ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ВОЕННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ТОМ 49

3-4
март-апрель

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2006

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., БЕСПАЛОВА М. Б.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ЦЕЛИ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ ДВИЖЕНИЯ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

Найдены структура и характеристики обнаружителя максимального правдоподобия цели с неизвестными дальностью, скоростью и ускорением.

В системах оптической локации широко применяются последовательности оптических импульсов [1–4] и др. В [1, 2] рассмотрено обнаружение неподвижной цели с известными координатами, а в [3] — обнаружение цели с неизвестными дальностью и скоростью. Однако в реальных условиях может быть также неизвестно ускорение цели [4]. Цель данной работы — анализ эффективности обнаружения цели с априори неизвестными дальностью, скоростью и ускорением.

Положим, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s(t)=\sum_{k=0}^{N-1} s_k[t-(k-\mu)\theta-\lambda]=\sum_{k=0}^{N-1} a_k f[[t-(k-\mu)\theta-\lambda]/\tau], \qquad (1)$$

где $s_k(t)$ — функция, описывающая интенсивность k-го оптического импульса, λ — время прихода последовательности, θ — период следования импульсов. Параметр μ определяет точку последовательности (1), с которой связано ее временное положение. Так, при $\mu=0$ величина λ представляет собой временное положение первого импульса последовательности, при $\mu=(N-1)/2$ — временное положение середины последовательности, а при $\mu=N-1$ — временное положение последнего импульса последовательности (1). В (1) также обозначено: $a_k=\max s_k(t)$ — максимальная интенсивность k-го импульса, а $\tau=\int_{-\infty}^{\infty} s_k^2(t)\mathrm{d}t[\max s_k(t)]^{-2}$ — эквивалентная длительность одного импульса последовательности. Функция $f(x)$ в (1) описывает форму интенсивности одного импульса и нормирована так, что $\max f(x)=1$, $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(x)\mathrm{d}x=1$.

В результате рассеяния целью зондирующей последовательности с интенсивностью (1), интенсивность принимаемого сигнала на выходе фотодетектора будет иметь вид [4]:

$$s(t, R_0, V_0, A_0) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k f\left[\frac{t - 2R_0 / c - (k-\mu)\theta\ (1 + 2V_0 / c) - A(k-\mu)^2 \theta^{\ 2} / c}{\tau}\right]. \quad (2)$$

Здесь R_0 — дальность, V_0 — скорость, A_0 — ускорение цели, c — скорость света, причем неизвестная дальность принимает значения из интервала $[R_{\min}; R_{\max}]$, неизвестная скорость — из интервала $[-V_{\max}/2; V_{\max}/2]$, а неизвестное ускорение — из интервала $[-A_{\max}/2; A_{\max}/2]$, таких, что

$$R_{\max} - R_{\min} < c\theta / 2, \left|V_{\max}\right| << c, N\theta\left|A_{\max}\right| << c. \quad (3)$$

Пусть сигнал с интенсивностью (2) наблюдается на фоне оптического шума с интенсивностью ν и интервал наблюдения $[0, T]$ больше длительности всей последовательности оптических импульсов, т. е. $T > N\theta$. Тогда обработке доступна реализация пуассоновского процесса $\pi(t)$ с интенсивностью $\nu + s(t, R_0, V_0, A_0)$ — при наличии цели и с интенсивностью ν — при отсутствии цели. Скважность последовательности с интенсивностью (2) полагаем не слишком малой ($\theta / \tau > 2..3$), так что отдельные импульсы не перекрываются. В этом случае логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) с точностью до несущественной постоянной определяется формулой [4, 5]

$$L(R, V, A) = \\ = \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T \ln\left[1 + q_k f\left(\frac{t - 2R / c - (k-\mu)\theta\left(1 + 2V / c\right) - A(k-\mu)^2 \theta^2 / c}{\tau}\right)\right] d\pi(t), \quad (4)$$

где $q_k = a_k / \nu$.

