

259 253

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК

ТЕОРИЯ И СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

2006
N 3

МОСКВА

РАСПОЗНАВАНИЕ ОБРАЗЦОВ И ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

АЛГОРИТМЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА НА ИЗОБРАЖЕНИИ

© 2006 г. Р. В. Куцов, А. П. Трифонов

Воронеж, Воронежский государственный ун-т

Поступила в редакцию 31.05.05 г.

Выполнены синтез и анализ квазиправдоподобного, максимально правдоподобного и байесовского алгоритмов обнаружения изображения пространственно-протяженного объекта, движущегося с неизвестной скоростью, для аппликативной модели взаимодействия полезного изображения и фона. Работоспособность алгоритмов и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик обнаружения установлены с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Введение. Актуальной проблемой при решении задач автоматического контроля и управления является обнаружение и распознавание объектов по их изображениям. Одним из перспективных путей в разработке таких систем служит направление, использующее технологии “машинного зрения”, которые находят применение в системах навигации и наведения летательных аппаратов [1], в самолетных, спутниковых и других системах контроля состояния охраняемых зон, природных объектов, окружающей среды, объектов вторжения [2], в системах медицинской и технической диагностики и т.п.

Функционирование автоматизированных систем в реальных условиях сопровождается помехами, имеющими случайный характер и различную физическую природу. Наиболее распространенная модель флуктуационной помехи – аддитивный гауссовский белый шум.

Существенно возросшая разрешающая способность систем наблюдения стимулировала в последнее время развитие теории обнаружения объектов по их изображениям с учетом затенения фона. Вопросы обнаружения пространственно-протяженных объектов (ППО) рассматриваются в [3–9] и других работах. В [4, 5] показано, что использование аддитивной модели взаимодействия ППО и фона может приводить к недостоверным результатам. В [4–6] на основе аппликативной модели, учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, получены характеристики обнаружения неподвижного ППО. В [7] проведена оценка статистических характеристик субоптимального межкадрового обнаружителя образов, смещающихся с известной скоростью из заданного положения, в предположении, что указанные образы на последовательных кадрах не перекрываются. В [8] исследованы потенциальные возможности обнаружения ППО, движущегося с известной скоростью. Однако часто возникают ситуации,

когда наблюдателю неизвестна величина скорости движения объекта.

Цель работы – синтез и анализ квазиправдоподобного, максимально-правдоподобного и байесовского алгоритмов обнаружения ППО, перемещающегося с неизвестной скоростью, по его изображению.

1. Постановка задачи. Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля $x(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей Ω , а t – время. Положим [8], что при гипотезе H_1 поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит изображение движущегося из определенного положения в заданном направлении со скоростью $\mathbf{V}_0$ объекта $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, неподвижный фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией $K_n(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle n(\mathbf{r}_1, t_1)n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2)/2$, где N_0 – односторонняя спектральная плотность белого шума. При гипотезе H_0 поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный пространственно-временной шум $n(\mathbf{r}, t)$.

В соответствии с аппликативной моделью [4–6], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть Ω_s области Ω , а фоновое излучение формируется оставшейся частью области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Будем считать, что разрешающая способность системы наблюдения достаточно велика, так что размеры неоднородностей объекта и фона велики по сравнению с размерами элемента разрешения в плоскости наблюдения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация

изображения в картинной плоскости

$$x(\mathbf{r}, t) = \gamma_0[s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) - v(\mathbf{r})]I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + v(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}, t), \quad (1.1)$$

где $\gamma_0 = 0$, когда справедлива гипотеза H_0 , $\gamma_0 = 1$, если справедлива гипотеза H_1 , а $I_s(\mathbf{r}) = 1$ для $\mathbf{r} \in \Omega_s$, и $I_s(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \notin \Omega_s$ – индикаторная функция, описывающая форму изображения объекта. На основе наблюдаемых данных необходимо вынести решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения.

2. Алгоритмы обнаружения объекта. Для решения задачи проверки гипотезы H_1 против альтернативы H_0 необходимо сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП). В [9] получено выражение для логарифма ФОП

$$L(\gamma, \mathbf{V}) = \ln \Lambda[H_1|H_0] = \frac{2\gamma}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \left\{ x(\mathbf{r}, t)[s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) - v(\mathbf{r})] - \frac{s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) - v^2(\mathbf{r})}{2} \right\} I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt. \quad (2.1)$$

Если скорость движения объекта априори известна, то оценка максимального правдоподобия дискретного параметра γ может быть найдена как $\hat{\gamma} = \arg \sup_{\gamma} L(\gamma, \mathbf{V}_0)$. Учитывая, что $L(\gamma=0, \mathbf{V})=0$, получаем, что максимально правдоподобный (МП) алгоритм обнаружения заключается в сравнении величины $L = L(\mathbf{V}_0)$ с нулевым порогом, где

$$L(\mathbf{V}) = L(\gamma=1, \mathbf{V}). \quad (2.2)$$

Если

$$L > 0, \quad (2.3)$$

то выносится решение о наличии изображения объекта в наблюдаемой реализации; в противном случае – о его отсутствии.

Вместо алгоритма (2.3) можно использовать обобщенный МП-алгоритм обнаружения, основанный на сравнении величины L с порогом h , определяемым выбранным критерием оптимальности [10–14]

$$L \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} h. \quad (2.4)$$

При неизвестной скорости движения возможно применение квазиправдоподобного обнаружителя (КПО) [11]. Для синтеза КПО вместо неизвестного истинного значения скорости $\mathbf{V}_0$ используется ожидаемое (прогнозируемое) значение $\mathbf{V}_*$. Решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения выносится путем сравнения с

порогом величины

$$L_* = L(\mathbf{V}_*) \quad (2.5)$$

в соответствии с правилом (2.4). При $\mathbf{V}_* = \mathbf{V}_0$ КПО переходит в оптимальный обнаружитель. Однако в общем случае $\mathbf{V}_* \neq \mathbf{V}_0$, и при значительном отклонении $\mathbf{V}_*$ от $\mathbf{V}_0$ эффективность КПО может быть слишком низкой.

Положим далее, что объект движется из заданного положения в известном направлении с неизвестной скоростью $\mathbf{V}_0$, которая принимает значения из априорного интервала $W = [-V_{\max}/2; V_{\max}/2]$. Выберем систему координат XY , расположив ось X вдоль направления движения изображения объекта.

