

252

ISSN 0021-3470



ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ВОЕННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ

ТОМ 49

3-4

март-апрель

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2006

429

ХАРАКТЕРИСТИКИ ОБНАРУЖЕНИЯ РАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ КОМПЛЕКСА ПОМЕХ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Найдены структура и характеристики максимально правдоподобных алгоритмов обнаружения радиосигнала при воздействии мультипликативной и аддитивной помех с различной степенью априорной неопределенности

Обнаружение сигнала с неизвестной длительностью на фоне собственных шумов приемного устройства рассматривалось в [1, 2]. Однако современные радиотехнические системы, как правило, функционируют в условиях одновременной работы большого числа радиосредств. К ним следует отнести как активные станции постановщиков помех, используемых при радиоэлектронной борьбе [3], так и посторонние радиосредства, совокупность сигналов которых можно описать некоторым эквивалентным случайным процессом [4]. Кроме таких аддитивных помех, необходимо учитывать мультипликативные помехи [5], если используются каналы передачи информации со случайными параметрами. Мультипликативные помехи, взаимодействуя с полезным радиосигналом, обычно трансформируют его в узкополосный случайный процесс. Цель работы — синтез и анализ алгоритмов обнаружения радиосигнала с неизвестной длительностью при воздействии комплекса помех, включающего в себя как аддитивные, так и мультипликативные помехи.

В качестве модели полезного сигнала, искаженного мультипликативной помехой, будем использовать отрезок узкополосного стационарного центрированного гауссовского случайного процесса $\xi(t)$:

$$s(t, \tau_0) = \xi(t) I[(t - \tau_0)/2] / \tau_0,$$

где $I(x) = 1$ при $|x| < 1/2$ и $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$.

Длительность сигнала τ_0 априори неизвестна и принимает значения из интервала $[T_1; T_2]$, причем $0 < T_1 < T_2 \leq T$, где T — время наблюдения. Такая ситуация может иметь место в системах связи с широтно-импульсной модуляцией, при интенсивных замираниях сигнала в некоторых радиоканалах и т.д. Предположим также, что спектр мощности процесса $\xi(t)$ аппроксимируется выражением [6, 7]

$$G_{\xi}(\omega) = \gamma_0 \{ I[(\nu_s - \omega)/\Omega_s] + I[(\nu_s + \omega)/\Omega_s] \} / 2,$$

где ν_s и Ω_s — центральная частота и ширина полосы частот процесса $\xi(t)$, γ_0 — априори неизвестная величина спектра мощности сигнала, которая зависит от средней мощности мультипликативной помехи.

В качестве аддитивных помех будем рассматривать собственные шумы приемного устройства $n(t)$, а также внешнюю широкополосную помеху $N(t)$. Под $n(t)$ будем понимать белый гауссовский шум с односторонней спектральной плотностью N_0 . С помощью внешней широкополосной помехи $N(t)$ будем описывать совокупность мешающих сигналов от внешних источников. Эта помеха в соответствии с [4] может быть аппроксимирована центрированным гауссовским стационарным случайным процессом с полосовым спектром мощности $G_N(\omega) = \Gamma_0 \{I[(\nu_N - \omega)/\Omega_N] + I[(\nu_N + \omega)/\Omega_N]\} / 2$, ширина полосы частот которого $\Omega_N > \Omega_s$, а центральная частота ν_N такова, что $|\nu_s - \nu_N| < (\Omega_N - \Omega_s) / 2$. В этих условиях спектр мощности внешней помехи полностью перекрывает спектр мощности полезного сигнала.

