

ISSN 0320-7102

**Том
42**

АВТОМЕТРИЯ

OPTOELECTRONICS, INSTRUMENTATION AND DATA PROCESSING

**№ 4
2006**

АНАЛИЗ И СИНТЕЗ СИГНАЛОВ И ИЗОБРАЖЕНИЙ

УДК 621.391

ОБНАРУЖЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ
СКОРОСТЬЮ ОБЪЕКТА ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ
ИНТЕНСИВНОСТЯХ ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОНА*

А. П. Трифонов, Р. В. Куцов

*Воронежский государственный университет, Воронеж**E-mail: trif@phys.vsu.ru*

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения пространственно протяженного объекта по его изображению. Установлены работоспособность алгоритма и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик обнаружения с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

Введение. Необходимость обнаружения объектов по их изображениям возникает, как правило, в процессе обработки результатов дистанционного наблюдения. Высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения требует учета эффекта затенения пространственно протяженным объектом (ППО) части подстилающей поверхности. Задачам синтеза и анализа алгоритмов обнаружения ППО посвящен ряд работ [1–6]. В работе [5] исследованы потенциальные возможности обнаружения и маскирования средствами камуфляжа движущегося детерминированного ППО, наблюдаемого на детерминированном фоне. В [6] найдены характеристики обнаружения ППО, движущегося с априори известной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью. Однако наблюдателю могут быть неизвестны не только интенсивности изображения объекта и фона, но и величина скорости движения объекта.

Целью данной работы является синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения ППО, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью.

Постановка задачи. Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Администрации Воронежской области (проект № 06-07-96301).

поля $x(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащий Ω , а t – время. Положим [5], что при гипотезе H_1 поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит изображения движущегося из заданного положения в заданном направлении со скоростью $\mathbf{V}_0$ объекта $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, неподвижного фона $v(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$K_n(\mathbf{r}_1, t_1; \mathbf{r}_2, t_2) = \langle n(\mathbf{r}_1, t_1) n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2,$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность белого шума. При гипотезе H_0 поле $x(\mathbf{r}, t)$ содержит фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный пространственно-временной шум $n(\mathbf{r}, t)$.

В соответствии с аппликативной моделью [2–6], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть Ω_s области Ω , а фоновое излучение формируется оставшейся частью области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости:

$$x(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} b_0 v_1(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}, t) : H_0; \\ a_0 s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + b_0 v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t) : H_1, \end{cases} \quad (1)$$

где $a_0 = \max s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, $b_0 = \max v(\mathbf{r})$ – истинные значения априори неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона; $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) / a_0$; $v_1(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r}) / b_0$, так что $\max s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = 1$, $\max v_1(\mathbf{r}) = 1$; $I_s(\mathbf{r}) = 1$ при $\mathbf{r} \in \Omega_s$ и $I_s(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \notin \Omega_s$ – индикатор, описывающий форму изображения объекта.

На основе наблюдаемых данных необходимо вынести решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения.

Обнаружение объекта при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона. Для решения задачи проверки гипотезы H_1 против альтернативы H_0 необходимо сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР). С целью повышения качества обнаружения при неизвестных интенсивностях изображений объекта и фона целесообразно одновременно производить оценку неизвестных интенсивностей [6–8]. В работе [6] получено выражение для логарифма ФОР в случае, когда интенсивности изображений объекта и фона априори неизвестны:

$$L_m(\mathbf{V}) = \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} + \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt}. \quad (2)$$

При априори известной скорости движения объекта решение о наличии объекта в области наблюдения выносится на основе сравнения величины $L = L_m(\mathbf{V}_0)$ с порогом h , определяемым выбранным критерием оптимальности [7-9]

$$L \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} h. \quad (3)$$

Положим далее, что объект и фон являются равномерными, т. е. $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) = 1$, $v_1(\mathbf{r}) = 1$. Подставляя в (2) реализацию наблюдаемых данных (1), логарифм ФОП можно представить в виде

$$L_m(\mathbf{V}) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[\gamma_0 z \left(S(\mathbf{V}, \mathbf{V}_0) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(\mathbf{V}) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2, \quad (4)$$

где $\gamma_0 = 1$, если верна гипотеза H_1 , и $\gamma_0 = 0$, если верна гипотеза H_0 ;

$$S(\mathbf{V}, \mathbf{V}_0) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \int_{\Omega} I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) d\mathbf{r} dt; \quad z = |a_0 - b_0| \sqrt{\frac{2}{N_0} G_s T}; \quad (5)$$

$$N(\mathbf{V}) = \sqrt{\frac{2}{N_0 G_s T}} \int_0^T \int_{\Omega} n(\mathbf{r}, t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt$$