Согласно [6], обнаружитель максимального правдоподобия должен вырабатывать логарифм ФОП (4) и определять величину его наибольшего максимума

$$L_m = \sup L(R, V, A), (R, V, A) \in W, \quad (5)$$

где

$$W = \left\{[R_{\min}; R_{\max}], [-V_{\max}/2; V_{\max}/2], [-A_{\max}/2; A_{\max}/2]\right\}.$$

— априорная область возможных значений неизвестных дальности, скорости и ускорения. Решение о наличии цели принимается, если $L_m > h$, а решение о ее отсутствии, если $L_m < h$. Порог h, с которым сравнивается (5), выбирается в зависимости от используемого критерия оптимальности обнаружения [6].

Приближенные выражения для характеристик обнаружения цели с неизвестными дальностью, скоростью и ускорением удается найти, если допустима гауссовская аппроксимация распределения логарифма ФОП. Распределение логарифма ФОП (4) можно аппроксимировать гауссовским распределением, если [5]

$$m = N\nu\tau >> 1. \tag{6}$$

Полагая, что выполняются (3) и (6) найдем два первые момента логарифма ФОП при отсутствии цели. Выполняя усреднение, получаем

$$< L(R,V,A) >= m_N = \nu\tau \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_1(a_k), \tag{7}$$

$$K_N(R_1,R_2,V_1,V_2,A_1,A_2) = < [L(R_1,V_1,A_1) - m_N][L(R_2,V_2,A_2) - m_N] >=$$

$$= \nu\tau \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \ln[1 + q_k f(x)] \ln\{1 + q_k f[x - 2(R_1 - R_2 + (k-\mu)\theta(V_1 - V_2) + \tag{8}$$

$$+ (k-\mu)^2 \theta^2 (A_1 - A_2)/2)/c\tau]\} dx,$$

$$\sigma_N^2 = K_N(R,R,V,V,A,A) = \nu\tau \sum_{k=0}^{N-1} \varphi_2(a_k), \tag{9}$$

$$\varphi_n(a) = \int_{-\infty}^{\infty} \{\ln[1 + af(x)/\nu]\}^n dx, n = 1,2.$$

Как следует из (7), (8), в рассматриваемом случае дальность, скорость и ускорение являются неэнергетическими параметрами [6]. Поэтому, если только размеры априорной области (6) возможных значений дальности, скорости и ускорения не слишком малы, приближенное выражение для вероятности ошибки 1-го рода (ложной тревоги) α можно записать в виде [6]

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp[-\xi u^2 \exp(-u^2/2)/4\pi^2], u \ge \sqrt{2}, \\ 1, u < \sqrt{2}. \end{cases} \tag{10}$$

Здесь $u = (h - m_N)/\sigma_N$ нормированный порог, а

$$\xi = (R_{\max} - R_{\min})V_{\max} A_{\max} \sqrt{\Omega} / \sigma_N^3. \tag{11}$$

— приведенный объем априорной области возможных значений дальности, скорости и ускорения (6). В (11) входит определитель

$$\Omega=\begin{vmatrix} \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial R_1 \partial R_2} & \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial R_1 \partial V_2} & \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial R_1 \partial A_2} \\ \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial V_1 \partial R_2} & \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial V_1 \partial V_2} & \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial V_1 \partial A_2} \\ \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial A_1 \partial R_2} & \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial A_1 \partial V_2} & \dfrac{\partial^2 K_N}{\partial A_1 \partial A_2} \end{vmatrix}, \tag{12}$$

в котором производные корреляционной функции (8) вычисляются при $R_1=R_2$, $V_1=V_2$, $A_1=A_2$. Выполняя в (12) дифференцирование и подставляя результаты вычисления определителя в (11), получаем

$$\xi=\frac{4(R_{\max}-R_{\min})V_{\max}A_{\max}\theta^3 F_\Sigma}{c^3\tau^3\nu\Psi_\Sigma}\sqrt{\frac{dF_\Sigma}{\nu\Psi_\Sigma}}, \tag{13}$$