Для того, чтобы исключить влияние неизвестной скорости, заменим ее значение на оценку максимального правдоподобия [13, 15]. Тогда оценка параметра γ может быть найдена как

$$\hat{\gamma} = \arg \sup_{\gamma} \left[\sup_{V \in W} L(\gamma, V) \right].$$

Учитывая, что $L(\gamma=0, V)=0$, приходим к выводу, что МП-алгоритм обнаружения состоит в сравнении абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП с нулевым порогом. Если выполняется неравенство (2.3), где

$$L = \sup_{V \in W} L(V) = L(\hat{V}), \quad \hat{V} = \arg \sup_{V \in W} L(V),$$

то выносится решение о наличии изображения объекта в наблюдаемой реализации; в противном случае – о его отсутствии.

При использовании обобщенного МП-алгоритма обнаружения решение о наличии изображения объекта формируется в соответствии с правилом (2.4), где $L = L(\hat{V})$, а порог h определяется выбранным критерием оптимальности. Техническая реализация МП-обнаружителя существенно сложнее, чем КПО, поскольку он должен быть многоканальным по скорости. В i -м канале рассчитывается значение $L_i = L(V_i)$, $i = \overline{1, K}$, где K – число каналов, предполагающееся достаточно большим, а

$$V_i = V_{\max} \left(\frac{i-1}{K-1} - \frac{1}{2} \right)$$

при эквидистантном расположении каналов в априорном интервале возможных значений скорости. Из совокупности полученных значений L_i выбирается наибольшее и сравнивается с порогом.

Если кроме интервала W известны априорное распределение $w_{pr}(V)$ возможных значений скорости, а также априорные вероятности отсутствия p_0 и наличия $p_1 = 1 - p_0$ изображения объекта в наблюдаемой реализации, то целесообразно использовать байесовский алгоритм обнаружения.

При байесовском подходе оптимальным правилом обнаружения является такое, которое обеспечивает минимум риска [12, 13]. Рассмотрим возможность применения байесовского подхода для обнаружения объекта, движущегося с неизвестной скоростью. Для синтеза байесовского обнаружителя (БО) необходимо задать матрицу потерь. Будем считать, что стоимости ошибок ложной тревоги и пропуска объекта одинаковы, а стоимости правильных решений нулевые, т.е. воспользуемся простой функцией потерь [12, 13], соответствующей критерию идеального наблюдателя. Байесовский алгоритм обнаружения формирует величину

$$I = \int_{-V_{\max}/2}^{V_{\max}/2} \exp[L(V)] w_{pr}(V) dV \quad (2.6)$$

и сравнивает ее с порогом p_0/p_1 . Если $I > p_0/p_1$, принимается решение о наличии изображения объекта в наблюдаемой реализации и заключение о его отсутствии в противном случае. Как и МП-обнаружитель, БО является многоканальным. Кроме того, техническая реализация БО несколько сложнее, чем МП-обнаружителя, поскольку необходимо производить интегрирование функции $L(V)$ (2.2) после нелинейного преобразования.

3. Характеристики КПО. Обычно эффективность алгоритма обнаружения оценивается величинами вероятностей ошибки первого рода (ложной тревоги) α и второго рода (пропуска объекта) β (или вероятностью правильного обнаружения $P_D = 1 - \beta$) [10–12]. Найдем эти вероятности для КПО.

Подставляя в (2.1) реализацию наблюдаемых данных (1.1), выразим логарифм ФОП в виде суммы сигнальной и шумовой функций [13]

$$L(V) = \gamma_0 \hat{S}(V, V_0) + \hat{N}(V) - \hat{S}(V, V)/2, \quad (3.1)$$

где $\gamma_0 = 1$, если верна гипотеза H_1 , и $\gamma_0 = 0$, если справедлива альтернатива H_0 ,

$$\begin{aligned} \hat{S}(V, V_0) = & \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} [s(x - Vt, y) - v(x, y)] \times \\ & \times [s(x - V_0t, y) - v(x, y)] \times \\ & \times I_s(x - Vt, y) I_s(x - V_0t, y) dx dy dt \end{aligned} \quad (3.2)$$

– сигнальная функция, а

$$\begin{aligned} \hat{N}(V) = & \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} n(x, y, t) [s(x - Vt, y) - v(x, y)] \times \\ & \times I_s(x - Vt, y) dx dy dt \end{aligned}$$

– шумовая функция, представляющая собой реализацию гауссовского случайного процесса с ну-

левым средним значением и корреляционной функцией

$$\langle \hat{N}(V_1) \hat{N}(V_2) \rangle = \hat{S}(V_1, V_2). \quad (3.3)$$

Величина

$$\begin{aligned} z^2 = \hat{S}(V, V) = & \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} [s(x - Vt, y) - v(x, y)]^2 \times \\ & \times I_s(x - Vt, y) dx dy dt \end{aligned}$$

представляет собой отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приемника максимального правдоподобия [13, 15]. В общем случае $\hat{S}(V, V)$ зависит от V , однако если фон постоянный (равномерный), такая зависимость отсутствует. Кроме того, на $\hat{S}(V, V)$ практически не влияет скорость, если объект и фон мелкотекстурные, т.е. за время наблюдения объект проходит расстояние, превышающее хотя бы в несколько раз размеры неоднородностей объекта и фона [8]. Далее будем считать, что z^2 от V не зависит, т.е. скорость является неэнергетическим параметром [15]. При этом сигнальная функция (3.2) достигает своего максимального значения z^2 при $V = V_0$.

Поскольку логарифм ФОП представляет собой линейное преобразование гауссовского поля, величина L_* (2.5) подчиняется гауссовскому закону распределения. Следовательно, вероятности ошибок ложной тревоги и пропуска объекта для КПО имеют вид

$$\begin{aligned} \alpha_* &= 1 - \Phi[(h - m_0)/\sigma_0], \\ \beta_*(V_*, V_0) &= \Phi[(h - m_1)/\sigma_1], \end{aligned} \quad (3.4)$$

где

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-g^2/2) dg / \sqrt{2\pi}$$

– интеграл вероятности, $m_i = \langle L_* | H_i \rangle$, $\sigma_i^2 = \langle L_*^2 | H_i \rangle - m_i^2$ – математическое ожидание и дисперсия выходного сигнала КПО (2.5). Выполняя усреднение, находим $m_0 = -\hat{S}(V_*, V_*)/2$, $m_1 = \hat{S}(V_*, V_0) - \hat{S}(V_*, V_*)/2$, $\sigma_0^2 = \sigma_1^2 \equiv \sigma^2 = \hat{S}(V_*, V_*)$.