– реализация стационарного гауссовского процесса с нулевым средним значением и корреляционной функцией $\langle N(\mathbf{V}_1) N(\mathbf{V}_2) \rangle = S(\mathbf{V}_1, \mathbf{V}_2)$;

$$\xi = \sqrt{\frac{2}{N_0 \kappa G_s T}} \int_0^T \int_{\Omega} n(\mathbf{r}, t) d\mathbf{r} dt$$

– гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, причем коэффициент корреляции между случайным процессом $N(\mathbf{V})$ и случайной величиной ξ есть

$$R_{N\xi} = \langle N(\mathbf{V}) \xi \rangle = 1/\sqrt{\kappa}.$$

Здесь G_s – площадь изображения объекта, а $\kappa = G_{\Omega}/G_s$ – отношение площади области наблюдения Ω к площади объекта ($\kappa > 1$). Отметим, что $\max S(\mathbf{V}, \mathbf{V}_0) = S(\mathbf{V}_0, \mathbf{V}_0) = 1$. При этом предполагается, что скорость движения объекта и размеры области наблюдения таковы, что за время T объект не покидает области наблюдения.

Если скорость движения объекта априори известна, то (4) примет вид

$$L = L_m(\mathbf{V}_0) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[\gamma_0 z \frac{\kappa - 1}{\kappa} + \eta - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2,$$

где ξ , η – гауссовские случайные величины с нулевыми средними значениями, единичными дисперсиями и коэффициентом корреляции $R_{\eta\xi} = 1/\sqrt{\kappa}$. Воспользовавшись методом функционального преобразования плотностей вероятностей [9], находим условную плотность вероятности величины L :

$$w_0(L|\gamma_0) = \begin{cases} \exp(-L - \gamma_0 z^2(\kappa - 1)/2\kappa) \operatorname{ch}(\gamma_0 z \sqrt{2L(\kappa - 1)/\kappa}) / \sqrt{\pi L}, & L \geq 0; \\ 0, & L < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Обычно эффективность алгоритма обнаружения характеризуется величинами вероятностей ложной тревоги α и пропуска объекта β (или вероятностью правильного обнаружения $P_D = 1 - \beta$) [7, 9]. Согласно (6) вероятность ложной тревоги при априори известной скорости

$$\alpha_1 = P[L > h | \gamma_0 = 0] = \int_h^\infty w_0(L | \gamma_0 = 0) dL = 2[1 - \Phi(\sqrt{2h})], \quad (7)$$

где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-g^2/2) dg / \sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности. Соответственно вероятность пропуска объекта

$$\begin{aligned} \beta_1 &= P[L < h | \gamma_0 = 1] = \int_0^h w_0(L | \gamma_0 = 1) dL = \\ &= \Phi\left(\sqrt{2h} - z \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right) + \Phi\left(\sqrt{2h} + z \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right) - 1. \end{aligned} \quad (8)$$

В работе [6] получены аналогичные выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта при известной скорости движения и априори неизвестных интенсивностях фона и изображения объекта в более общем случае, когда изображение объекта и фон неравномерные.

Положим теперь, что объект движется из заданного положения в известном направлении с неизвестной скоростью V_0 , которая принимает значения из априорного интервала $W = [-V_{\max}/2; V_{\max}/2]$. Для исключения влияния неизвестной скорости заменим в (2) ее значение оценкой максимального правдоподобия [7]. Алгоритм максимального правдоподобия обнаружения изображения объекта, движущегося с неизвестной скоростью, формирует величину $\hat{L} = \sup_{V \in W} L_m(V) = L_m(\hat{V})$, $\hat{V} = \arg \sup_{V \in W} L_m(V)$, и принимает решение, сравнивая $\hat{L}$ с порогом h в соответствии с правилом (3).

Введем систему координат XY , расположив ось X вдоль направления движения изображения объекта, и обозначим $\Delta V = V - V_0$. Тогда (5) примет вид

$$\begin{aligned} S(V, V_0) &= S(|V - V_0|) = S(|\Delta V|) = \\ &= \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt. \end{aligned} \quad (9)$$

Учитывая, что $I_s(x, y) = I_s^2(x, y)$, перепишем функцию (9) в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy dt.$$

Исследуем поведение функции (9) при $|\Delta V| \rightarrow 0$. Величина

$$\begin{aligned} J(t) &= \iint_{\Omega} I_s(x, y) [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy = \\ &= \iint_{\Omega_s} [I_s(x, y) - I_s(x - |\Delta V|t, y)] dx dy \end{aligned}$$

в момент времени t представляет собой площадь фигуры D (вообще говоря, многосвязной), целиком лежащей в Ω_s , ни одна из точек которой не принадлежит области, где $I_s(x - |\Delta V|t, y) = 1$.