где

$$F_\Sigma=\sum_{k=0}^{N-1}F(a_k),\ F(a)=a^2\nu\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{\mathrm{d}f(x)}{\mathrm{d}x}\right]^2\left[\nu+af(x)\right]^{-2}\mathrm{d}x,$$

$$\Psi_\Sigma=\sum_{k=0}^{N-1}\varphi_2(a_k)=\sigma_N^2/\nu\tau, \qquad d=m_2m_4-m_1^2m_4-m_2^3-m_3^2+2m_1m_2m_3,$$

$$m_n=\sum_{k=0}^{N-1}k^nP_k, \tag{14}$$

$$P_k=F(a_k)/F_\Sigma. \tag{15}$$

Величину (14) можно интерпретировать как начальный момент n-го порядка дискретной случайной величины $k\in[0,N-1]$ [7]. При этом предполагается, что вероятность значения k равна величине P_k (15), которая удовлетворяет условиям: $P_k\geq 0$, $\sum_{k=0}^{N-1}P_k=1$. Отметим, что точность приближенной формулы (10) для вероятности ложной тревоги возрастает с увеличением m (6), нормированного порога u и приведенного объема ξ (13) [5, 6].

Найдем теперь вероятность ошибки 2-го рода (пропуска цели) β. При наличии цели представим логарифм ФОП (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функции [6]:

$$L(R,V,A)=S(R,V,A)+N(R,V,A)+m_N,$$

$$S(R,V,A)=\langle L(R,V,A)\rangle-m_N=\tau\sum_{k=0}^{N-1}a_k\int_{-\infty}^{\infty}f\{x+2[R-R_0+$$

$$(k-\mu)\theta\,(V-V_0)+(k-\mu)^2\theta^{\,2}(A-A_0)/2]/c\tau\}\ln[1+q_k\,f(x)]\,\mathrm{d}x. \qquad (16)$$

Шумовая функция $N(R,V,A)=L(R,V,A)-m_N$ является реализацией случайного поля, причем $<N(R,V,A)>=0$,

$$K(R_1,R_2,V_1,V_2,A_1,A_2)=<N(R_1,V_1,A_1)N(R_2,V_2,A_2)>=$$

$$=\tau\sum_{k=0}^{N-1}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\nu+a_k\,f\left[x-\frac{2R_0/c+(k-\mu)\theta(1+2V_0/c)+A_0(k-\mu)^2\theta^2/c}{\tau}\right]\right)\times$$

$$\times\ln\left(1+q_k\,f\left[x-\frac{2R_1/c+(k-\mu)\theta(1+2V_1/c)+A_1(k-\mu)^2\theta^2/c}{\tau}\right]\right)\times$$

$$\times\ln\left(1+q_k\,f\left[x-\frac{2R_2/c+(k-\mu)\theta(1+2V_2/c)+A_2(k-\mu)^2\theta^2/c}{\tau}\right]\right)\mathrm{d}x.$$

Нетрудно убедиться, что сигнальная функция (16) для всей последовательности (2) достигает максимума при $R=R_0, V=V_0, A=A_0$, так, что

$$S_m=\max S(R,V,A)=\tau\Psi_{1\Sigma}.$$

Следовательно, выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) будет равно [6]

$$z_N^2=S_m^2/\sigma_S^2=\tau\Psi_{1\Sigma}^2/\left(\nu\Psi_\Sigma+\Psi_{2\Sigma}\right), \qquad (17)$$

где $\Psi_{n\Sigma}=\sum_{k=0}^{N-1}a_k\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\{\ln[1+q_k\,f(x)]\}^n\,\mathrm{d}x,\ n=1,2$.

$$\sigma_S^2=K(R_0,R_0,V_0,V_0,A_0,A_0)=\tau\left(\nu\Psi_\Sigma+\Psi_{2\Sigma}\right). \qquad (18)$$