Рассмотрим задачу синтеза и анализа алгоритмов обнаружения сигнала при воздействии комплекса помех с разной степенью априорной неопределенности (при известном и неизвестном уровне спектра мощности внешней аддитивной помехи). Необходимо по наблюдаемой реализации $x(t)$ выбрать гипотезу H_1 или H_0 . Гипотеза H_1 предполагает, что сигнал присутствует на интервале наблюдения, т.е. $x(t) = s(t, \tau_0) + n(t) + N(t)$. При гипотезе H_0 сигнал отсутствует и $x(t) = n(t) + N(t)$. Для определения структуры обнаружителя сигнала $s(t, \tau_0)$ введем в рассмотрение вспомогательную гипотезу H . Гипотеза H предполагает, что наблюдается только белый шум, т.е. $x(t) = n(t)$. Обозначим $F_1(\gamma, \Gamma, \tau)$ — логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) для гипотезы H_1 при альтернативе H и $F_0(\Gamma)$ — логарифм ФОР для гипотезы H_0 при альтернативе H . Здесь γ, Γ и τ — возможные значения величин спектров мощности сигнала, внешней помехи и длительности сигнала. Выражения для $F_1(\gamma, \Gamma, \tau)$ и $F_0(\Gamma)$ можно найти аналогично [8], учитывая, что при всех рассматриваемых гипотезах $x(t)$ является реализацией гауссовского процесса:

$$F_1(\gamma, \Gamma, \tau) = \frac{Q}{N_0(1+Q)} \int_0^T y_N^2(t) dt + \frac{q}{N_0(1+q+Q)(1+Q)} \int_0^T y_s^2(t) dt - \tau \Omega_s \ln[1+q/(1+Q)] / 2\pi - \tau \Omega_N \ln(1+Q) / 2\pi,$$

$$F_0(\Gamma) = \frac{Q}{N_0(1+Q)} \int_0^T y_N^2(t) dt - \tau \Omega_N \ln(1+Q) / 2\pi. \quad (1)$$

Здесь $q = \gamma / N_0$, $Q = \Gamma / N_0$, а $y_N(t)$ и $y_s(t)$ — отклики фильтров с передаточными функциями $H_N(\omega)$ и $H_s(\omega)$ соответственно на реализацию наблюдаемых данных $x(t)$. Причем

$$|H_N(\omega)|^2 = I[(v_N - \omega)/\Omega_N] + I[(v_N + \omega)/\Omega_N]$$

$$|H_s(\omega)|^2 = I[(v_s - \omega)/\Omega_s] + I[(v_s + \omega)/\Omega_s]$$

Предположим, что величина спектра мощности внешней аддитивной помехи Γ_0 априори известна. Для синтеза обнаружителя воспользуемся методом максимального правдоподобия [1]. В соответствии с этим методом при неизвестной средней мощности мультипликативной помехи надо неизвестное значение γ_0 в выражении для логарифма ФОП $L(\tau) = F_1(\gamma_0, \Gamma_0, \tau) - F_0(\Gamma_0)$ заменить на его оценку максимального правдоподобия (ОМП). Тогда логарифм ФОП запишется в виде: $L_1(\tau) = \sup_{\gamma} F_1(\gamma, \Gamma_0, \tau) - F_0(\Gamma_0)$. Подставляя сюда

$F_i(\cdot)$, ($i=0,1$) из (1) и выполняя максимизацию, получаем

$$L_1(\tau) = \frac{J_s(\tau)}{1+Q_0} - \frac{\tau\Omega_s}{2\pi} \left\{ 1 - \ln(1+Q_0) + \ln \left[\frac{2\pi J_s(\tau)}{\tau\Omega_s} \right] \right\}, \quad (2)$$

где $Q_0 = \Gamma_0 / N_0$,

$$J_s(\tau) = N_0^{-1} \int_0^{\tau} y_s^2(t) dt. \quad (3)$$

Следовательно, максимально правдоподобный алгоритм обнаружения сигнала примет вид [1, 2], следовательно, выносится решение о наличии сигнала, если

$$\sup L_1(\tau) > h, \tau \in [T_1; T_2] \quad (4)$$

и выносится решение об его отсутствии, если

$$\sup L_1(\tau) < h, \tau \in [T_1; T_2] \quad (5)$$

Здесь h — порог, выбираемый в соответствии с заданным критерием оптимальности.

Найдем характеристики обнаружителя (4), (5). Будем считать, что выполняется неравенство

$$\mu_{\min} = T_1 \Omega_s / 2\pi \gg 1, \quad (6)$$

т.е. минимально возможное значение длительности сигнала T_1 существенно превосходит время корреляции мультипликативной помехи.