Положим, что используется критерий оптимальности Неймана–Пирсона. Тогда при заданной вероятности ложной тревоги $\alpha_* = \alpha$ порог $h = h_\alpha = m_0 + \sigma_0 q_{1-\alpha}$, где $q_{1-\alpha} = \arg \Phi(1 - \alpha)$, $\arg \Phi(\cdot)$ – функция, обратная интегралу вероятности. Подставляя порог h_α в выражение для вероятности пропуска объекта, получим $\beta_*(V_*, V_0) = 1 - \Phi[q_*(V_*, V_0) - q_{1-\alpha}]$,

где $q_*^2(V_*, V_0) = (m_1 - m_0)^2 / \sigma^2 = \hat{S}^2(V_*, V_0) / \hat{S}(V_*, V_*)$ – параметр обнаружения при использовании КПО. В случае оптимального обнаружителя (при априори известной скорости движения объекта) для заданной вероятности ложной тревоги $\alpha_0 = \alpha$ вероятность пропуска объекта $\beta_0 = 1 - \Phi(q_0 - q_{1-\alpha})$, где параметр обнаружения $q_0^2 = \hat{S}(V_0, V_0)$.

В качестве примера рассмотрим случай обнаружения равномерно окрашенного объекта в форме эллипса с полуосями a и b , наблюдаемого на равномерном фоне, т.е. $s(\mathbf{r}) = s_0$, $v(\mathbf{r}) = v_0$. Будем считать, что направление движения известно и объект движется вдоль полуоси длиной a . В этом случае сигнальная функция (3.2) имеет вид

$$\hat{S}(V, V_0) = S(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin \tau + \frac{2[2 + (1 - \tau^2)^{3/2} - 3\sqrt{1 - \tau^2}]}{3\pi\tau}, & 0 \leq \tau < 1, \\ \frac{4}{3\pi\tau}, & \tau \geq 1, \end{cases} \quad (3.5)$$

где $\tau = |V - V_0|T/2a$, $z^2 = \hat{S}(V_0, V_0) = 2\pi abT(s_0 - v_0)^2/N_0$.

Если известны априорные вероятности наличия p_1 и отсутствия p_0 изображения объекта в наблюдаемой реализации, а также априорная плотность вероятности $w_{pr}(V)$ значений скорости движения объекта, то качество обнаружения можно характеризовать средней вероятностью ошибки [12]

$$P_{e*} = p_0\alpha_* + p_1\beta_*, \quad (3.6)$$

где α_* – вероятность ошибки первого рода (лож-

ной тревоги), определяемая формулой (3.4),

$$\beta_* = \int_W \beta_*(V_*, V_0) w_{pr}(V_0) dV_0$$

– безусловная вероятность ошибки второго рода (пропуска объекта), $\beta_*(V_*, V_0)$ – условная вероятность пропуска объекта (3.4), движущегося со скоростью V_0 , в то время как КПО рассчитан на обнаружение объекта, движущегося со скоростью V_* .

Допустим, что при синтезе КПО объект предполагается неподвижным, т.е. $V_* = 0$, тогда как в действительности он движется со скоростью V_0 , равномерно распределенной в априорной области W с априорной плотностью вероятности

$$w_{pr}(V) = \begin{cases} 1/V_{\max}, & V \in W, \\ 0, & V \notin W. \end{cases} \quad (3.7)$$

Подставляя (3.4), (3.7) в (3.6), находим, что при $V_* = 0$ средняя вероятность ошибки

$$P_{e*} = p_0 \left[1 - \Phi\left(\frac{h}{z} + \frac{z}{2}\right) \right] + p_1 \frac{2}{\pi m} \int_{-\pi m/4}^{\pi m/4} \Phi\left[\frac{h}{z} + \frac{z}{2} - zS(\tau)\right] d\tau, \quad (3.8)$$

где $m = V_{\max}T/\pi a$ – приведенная длина априорного интервала возможных значений скорости [12, 13].

Для определения порога обнаружения h можно использовать критерий минимума средней вероятности ошибки P_{e*} [11, 12], т.е. находить порог из условия

$$h = h_{\text{opt}*} = \arg \min P_{e*}. \quad (3.9)$$

Таким образом, $h_{\text{opt}*}$ зависит от m , z и p_0 .

В случае $V_* = V_0$ (оптимальный обнаружитель) средняя вероятность ошибки [12]

$$P_{e0} = p_0 \left[1 - \Phi\left(\frac{h}{z} + \frac{z}{2}\right) \right] + p_1 \Phi\left(\frac{h}{z} - \frac{z}{2}\right), \quad (3.10)$$

а порог h определяется из условия

$$h = h_{\text{opt}0} = \arg \min P_{e0}. \quad (3.11)$$

Следовательно, $h_{\text{opt}0}$ зависит от z и p_0 .

На рис. 1 показано влияние ОСШ на среднюю вероятность ошибки P_{e*} при использовании КПО с оптимизированным порогом (3.9), рассчитанное по формуле (3.8) при $p_0 = 0.5$. Штриховая линия соответствует $m = 0.1$, пунктирная – $m = 1$, штрихпунктирная – $m = 10$. Для сравнения сплошной линией нанесена зависимость P_{e0} от z из (3.10) при оптимизированном пороге h из (3.11).

Как видно, даже при относительно небольших значениях m проигрыш в величине средней веро-

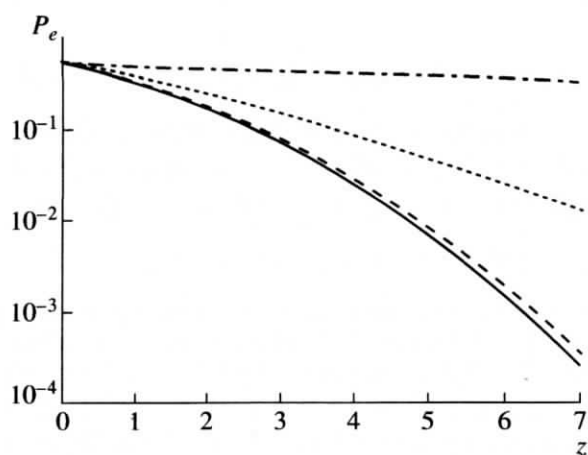


Рис. 1.

