theta m}$. Очевидно N_m определяется как решение уравнения $\chi_{\lambda\theta}(m, N_m) = \chi_{\lambda\theta m}$. Для значения $\chi_{\lambda\theta m} = 2$ на рис. 4 приведена зависимость максимально допустимого числа импульсов от коэффициента ослабления аттенуатора рециркулятора. Как следует из рис. 4, максимально допустимое число импульсов N_m быстро возрастает по мере приближения коэффициента ослабления к единице. Так, при $m = 0,9$ имеем $N_m \approx 30$.

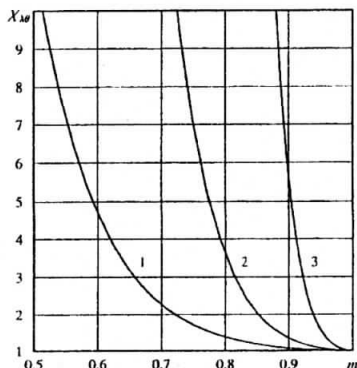


Рис. 3

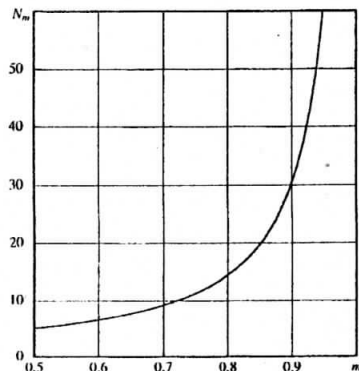


Рис. 4

Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между различными алгоритмами совместной оценки временного положения и периода следования импульсов в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок и степени простоты аппаратной реализации алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.
2. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и навигации — М. : Радио и связь, 1992. — 304 с.
3. Лезин Ю. С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. — М. : Сов. радио, 1969. — 448 с.
4. Трифонов А. П., Ледовских Н. В. Оценка периода следования импульсов с использованием рециркулятора // Радиоэлектроника. — 2004. — № 11. — С. 3—13. (Изв. вузов).
5. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Эффективность совместной оценки временного положения и периода следования импульсов при наличии неинформативных параметров // Радиотехника и электроника. — 1992. — Т. 37. — № 6. — С. 1014—1023.
6. Левин Б. Р. Теоретические основы статистической радиотехники. Т. 2. — М. : Сов. радио, 1968. — 504 с.

Воронежский государственный университет.

Поступила в редакцию 11.01.05.