Полагая, что верна гипотеза H_0 и обозначая $\varepsilon = 1/\sqrt{\mu_{\min}}$, представим $J_s(\tau)$ (3) в виде

$$J_s(\tau) = \tau\Omega_s(1+Q_0)[1+\varepsilon N_{s0}(\tau)]/2\pi, \quad (7)$$

где $N_{s0}(\tau)$ — асимптотически (с ростом $\mu_{\min}$) гауссовский центрированный процесс с ограниченной дисперсией $\langle N_{s0}^2(\tau) \rangle = T_1/\tau \leq 1$

Подставим (7) в (2) и разложим (2) в ряд Маклорена по ϵ до первого члена разложения, зависящего от реализации наблюдаемых данных включительно. Получим $L_1(\tau) \approx \tau N_{s0}^2(\tau) / 2T_1$. Учитывая асимптотически гауссовский характер $N_{s0}(\tau)$, можем аппроксимировать логарифм ФОП выражением $L_1(\tau) = w^2(\tau) / 2\epsilon$. Здесь $w(\tau)$ — винеровский процесс с характеристиками $\langle w(\tau) \rangle = 0$, $\langle w(\tau_1) w(\tau_2) \rangle = \min(\tau_1, \tau_2)$. Следовательно, вероятность ложной тревоги может быть найдена аналогично [2] и будет описываться формулой

$$\alpha_1 \approx P\{\sup L_1(\tau) > h | H_0\} = \begin{cases} 1 - \eta_s^{\sqrt{h/\pi} \exp(-h)}, & h > 1/2, \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (8)$$

где $\eta_s = T_1 / T_2$.

Пусть верна гипотеза H_1 , так что сигнал с неизвестными длительностью τ_0 и величиной спектра мощности γ_0 (при неизвестной средней мощности мультипликативной помехи) присутствует на входе приемного устройства. Представим функцию $J_s(\tau)$ (3) в виде

$$J_s(\tau) = \Omega_s \tau \{1 + Q_0 + q_0 \min(\tau, \tau_0) / \tau\} [1 + \epsilon N_{1s}(\tau)] / 2\pi, \quad (9)$$

где $q_0 = \gamma_0 / N_0$, $N_{1s}(\tau)$ — асимптотически (с ростом $\mu_{\min}$ (6)) гауссовский центрированный процесс с ограниченной дисперсией

$$\begin{aligned} \langle N_{1s}^2(\tau) \rangle &= T_1 \{ (1 + Q_0)^2 + (q_0^2 + 2q_0 + 2q_0 Q_0) \min(\tau, \tau_0) / \tau \} \times \\ &\times \{ \tau [1 + Q_0 + q_0 \min(\tau, \tau_0) / \tau]^2 \}^{-1}. \end{aligned}$$

Подставим (9) в (2) и разложим (2) в ряд Маклорена по ϵ до первого члена разложения, зависящего от реализации наблюдаемых данных включительно. Имеем

$$L_1(\tau) = S_1(\tau) + N_1(\tau), \quad (10)$$

где

$$S_1(\tau) = \frac{\Omega_s}{2\pi} \left\{ \frac{q_0}{1 + Q_0} \min(\tau, \tau_0) - \tau \cdot \ln \left[1 + \frac{q_0}{1 + Q_0} \cdot \frac{\min(\tau, \tau_0)}{\tau} \right] \right\} \quad (11)$$

— сигнальная функция, а шумовая функция $N_1(\tau)$ является приближенно гауссовской с корреляционной функцией

$$\begin{aligned} K_{N_1}(\tau_1, \tau_2) &= \langle N_1(\tau_1) N_1(\tau_2) \rangle = \frac{\Omega_s}{2\pi} q_0^2 \frac{\min(\tau_1, \tau_0)}{\tau_1} \cdot \frac{\min(\tau_2, \tau_0)}{\tau_2} \times \\ &\times \{ (1 + Q_0)^2 \min(\tau_1, \tau_2) + (q_0^2 + 2q_0 + 2q_0 Q_0) \min(\tau_1, \tau_2, \tau_0) \} \times \\ &\times \left\{ (1 + Q_0)^2 \left[1 + Q_0 + q_0 \frac{\min(\tau_1, \tau_0)}{\tau_1} \right] \left[1 + Q_0 + q_0 \frac{\min(\tau_2, \tau_0)}{\tau_2} \right] \right\}^{-1}. \quad (12) \end{aligned}$$