ятности ошибки из-за незнания скорости движения оказывается весьма значительным. Для повышения эффективности обнаружения можно оценивать скорость движения изображения объекта по наблюдаемой реализации и производить обнаружение по методу максимального правдоподобия [12, 13].

4. Характеристики максимально правдоподобного обнаружителя. При обнаружении равномерного окрашенного объекта ($s(\mathbf{r}) = s_0$) на равномерном фоне ($v(\mathbf{r}) = v_0$) максимальное значение сигнальной функции $z^2 = \hat{S}(V_0, V_0) = 2(s_0 - v_0)^2 TG_s / N_0$, где G_s – площадь изображения объекта. Тогда нормированную сигнальную функцию можно записать в виде

$$S(V, V_0) = \frac{1}{z^2} \hat{S}(V, V_0) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x - Vt, y) I_s(x - V_0 t, y) dx dy dt. \quad (4.1)$$

Обозначив $\Delta V = V - V_0$, имеем

$$S(V, V_0) = S(|V - V_0|) = S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt.$$

Учитывая, что $I_s(x, y) = I_s^2(x, y)$, перепишем сигнальную функцию как

$$S(|V - V_0|) = S(|\Delta V|) = 1 - \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy dt.$$

Исследуем поведение сигнальной функции при $|\Delta V| \rightarrow 0$. Величина

$$J(t) = \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy = \iint_{\Omega_s} [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy$$

в момент времени t представляет собой площадь фигуры D (вообще говоря, многосвязной), целиком лежащей в Ω_s , ни одна из точек которой не принадлежит области, где $I_s(x - |\Delta V|t, y) = 1$.

Будем далее считать, что Ω_s – односвязная конечная область с кусочно-гладкой границей Γ , и любая прямая, параллельная направлению движения, пересекает границу Γ не более чем в двух точках. Области такого вида назовем областями типа K_V . При этом D также является областью типа K_V . Класс K_V расширяет класс областей типа K

[16], включающий в себя односвязные конечные области с кусочно-гладкой границей, которая пересекается любой прямой не более чем в двух точках.

Пусть отрезок $[y_{\min}, y_{\max}]$ оси Y представляет собой проекцию области Ω_s (вместе с границей Γ) на эту ось (рис. 2). Проведем через точки $y_{\min}$ и $y_{\max}$ прямые, параллельные X так, как показано на рис. 2. Каждая из этих двух прямых пересекает границу Γ лишь в одной точке. Эти две точки пересечения указанных прямых с границей Γ разделяют ее на две кривые Γ_- и Γ_+ , которые могут быть однозначно спроецированы на ось Y .

Обозначим через $l_V = y_{\max} - y_{\min}$ длину проекции области Ω_s на ось Y , т.е. на направление, перпендикулярное направлению движения. Разобьем отрезок $[y_{\min}, y_{\max}]$ на n равных частей. Для этого проведем $n - 1$ прямых, параллельных оси X так, что расстояния между соседними прямыми одинаковы и равны $\Delta h = l_V / n$. Отрезки соседних прямых, лежащие в области D , т.е. заключенные между левыми границами областей, задаваемых индикаторными функциями $I_s(x, y)$ и $I_s(x - |\Delta V|t, y)$, имеют одинаковую длину $|\Delta V|t$. При $n \rightarrow \infty$ и $|\Delta V| \rightarrow 0$ криволинейные трапеции, образованные этими отрезками и границами областей, заключенными между этими отрезками, можно считать параллелограммами с основаниями $|\Delta V|t$ и высотами Δh . Учитывая, что площадь каждого параллелограмма равна $\Delta S_1 = |\Delta V|t \Delta h = |\Delta V|t l_V / n$, а всего их n , получим, что $J(t) \approx n \Delta S_1 = |\Delta V|t l_V$. Здесь пренебрегаем площадями криволинейных треугольников, заключенных между границами объектов и прямыми $y = y_{\max}$, $y = y_{\min}$, поскольку эти площади имеют порядок малости ΔV^2 . Таким образом, при $|\Delta V| \rightarrow 0$ сигнальная функция может быть пред-

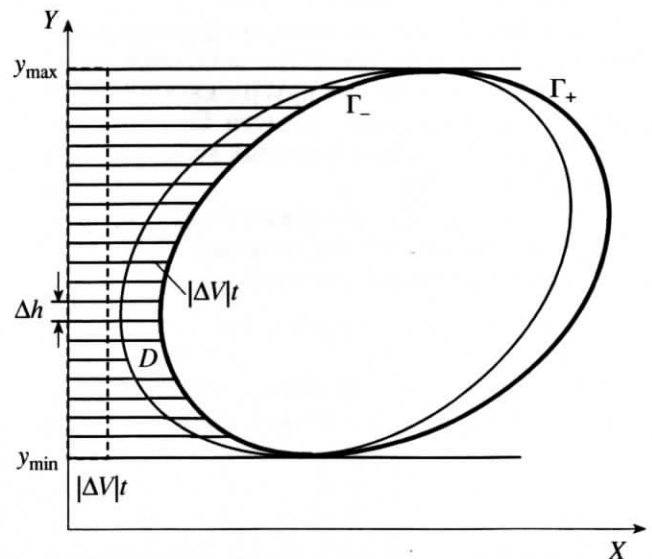


Рис. 2.

ставлена в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{|\Delta V| l_V}{G_s T} \int_0^T t dt + o(|\Delta V|) = \\ = 1 - \delta |\Delta V| + o(|\Delta V|), \quad (4.2)$$

где $\delta = l_V T / 2G_s$.

Заметим, что площади рассмотренных параллелограммов равны площадям прямоугольников с высотами Δh и основаниями $|\Delta V|t$, так что площадь области D равна площади выделенного штриховыми линиями прямоугольника, высота которого соответствует максимальному размеру объекта в направлении, перпендикулярном направлению движения, а основание имеет размер $|\Delta V|t$. Таким образом, главными параметрами, от которых зависит поведение сигнальной функции при $|\Delta V| \rightarrow 0$, являются площадь изображения объекта G_s и его размер l_V в направлении, перпендикулярном движению, а также время наблюдения T .