Установленные свойства логарифма ФОП (4) при наличии цели позволяют на основе результатов [6] записать приближенное выражение для вероятности пропуска цели

$$\beta\approx\exp[-\xi u^2\exp(-u^2/2)/4\pi^2]\Phi(u/\chi-z_N), \qquad (19)$$

при $u\geq\sqrt{2}$ и $\beta\approx0$ при $u<\sqrt{2}$. Здесь

$$\chi^2=\sigma_S^2/\sigma_N^2=1+\Psi_{2\Sigma}/\nu\Psi_\Sigma, \qquad (20)$$

$$\Phi(x)=\int_{-\infty}^{x}\exp\left(-\frac{t^2}{2}\right)\mathrm{d}t/\sqrt{2\pi}. \qquad (21)$$

— интеграл вероятности. Точность приближенной формулы (19) возрастает с увеличением m, u, ξ и z_N [5, 6].

Рассмотрим, как влияет незнание дальности, скорости и ускорения на эффективность обнаружения цели. Для этого приведем характеристики обнаружения цели, дальность, скорость и ускорение которой априори известны [1, 2]

$$\alpha_0 = 1 - \Phi(u), \ \beta_0 = \Phi(u/\chi - z_N). \tag{22}$$

Сопоставляя (10), (19) и (22) можно оценить проигрыш в эффективности, обнаружения цели вследствие незнания ее дальности, скорости и ускорения. Однако, сделать это при произвольных u и z_N удается только численными методами. Поэтому рассмотрим практически интересный случай, когда вероятность ложной тревоги мала ($\alpha \le 0{,}1$), а ОСШ z_N (17) достаточно велико. Полагая в (10) и (19) $u >> 1$ и $z_N >> 1$ получаем упрощенные выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска цели с неизвестными параметрами движения.

$$\alpha \approx \xi u^2 \exp(-u^2/2), \ \beta \approx \beta_0. \tag{23}$$

Отсюда следует, что вероятность пропуска цели асимптотически инвариантна к априорному незнанию параметров движения цели. Сопоставим значения вероятностей ложной тревоги (22) и (23). Учитывая, что (23) справедливо при больших u и используя асимптотическое выражение для (21) при $x >> 1$ имеем, что $\alpha/\alpha_0 \approx \xi u^3/(2\pi)^{3/2}$ при $\beta = \beta_0$ и $\alpha \to 0$. Следовательно, относительные потери в эффективности обнаружения вследствие незнания параметров движения цели возрастают с увеличением приведенного объема (13), априорной области (6) возможных значений дальности, скорости и ускорения цели, а также с уменьшением требуемого уровня ложных тревог, поскольку $\alpha \to 0$ при $u \to \infty$.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Долинин Н. А., Терпугов А. Ф.* Статистические методы в оптической локации. — Томск, ТГУ, 1982. — 256 с.

2. *Воробьев В. И.* Оптическая локация для радиоинженеров. — М.: Радио и связь, 1983. – 176 с.

3. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б.* Характеристики обнаружения цели при зондировании последовательностью оптических импульсов // Радиоэлектроника, 1997, N4. — С.46–52. (Изв.вузов)

4. *Трифонов А. П., Беспалова М. Б., Максимов М. В.* Оценка дальности, скорости и ускорения при зондировании последовательностью оптических импульсов // Радиотехника, — 2001 — N4. — С. 99 — 104.

5. *Большаков И. А. Ракошиц В. С.* Прикладная теория случайных потоков. — М.: Сов. радио, 1978. — 248 с.

6. *Трифонов А. П.* Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов. — М. Радио и связь, 1984. — С. 12 — 89.

7. *Кендалл М., Стьюарт А.* Теория распределений. — М.: Наука, 1966. – 588 с.

Воронежский гос. ун-т

Поступила в редакцию 05.10.05