В соответствии с определением [1, 2], вероятность пропуска сигнала запишется как

$$\beta_1 = P\{\sup L_1(\tau) < h, \tau \in [T_1; T_2]\} = P[L_1(\hat{\tau}) < h], \quad (13)$$

где $\hat{\tau} = \arg \sup L_1(\tau)$ — ОМП неизвестной длительности сигнала. Введем в рассмотрение выходное отношение сигнал/шум (ОСШ)

$$z_1^2 = \frac{S_1^2(\tau_0)}{\langle N_1^2(\tau_0) \rangle} = \mu_{\min} \frac{\tau_0}{T_1} \left\{ 1 - \frac{(1+Q_0)}{q_0} \cdot \ln \left[1 + \frac{q_0}{1+Q_0} \right] \right\}^2.$$

Отсюда следует, что при $q_0 > 0, Q_0 > 0$ и $\mu_{\min} \rightarrow \infty$ ОСШ $z_1^2 \rightarrow \infty$. Известно [9], что при $z_1 \rightarrow \infty$ ОМП $\hat{\tau} \rightarrow \tau_0$ в среднеквадратическом смысле. Поэтому при больших z_1 достаточно исследовать поведение $L_1(\tau)$ в малой окрестности τ_0 . Разложим функции (11), (12) в ряд в окрестности точки τ_0 по малому параметру $\Delta = |\tau - \tau_0| \rightarrow 0$. Ограничимся главными членами этого разложения, которые оказываются кусочно-дифференцируемыми по τ . Тогда, аналогично [2] можно показать, что при $\mu_{\min} \rightarrow \infty$ и $\Delta \rightarrow 0$ логарифм ФОП является асимптотически гауссовским марковским случайным процессом.

При больших ОСШ z_1 точность аппроксимаций характеристик функционала $L_1(\tau)$ за пределами малой окрестности τ_0 не играет большой роли [1, 2, 9]. Поэтому будем использовать полученные аппроксимации на всем априорном интервале возможных значений длительности $[T_1; T_2]$. Тогда вероятность пропуска сигнала (13)

$$\beta_1 = P\{\sup L_1(\tau) < h, \tau \in [T_1; T_2]\} = P[\chi_1(\tau) > 0, \tau \in [T_1; T_2]].$$

Здесь процесс $\chi_1(\tau) = h - L_1(\tau)$ является асимптотически гауссовским марковским случайным процессом с коэффициентами сноса и диффузии

$$K_1[\chi_1] = \begin{cases} -k_{1s}, & T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ k_{2s}, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad K_2[\chi_1] = \begin{cases} d_{1s}, & T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ d_{2s}, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad (14)$$

где

$$k_{1s} = \frac{\Omega_s}{2\pi} \left[\frac{q_0}{1+Q_0} - \ln \left(1 + \frac{q_0}{1+Q_0} \right) \right], \quad d_{1s} = \frac{\Omega_s}{2\pi} \left(\frac{q_0}{1+Q_0} \right)^2, \\ k_{2s} = \frac{\Omega_s}{2\pi} \left[\ln \left(1 + \frac{q_0}{1+Q_0} \right) - \frac{q_0}{1+q_0+Q_0} \right], \quad d_{2s} = \frac{\Omega_s}{2\pi} \left(\frac{q_0}{1+q_0+Q_0} \right)^2. \quad (15)$$

Свойства процесса $\chi_1(\tau)$ позволяют использовать метод локально-марковской аппроксимации для определения вероятности пропуска сигнала [1, 2]. Решая уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова с коэффициентами (14), (15),