Исследуем поведение сигнальной функции (4.1) при $|\Delta V| \rightarrow \infty$. Обозначим максимальный размер объекта в направлении движения через $l_{||}$. Тогда, спустя время $T_1 = l_{||}/|\Delta V|$, области, задаваемые индикаторными функциями $I_s(x, y)$ и $I_s(x - |\Delta V|t, y)$, перестанут перекрываться. При $|\Delta V| \rightarrow \infty$ время $T_1 \rightarrow 0$, так что при всех конечных значениях T_1 выполняется неравенство $T_1 < T$; в этом случае сигнальную функцию можно оценить сверху

$$S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^{T_1} \iint I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt \leq \\ \leq \frac{T_1}{T} = \frac{l_{||}}{T|\Delta V|},$$

так что $S(|\Delta V|) \rightarrow 0$ при $|\Delta V| \rightarrow \infty$.

Таким образом, для объекта, представляющего собой область типа K_V , при $|\Delta V| \rightarrow 0$ справедливо (4.2), а при $|\Delta V| \rightarrow \infty$ имеем $S(|\Delta V|) = O(|\Delta V|^{-1})$. Кроме того, принадлежность области Ω_s к типу K_V обеспечивает отсутствие боковых максимумов у сигнальной функции.

Учитывая, что z^2 не зависит от скорости, вместо $L(V)$ (3.1) введем нормированный член логарифма ФОП, зависящий от скорости

$$L_z(V) = L(V)/z + z/2 = \gamma_0 z S(V, V_0) + N(V), \quad (4.3)$$

где $N(V) = \hat{N}(V)/z$ – нормированная шумовая функция, и перепишем правило обнаружения (2.4) в виде

$$\hat{L}_z \stackrel{H_1}{\geq} u,$$

где $\hat{L}_z = \sup_{V \in W} L_z(V)$, а $u = h/z + z/2$ – нормированный порог.

Согласно (4.2), сигнальная функция не имеет второй производной при $\Delta V = 0$. Так как она является функцией корреляции шумовой функции $N(V)$, реализации нормированного логарифма ФОП $L_z(V)$ (4.3) недифференцируемы, хотя и непрерывны с вероятностью единица [17].

Вероятности ошибок первого рода (ложной тревоги) α и второго рода (пропуска объекта) β в приемнике максимального правдоподобия можно записать в виде

$$\alpha = P[\max_{V \in W} L_z(V) > u | \gamma_0 = 0] = P[M_0 > u], \quad (4.4)$$

$$\beta(V_0) = P[\max_{V \in W} L_z(V) > u | \gamma_0 = 1] = P[M_1 > u]. \quad (4.5)$$

Здесь M_0 и M_1 – соответственно величины абсолютного (наибольшего) максимума $L_z(V)$ при отсутствии и наличии изображения объекта в наблюдаемой реализации.

Для определения вероятности ложной тревоги, согласно (4.3), (4.4), надо найти функцию распределения абсолютного максимума реализации $N(V)$: $F_0(u) = P[N(\hat{V}) < u]$, где $\hat{V}$ – положение абсолютного максимума $L_z(V)$ при $V \in W$. Точное выражение для $F_0(u)$ неизвестно, однако в [12] найдено приближенное выражение

$$F_0(u) \approx \begin{cases} \exp\left[-\frac{mu}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right], & u \geq 1, \\ 0, & u < 1, \end{cases} \quad (4.6)$$

где $m = \delta V_{\max} = l_V T V_{\max} / 2G_s$ – приведенная длина априорного интервала возможных значений скорости.

Из (4.4), (4.6) находим приближенное выражение для вероятности ложной тревоги [12]

$$\alpha \approx \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{mu}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right], & u \geq 1. \\ 1, & u < 1. \end{cases} \quad (4.7)$$

Точность этой формулы возрастает с увеличением m и нормированного порога u . Введем размер элемента разрешения по скорости Δ_V как полуширину сигнальной функции при замене ее треугольной аппроксимацией (4.2)

$$\Delta_V = 1/\delta. \quad (4.8)$$

Тогда параметр $m = V_{\max}/\Delta_V$ определяет число разрешимых значений скорости в априорной области W . Возможна иная интерпретация параметра m . Заменим изображение объекта эквивалентным прямоугольником с такой же площадью G_s . Положим, что одна сторона прямоугольника длиной l_V перпендикулярна направлению движения, а вторая длиной $\lambda = G_s/l_V$ параллельна вектору скорости. Учитывая, что $l_{\max} = TV_{\max}/2$ – максимально

возможное перемещение объекта за время наблюдения, получаем, что $m = l_{\max}/\lambda$, т.е. параметр m равен числу эквивалентных прямоугольников, укладываемых на максимально возможном пути, проходимом объектом за время наблюдения.

Найдем теперь вероятность пропуска объекта $\beta(V_0)$ (4.5). Полагая, что в наблюдаемой реализации $x(\mathbf{r}, t)$ присутствует изображение объекта, т.е. $\gamma_0 = 1$, обозначим: $M_S = \max L_z(V)$ при $|V - V_0| < \Delta_V$, $M_N = \max L_z(V)$ при $-V_{\max}/2 \leq V \leq V_0 - \Delta_V$ и $V_0 + \Delta_V \leq V \leq V_{\max}/2$, где Δ_V (4.8) в силу (3.3) – интервал корреляции шумовой функции $N(V)$. При этом очевидно, что $S(\pm \Delta_V) \approx 0$. Если $V_{\max} \gg \Delta_V$, или, что то же самое, $m \gg 1$, то случайные величины M_S и M_N можно считать независимыми [12, 13]. Следовательно, при $m \gg 1$ вероятность пропуска объекта

$$\beta(V_0) \approx P[M_N < u]P[M_S < u] = F_N(u)F_S(u), \quad (4.9)$$

причем при $m \gg 1$ [12]

$$F_N(u) \approx F_0(u), \quad (4.10)$$

где $F_0(u)$ определяется из (4.6). Функция $F_S(u)$ представляет собой распределение величины абсолютного максимума $L_z(V)$ при $|V - V_0| < \Delta_V$. В [12] с использованием метода локально-марковской аппроксимации получено приближенное выражение

$$F_S(u) \approx \Phi(u - z) - 2 \exp(3z^2/2 - uz) \Phi(u - 2z) + \exp(4z^2 - 2uz) \Phi(u - 3z). \quad (4.11)$$