для вероятности пропуска находим асимптотически (при $\mu_{\min} \rightarrow \infty$) точное выражение

$$\beta_1 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp \left[-\frac{(x+z)^2 + c^2 - 2cz}{2} \right] \left\{ \Phi \left[z_N \sqrt{\frac{1-\eta_0}{\eta_s}} + xA \sqrt{\frac{\eta_0}{1-\eta_0}} \right] - \right. \\ \left. - \exp \left(-2xAz_N \sqrt{\frac{\eta_0}{\eta_s}} \right) \Phi \left[z_N \sqrt{\frac{1-\eta_0}{\eta_s}} - xA \sqrt{\frac{\eta_0}{1-\eta_0}} \right] \right\} \cdot \left\{ \exp(xc) \Phi \left[c \sqrt{\frac{\eta_0 - \eta_s}{\eta_s}} + \right. \right. \\ \left. \left. + x \sqrt{\frac{\eta_s}{\eta_0 - \eta_s}} \right] - \exp(-xc) \Phi \left[c \sqrt{\frac{\eta_0 - \eta_s}{\eta_s}} - x \sqrt{\frac{\eta_s}{\eta_0 - \eta_s}} \right] \right\} dx. \quad (16)$$

Здесь обозначено $\eta_0 = \tau_0 / T_2$, $A = 1 + q_0 / (1 + Q_0)$, $c = h \sqrt{\eta_s / \eta_0 d_{1s} T_1}$, $z_N = k_{2s} \sqrt{T_1 / d_{1s}}$, $z = k_{1s} \sqrt{\eta_0 T_1 / d_{1s} \eta_s}$, $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2 / 2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности [10].

Пусть теперь априори неизвестными являются средние мощности как аддитивной, так и мультипликативной помех (неизвестны параметры Γ_0 и γ_0). Тогда в соответствии с методом максимального правдоподобия алгоритм обнаружения примет вид (4), (5), где вместо $L_1(\tau)$ следует использовать $L_2(\tau) = \sup_{\gamma, \Gamma} F_1(\gamma, \Gamma, \tau) - \sup_{\Gamma} F_0(\Gamma)$. Подставляя в последнее выражение $F_i(\cdot)$ ($i = 0, 1$) из (1) и выполняя максимизацию, получаем

$$L_2(\tau) = \tau \Omega_s [\ln(A(\tau) - 1) - \ln(kT / \tau - 1)] / 2\pi - \\ - T \Omega_N [\ln(1 - 1/A(\tau)) - \ln(1 - \tau / kT)] / 2\pi, \quad (17)$$

где

$$A(\tau) = \int_0^T y_N^2(t) dt / \int_0^\tau y_s^2(t) dt, \quad k = \Omega_N / \Omega_s. \quad (18)$$

Согласно (17), (18) структура алгоритма обнаружения не зависит от величин спектральных плотностей сигнала γ_0 , внешней помехи Γ_0 и собственных шумов приемного устройства N_0 . Отметим, что структура алгоритма обнаружения на основе (2), (4), (5) явно зависит от величины спектральной плотности белого шума N_0 , поэтому его применение требует дополнительной калибровки приемного устройства. В то же время алгоритм обнаружения на основе (4), (5), (17) свободен от этого недостатка. Следовательно его использование может оказаться целесообразным и в отсутствии внешней помехи, если спектральная плотность белого шума априори неизвестна.

Для того, чтобы найти характеристики обнаружителя (4), (5), (17), представим (18) как $A(\tau) = J_N(T) / J_s(\tau)$, где $J_N(T) = N_0^{-1} \int_0^T y_N^2(t) dt$, а функция $J_s(\tau)$ определена в (3). Положим, что верна гипотеза H_0 и перепишем $J_N(T)$ и $J_s(\tau)$ в виде

$$J_N(T) = \Omega_N T (1 + Q_0) [1 + \epsilon N_N(T) \sqrt{T_1 / kT}] / 2\pi,$$

$$J_s(\tau) = \Omega_s \tau (1 + Q_0) [1 + \epsilon N_s(\tau) \sqrt{T_1 / \tau}] / 2\pi,$$

где $N_N(T)$ и $N_s(\tau)$ — асимптотически гауссовские центрированные случайные процессы с единичными дисперсиями. Подставим эти выражения в (17) и разложим (17) в ряд Маклорена по ϵ . Удерживая первый ненулевой член разложения, зависящий от реализации наблюдаемых данных, получаем

$$L_2(\tau) \equiv v^2(\tau) / 2, \quad (19)$$

где $v(\tau)$ — гауссовский центрированный случайный процесс с корреляционной функцией $\langle v(\tau_1) v(\tau_2) \rangle = \{ [kT / \max(\tau_1, \tau_2) - 1] [kT / \min(\tau_1, \tau_2) - 1]^{-1} \}^{1/2}$. В соответствии с [10] процесс $L_2(\tau)$ имеет плотность вероятности вида

$$W(L) = \exp(-L) / \sqrt{\pi L}, \quad L \geq 0. \quad (20)$$

Перейдем в (19) от τ к новому аргументу $u = -\ln(kT / \tau - 1)$. Тогда случайный процесс $X(u) = L_2[kT / (1 + \exp(-u))]$, $u \in [-\ln(kT / T_1 - 1); -\ln(kT / T_2 - 1)]$, описывается плотностью вероятности (20) и обладает коэффициентом корреляции $R_X(u_1 - u_2) = \exp(-|u_1 - u_2|)$. Следовательно, вероятность ложной тревоги

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= P[\sup L_2(\tau) > h, \tau \in [T_1; T_2] | H_0] = \\ &= P[\sup X(u) > h, u \in [-\ln(kT / T_1 - 1); -\ln(kT / T_2 - 1)]] = 1 - P_N(h), \end{aligned} \quad (21)$$

где $P_N(h) = P[X(u) < h, u \in [-\ln(kT / T_1 - 1); -\ln(kT / T_2 - 1)]]$.

Согласно [1, 10] процесс $X(u)$ является марковским с коэффициентами сноса и диффузии $K_1[X] = 3/2 - X$, $K_2[X] = 2X$ соответственно. Для марковских процессов такого вида вероятность $P_N(h)$ можно найти используя ее аппроксимацию, приведенную в [1, 2]. В результате вероятность ложной тревоги (21) определяется выражением

$$\alpha_2 \approx \begin{cases} 1 - [\eta_s(m-1) / (m - \eta_s)]^{\sqrt{h/\pi} \exp(-h)}, & h > 1/2, \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (22)$$

где $\eta_s = T_1 / T_2 = \mu_{\min} / \mu_{\max}$, $m = kT / T_2 = \mu_N / \mu_{\max}$.

Параметр $\mu_N = \Omega_N T / 2\pi$ характеризует площадь области частотно-временной локализации внешней помехи (число степеней свободы внешней помехи). Параметр $\mu_{\max} = \Omega_s T_s / 2\pi$ характеризует максимальную площадь области частотно-временной локализации мультипликативной помехи (максимальное число степеней свободы мультипликативной помехи).

Из сравнения (8), (22) следует, что $\alpha_2 \approx \alpha_1$ при $m \gg 1$. В этом случае точность ОМП величины спектра мощности внешней помехи существенно выше точности ОМП величины спектра мощности мультипликативной помехи. Следовательно незнание величины спектра мощности внешней помехи практически не влияет на эффективность обнаружения радиосигнала, искаженного мультипликативной помехой.

Пусть выполняется гипотеза H_1 , так что полезный сигнал присутствует в реализации наблюдаемых данных. В этом случае вероятность пропуска сигнала β_2 может быть найдена аналогично (10)–(16). Полагая, по-прежнему, что $\mu_{\min} \gg 1$, разложим, аналогично (2), (10), функцию (17) в ряд по малым параметрам ϵ и $\Delta = |\tau - \tau_0|$. Применяя метод локально-марковской аппроксимации [1, 2], получаем, что $\beta_2 = \beta_1$. Следовательно, вероятность пропуска сигнала β_2 при неизвестной средней мощности внешней помехи может быть рассчитана по формуле (16). Таким образом, при высокой апостериорной точности оценки длительности (при большом выходном ОСШ) вероятность пропуска сигнала не зависит от априорного незнания средней мощности внешней аддитивной помехи.