Подставляя (4.10), (4.11) в (4.9), приходим к приближенному выражению для вероятности пропуска объекта

$$\begin{aligned} \beta \approx \exp\left[-\frac{mu}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right)\right] & \left\{ \Phi(u - z) - \right. \\ & - 2 \exp\left(\frac{3}{2}z^2 - uz\right) \Phi(u - 2z) + \\ & \left. + \exp(4z^2 - 2uz) \Phi(u - 3z) \right\} \end{aligned} \quad (4.12)$$

при $u \geq 1$ и $\beta \approx 0$ для $u < 1$. Точность этой формулы, как и (4.7), растет с увеличением ОСШ z , параметра m и нормированного порога u . Заметим, что в рассматриваемом приближении вероятность пропуска объекта не зависит от истинного значения скорости V_0 , т.е. условные и безусловные вероятности ошибки второго рода совпадают.

При известных априорных вероятностях наличия и отсутствия объекта в области наблюдения для определения порога h можно использовать критерий минимума средней вероятности ошибки

$$P_e = p_0 \alpha + p_1 \beta, \quad (4.13)$$

где p_0 – априорная вероятность отсутствия объекта в области наблюдения, $p_1 = 1 - p_0$. При этом порог выбирается равным

$$\hat{h}_{\text{опт}} = \arg \min P_e. \quad (4.14)$$

На рис. 3 показаны зависимости средней вероятности ошибки от ОСШ z при $m = 5$, рассчитанные по формуле (4.13). Сплошные линии соответствуют оптимизированному порогу $\hat{h}_{\text{опт}}$, пунктирные – порогу $h = 0$. Кривые 1 построены при $p_0 = 0.5$, кривые 2 – при $p_0 = 0.9$. Сопоставление сплошных и штриховых кривых свидетельствует о целесообразности использования МП-обнаружителя с оптимизированным порогом. Однако выигрыш в эффективности обнаружения (уменьшение средней вероятности ошибки) МП-обнаружителя с оптимизированным порогом по сравнению с МП-обнаружителем с нулевым порогом достигается за счет использования дополнительной априорной информации. Действительно, для определения оптимального порога необходимо знать априорные вероятности отсутствия p_0 и наличия p_1 изображения объекта в наблюдаемой реализации.

Сравним характеристики оптимального, квазиравдоподобного и МП-обнаружителей изображения движущегося объекта. Будем считать, что порог в каждом случае выбирается из условия минимума безусловной средней вероятности ошибки. На рис. 4 приведены зависимости безусловной средней вероятности ошибки при оптимизированном пороге от ОСШ z при $m = 5$, $p_0 = 0.5$. Сплошная кривая соответствует обнаружению объекта, движущегося с известной скоростью, и рассчитывалась по (3.10) при пороге, определяемом (3.11). Штриховая кривая отвечает случаю обнаружения объекта, движущегося с неизвестной скоростью,

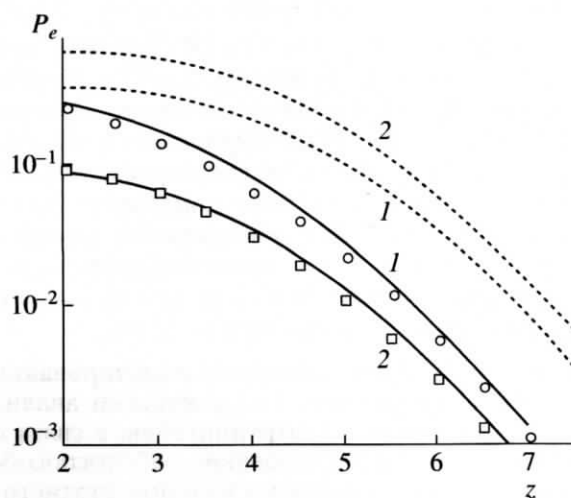


Рис. 3.

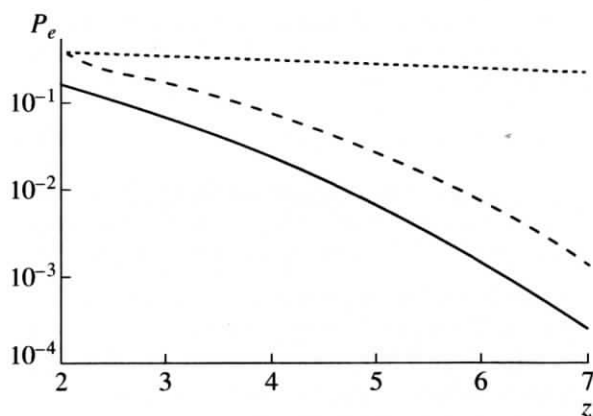


Рис. 4.

по методу МП, и получена по формуле (4.13) при пороге (4.14). Пунктирная линия иллюстрирует обнаружение объекта, движущегося с неизвестной скоростью, КПО, синтезированным для случая неподвижного объекта, и строилась по формуле (3.8) при пороге (3.9).

Как следует из сравнения кривых на рис. 4, алгоритм МП-обнаружения объекта, движущегося с неизвестной скоростью, обеспечивает существенно меньшую среднюю вероятность ошибки по сравнению с квазиправдоподобным алгоритмом. Незнание скорости движения объекта приводит к существенному увеличению средней вероятности ошибки обнаружения по сравнению со случаем априори известной скорости движения. При этом потери в эффективности МП-обнаружения возрастают с увеличением параметра m и ОСШ z .

Зависимость ОСШ $z^2 = 2(s_0 - v_0)^2 G_s T / N_0$ от s_0 и v_0 является немонотонной, что обусловлено аппликативным характером взаимодействия изображений объекта и фона. Так, при $s_0 = v_0$ ОСШ достигает минимального значения $z_{\min}^2 = 0$ и объект не обнаруживается. Если $s_0 > v_0$, ОСШ возрастает с уменьшением v_0 и увеличением s_0 ; при этом объект обнаруживается по положительному контрасту [5]. Когда $s_0 < v_0$, ОСШ возрастает с увеличением v_0 и уменьшением s_0 ; следовательно, объект выделяется по отрицательному контрасту. Отметим, что характеристики обнаружения улучшаются с ростом v_0 при $s_0 < v_0$, причем средняя вероятность ошибки стремится к нулю при $v_0 \rightarrow \infty$ и принимает конечное значение при $v_0 = 0$.