Сравним эффективность обнаружения сигнала при известной и неизвестной средней мощности внешней помехи. В первом случае вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала описываются формулами (8) и (16). В случае, когда параметр Γ_0 неизвестен, вероятность ложной тревоги описывается формулой (22), а вероятность пропуска сигнала — формулой (16), т. е. совпадает со случаем известного значения Γ_0 . Следовательно, в этих условиях проигрыш в эффективности обнаружения из-за незнания средней мощности внешней помехи можно количественно охарактеризовать отношением $\chi = \alpha_2 / \alpha_1$. Отметим, что формулы для α_1 (8) и α_2 (22) несколько упрощаются в случае, если порог обнаружения $h \gg 1$:

$$\alpha_1 \approx -\sqrt{h/\pi} \exp(-h) \ln(\eta_s), \quad (23)$$

$$\alpha_2 \approx -\sqrt{h/\pi} \exp(-h) \ln[\eta_s(m-1)/(m-\eta_s)]. \quad (24)$$

Приближенные формулы (23) и (24) удовлетворительно аппроксимируют более сложные выражения (8) и (22) соответственно, если вероятность ложной тревоги не превышает 0,1. Для малых значений вероятности ложной тревоги проигрыш в эффективности обнаружения из-за незнания Γ_0 будет описываться формулой

$$\chi = \alpha_2 / \alpha_1 = 1 + \ln[(m - \eta_s) / (m - 1)] / \ln(1 / \eta_s) \quad (25)$$

На рис. 1 приведены зависимости, рассчитанные по формуле (25), для различных значений η_s : кривая 1 — для $\eta_s = 0,01$, 2 — $\eta_s = 0,03$, 3 — $\eta_s = 0,1$, 4 — $\eta_s = 0,3$, 5 — $\eta_s = 0,5$. На рис. 2 приведены зависимости $\chi(\eta_s)$, рассчитанные по формуле (25) для различных значений m : кривая 1 — для $m = 1,1$, 2 — $m = 1,2$, 3 — $m = 1,5$, 4 — $m = 2,5$, 5 — $m = 3$. Из формулы (25) и рис. 1, 2 следует, что проигрыш в эффективности обнаружения возрастает с увеличением параметра η_s и с уменьшением параметра m . Причем при $\eta_s \rightarrow 1$ проигрыш $\chi \rightarrow m / (m - 1)$, а при $m \rightarrow 1$ проигрыш неограниченно возрастает.

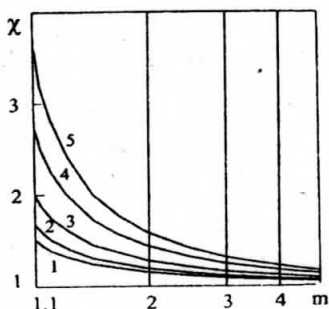


Рис. 1

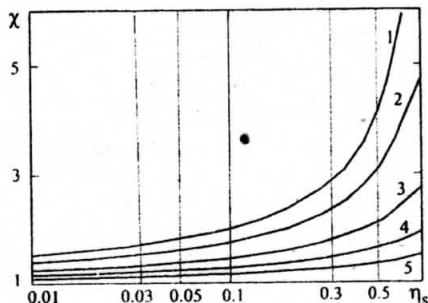


Рис. 2

В то же время, если $m \rightarrow \infty$, то проигрыш в эффективности обнаружения асимптотически отсутствует, т.е. $\chi \rightarrow 1$.

Таким образом, априорное незнание средней мощности внешней помехи оказывает существенное влияние на эффективность обнаружения сигнала с неизвестной длительностью, если площадь области частотно-временной локализации внешней аддитивной помехи лишь незначительно превосходит площадь области частотно-временной локализации мультипликативной помехи. Влияние априорного незнания средней мощности внешней помехи возрастает с уменьшением априорного интервала возможных значений неизвестной длительности сигнала.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Трифонов А. П. Обнаружение сигналов с неизвестными параметрами // Теория обнаружения сигналов. — М.: Радио и связь, 1984. С. 12 — 89.
2. Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфенов В. И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. — Воронеж: ВГУ, 1991. — 246 с.
3. Палий А. И. Радиоэлектронная борьба. — М.: Воениздат, 1981. — 272 с.
4. Зюко А. Г., Коробов Ю. Ф. Теория передачи сигналов. — М.: Связь, 1972. — 282 с.
5. Кремер И. Я., Владимиров В. И., Карпухин В. И. Модулирующие помехи и прием радиосигналов / Под ред. И. Я. Кремера. — М.: Сов. радио, 1972. — 480 с.