5. Результаты статистического моделирования алгоритмов обнаружения. Теоретический анализ байесовских алгоритмов затруднителен, в связи с чем было проведено исследование работоспособности байесовского алгоритма методом статистического моделирования на ЭВМ. Кроме того, найденные характеристики МП-обнаружителя явля-

ются лишь асимптотически точными, поэтому необходимо определить границы применимости полученных асимптотических формул.

Для моделирования был выбран объект в форме эллипса с полуосями a и b , движущийся вдоль полуоси a . При этом нормированный член логарифма ФОП (4.3) представлялся в виде $L_z(\eta) = \gamma_0 z S(\eta, \eta_0) + N(\eta)$, где $S(\eta, \eta_0) = S(|\tau|)$, $\tau = \eta - \eta_0$, функция $S(\tau)$ определена в (3.5), $\eta = TV/2a$, $\eta_0 = TV_0/2a$, причем $\eta, \eta_0 \in [-\pi m/4, \pi m/4]$, $m = TV_{\max}/\pi a$, $N(\eta)$ – гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией и корреляционной функцией $\langle N(\eta_1)N(\eta_2) \rangle = S(\eta_1, \eta_2) = S(|\tau_1|)$, $\tau_1 = \eta_1 - \eta_2 \in [-\pi m/2, \pi m/2]$.

При моделировании с шагом $\Delta\eta$ вырабатывались отсчеты функций $S(\eta, \eta_0)$ и $N(\eta)$, на основе которых реализация логарифма ФОП аппроксимировалась ступенчатой функцией с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью $\epsilon = \sqrt{2[1 - S(\Delta\eta/2)]} \approx \sqrt{2\Delta\eta/\pi}$. Дискретные отсчеты логарифма ФОП представлялись в виде [18]

$$L_z(n\Delta\eta) = \gamma_0 z S((n - n_0)\Delta\eta) + \sum_{j=0}^J C_j X[j + n],$$

$$n = -\frac{N}{2}, \frac{N}{2}, \quad n_0 = \text{ent}\left(\frac{\eta_0}{\Delta\eta}\right),$$

где $\text{ent}(\cdot)$ – целая часть числа, а $X[j]$ – независимые стандартные гауссовские случайные числа с параметрами (0, 1). Для определения коэффициентов C_j была найдена спектральная плотность шумовой функции

$$G(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S(|\tau|) \cos(\omega\tau) d\tau = 2 \int_0^{\pi m/2} S(|\tau|) \cos(\omega\tau) d\tau,$$

при этом область существования функции $G(\omega)$ ограничивалась максимальной частотой ω_0 , определяемой из условия $G(\omega_0)/G(0) \leq 10^{-4}$. Шаг дискретизации $\Delta\eta$ выбирался равным $\Delta\eta = 5 \times 10^{-3}$ из условия $\epsilon = \sqrt{2\Delta\eta/\pi} \leq 5 \times 10^{-2}$. Длительность формируемой реализации равна $\eta_{\max} = N\Delta\eta = \pi m/2$, так что число использованных отсчетов $N = \text{ent}(\pi m/2\Delta\eta) + 1$. Поскольку передаточная функция формирующего фильтра $K(\omega)$ связана со спектральной плотностью соотношением [18] $G(\omega) = |K(\omega)|^2$, то $K(\omega) = \sqrt{G(\omega)}$ с точностью до фазового множителя, определяющего физическую реализуемость системы и несущественного для компьютерного моделирования. Тогда импульсная

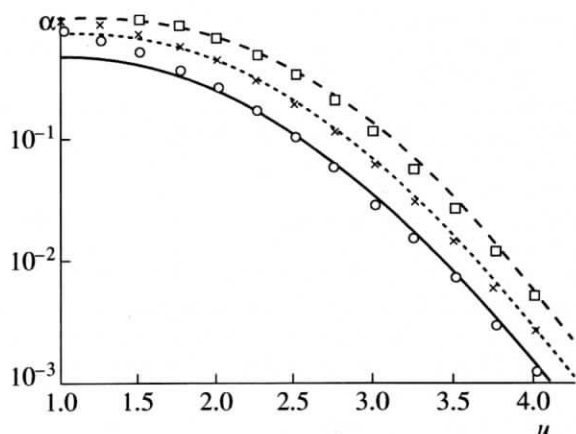


Рис. 5.

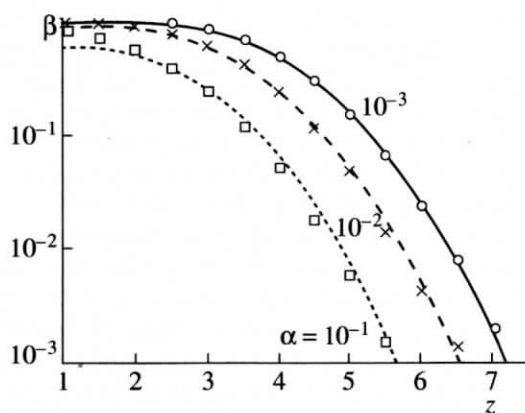


Рис. 6.

характеристика формирующего фильтра задается выражением [18]

$$h(j\Delta\eta) = \sqrt{\frac{\Delta\omega G(0)}{\pi N}} \times \left[\frac{1}{2} + \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{G(i\Delta\omega)}{G(0)}} \cos\left(\left(j - \frac{J}{2}\right)i\Delta\eta\Delta\omega\right) \right],$$

где $\Delta\omega = \pi/\eta_{\max} = 2/m$.

Поскольку $h(j\Delta\eta)$ восстанавливается по функции $S(\tau_1)$ длительностью $\pi m = 2N\Delta\eta$, максимальная длительность импульсной характеристики также равна $2N\Delta\eta$, а максимальное значение $J = 2N$. С целью повышения точности восстановления $h(j\Delta\eta)$ значение J принималось равным $2N$. При этом $C_j = h(j\Delta\eta)$, а корреляционная функция шумовой функции

$$R(i\Delta\eta) = \sum_{j=0}^{J-i} C_j C_{j+i}, \quad i = \overline{0, J}.$$

Относительное различие дисперсии формируемого процесса $R(0)$ и дисперсии процесса $N(\eta)$ не превышало

$$\epsilon_\sigma = 1 - \sum_{j=0}^J C_j^2 \leq 0.007.$$

При наличии сигнала величина n_0 выбиралась случайной и равномерно распределенной в интервале $[-J/2, J/2]$. Вероятность ложной тревоги α определялась как относительная частота превышения порога наибольшим из отсчетов $L_z(n\Delta\eta)$ при $\gamma_0 = 0$. Вероятность пропуска объекта β рассчитывалась как относительная частота не превышения порога наибольшим из отсчетов $L_z(n\Delta\eta)$ при $\gamma_0 = 1$. Для каждого значения ОСШ z был реализован объем выборки 10^5 , так что с вероятностью 0.9 границы доверительных интервалов от-

клоняются от экспериментальных значений вероятностей ложной тревоги и пропуска объекта не более чем на 15% при $\alpha, \beta > 10^{-3}$.

Результаты статистического моделирования и теоретические кривые, рассчитанные по (4.7), (4.12), даны на рис. 5, 6. На рис. 5 показаны зависимости вероятности ложной тревоги от нормированного порога u . Сплошная линия и кружочки соответствуют $m = 2.5$, пунктирная линия и крестики — $m = 5$, штриховая линия и квадратики — $m = 10$. На рис. 6 представлены зависимости вероятности пропуска цели от ОСШ z при $m = 5$. Порог выбирался по заданной вероятности ложной тревоги на основании критерия Неймана–Пирсона по формуле (4.7). Сплошная линия и кружочки соответствуют $\alpha = 10^{-3}$, штриховая линия и крестики — $\alpha = 10^{-2}$, пунктирная линия и квадратики — $\alpha = 10^{-1}$.

Как следует из рис. 5, 6, формулы (4.7), (4.12) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости уже при $m \geq 2.5$, ..., 3 и $z \geq 1$, ..., 1.5. Аппроксимация считалась удовлетворительной, если расхождение теоретических и экспериментальных значений не превышало 15%.

Для моделирования байесовского алгоритма обнаружения при равномерном априорном распределении возможных значений скорости (3.7) в соответствии с (2.6) на основе отсчетов

$$L(n\Delta\eta) = \gamma_0 z^2 S((n - n_0)\Delta\eta) + z \sum_{j=0}^J C_j X[j + n] - z^2/2$$

формировалась величина

$$I = \frac{1}{N} \sum_{n=-N/2}^{N/2} \exp[L(n\Delta\eta)]$$

и сравнивалась с порогом p_0/p_1 . В каждом опыте значение γ_0 принималось равным 0 с вероятностью

тью p_0 и 1 с вероятностью $p_1 = 1 - p_0$. При $\gamma_0 = 1$ величина n_0 выбиралась случайной и равномерно распределенной в интервале $[-J/2, J/2]$. Если при $\gamma_0 = 0$ порог был превышен или при $\gamma_0 = 1$ он не был превышен, то фиксировалась ошибка. В качестве оценки средней вероятности ошибки использовалась относительная частота ее появления.

Результаты статистического моделирования байесовского алгоритма обнаружения нанесены на рис. 3: кружочки соответствуют $p_0 = 0.5$, квадратики – $p_0 = 0.9$. Сопоставление экспериментальных значений со сплошными кривыми на рис. 3 свидетельствует о близости характеристик БО и МП-обнаружителя с оптимизированным порогом $\hat{h}_{\text{опт}}$. Это дает возможность приближенно рассчитывать среднюю вероятность ошибки при использовании БО по формулам (4.7), (4.12) и (4.13): $P_{\text{еб}} \approx P_e(\hat{h}_{\text{опт}}) = \min P_e(h)$, где $\hat{h}_{\text{опт}}$ определяется из (4.14).

Заключение. Априорное незнание скорости движения объекта может привести к существенному проигрышу в эффективности обнаружения, который возрастает с увеличением отношения сигнал/шум и с ростом числа элементов разрешения в априорном интервале возможных значений скорости.

Для одинакового объема априорной информации и равномерного распределения значений неизвестной скорости характеристики байесовского алгоритма и максимально правдоподобного алгоритма с оптимизированным порогом практически совпадают.

Полученные результаты дают возможность сделать обоснованный выбор между рассмотренными алгоритмами обнаружения в зависимости от требований, предъявляемых к эффективности обнаружения и к степени простоты технической реализации алгоритма обнаружения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Инсаров В.В. Структурно-лингвистический алгоритм обработки изображений и распознавания образов наземных сцен в системе наведения летательного аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. 2004. № 1.
2. Виленчик Л.С., Катулев А.Н., Малевинский М.Ф. Минимаксный метод оценки параметров изображения // Изв. РАН. ТиСУ. 2000. № 2.
3. Островитянов Р.В., Басалов В.Ф. Статистическая теория радиолокации протяженных объектов. М.: Радио и связь, 1982.
4. Трифонов А.П., Прибытков Ю.Н. Обнаружение случайных изображений пространственно-протяженных объектов, затеняющих фон // Автометрия. 2000. № 4.
5. Бычков А.А., Понькин В.А. Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. 1992. № 4.
6. Трифонов А.П., Прибытков Ю.Н. Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами // Автометрия. 2002. № 4.
7. Лисицын В.М., Обросов К.В., Розенталь Н.А. и др. Субоптимальная процедура обнаружения смещающихся образов на сложных сценах // Изв. РАН. Техн. кибернетика. 1994. № 1.
8. Ефремов В.В., Ковалев Г.С., Лантев И.В. и др. Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. № 4.
9. Трифонов А.П., Куцов Р.В. Обнаружение движущегося пространственно-протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью // Автометрия. 2005. № 1.
10. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
11. Трифонов А.П., Нечаев Е.П., Парфенов В.И. Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами / Под ред. А.П. Трифонова. Воронеж: ВГУ, 1991.
12. Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П.А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
13. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
14. Васильев К.К., Драган Я.П., Казаков В.А. и др. Прикладная теория случайных процессов и полей / Под ред. К.К. Васильева, В.А. Омельченко. Ульяновск: УлГТУ, 1995.
15. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
16. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч. II. М.: Наука, 1980.
17. Крамер Г., Лидбеттер М. Стационарные случайные процессы. М.: Мир, 1969.
18. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971.