Будем далее считать, что Ω_s — односвязная конечная область с кусочно-гладкой границей Γ и любая прямая, параллельная направлению движения, пересекает границу Γ не более чем в двух точках. Области такого вида назовем областями типа K_V . При этом область D также является областью типа K_V . Класс областей такого типа расширяет класс областей типа K [10], включающий в себя односвязные конечные области с кусочно-гладкой границей, которая пересекается любой прямой не более чем в двух точках.

Пусть отрезок $[y_{\min}, y_{\max}]$ представляет собой проекцию области Ω_s (вместе с границей Γ) на ось Y (рис. 1). Проведем через точки $y_{\min}$ и $y_{\max}$ прямые, параллельные оси X , как показано на рисунке. Каждая из этих двух прямых пересекает границу Γ лишь в одной точке. Две точки пересечения указанных прямых с границей Γ разделяют ее на две кривые: Γ_- и Γ_+ , которые могут быть однозначно спроецированы на ось Y .

Обозначим через $l_V = y_{\max} - y_{\min}$ длину проекции области Ω_s на ось Y , т. е. на направление, перпендикулярное направлению движения. Разделим

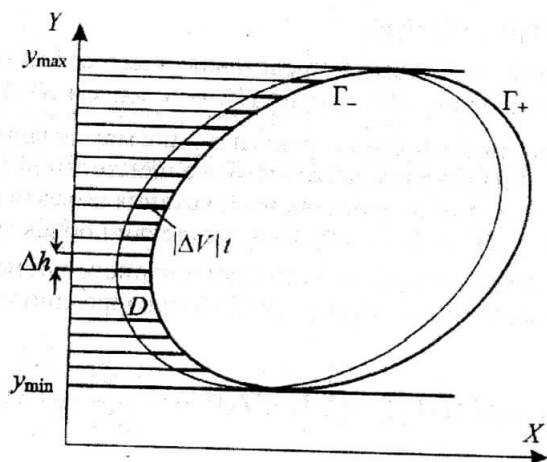


Рис. 1

отрезок $[y_{\min}, y_{\max}]$ на n равных частей. Проведем для этого прямую $n-1$, параллельную оси X , так что расстояния между соседними прямыми одинаковы и равны $\Delta h = l_V/n$. Отрезки соседних прямых, лежащие в области D , т. е. заключенные между левыми границами областей, задаваемых индикаторными функциями $I_s(x, y)$ и $I_s(x - |\Delta V|t, y)$, имеют одинаковую длину $|\Delta V|t$. При $n \rightarrow \infty$ и $|\Delta V| \rightarrow 0$ криволинейные трапеции, которые образованы этими отрезками и границами областей, заключенными между данными отрезками, можно считать параллелограммами с основаниями $|\Delta V|t$ и высотами Δh . Учитывая, что площадь каждого параллелограмма $\Delta S_1 = |\Delta V|t \Delta h = = |\Delta V|t l_V/n$, а всего параллелограммов n , получим $J(t) \approx n \Delta S_1 = |\Delta V|t l_V$. Здесь пренебрегаем площадями криволинейных треугольников, заключенных между границами объектов и прямыми $y = y_{\max}$, $y = y_{\min}$, поскольку эти площади имеют порядок малости ΔV^2 . Таким образом, при $|\Delta V| \rightarrow 0$ функция (9) может быть представлена в виде

$$S(|\Delta V|) = 1 - \frac{|\Delta V| l_V}{G_s T} \int_0^T t dt + o(|\Delta V|) = 1 - \delta |\Delta V| + o(|\Delta V|), \quad (10)$$

где

$$\delta = l_V T / 2 G_s. \quad (11)$$

Исследуем поведение функции (9) при $|\Delta V| \rightarrow \infty$. Обозначим максимальный размер объекта в направлении движения через $l_{\parallel}$. Тогда, спустя время $T_1 = l_{\parallel} / |\Delta V|$, области, задаваемые индикаторными функциями $I_s(x, y)$ и $I_s(x - |\Delta V|t, y)$, перестанут перекрываться. При $|\Delta V| \rightarrow \infty$ время $T_1 \rightarrow 0$, так что при всех конечных T и достаточно больших $|\Delta V|$ выполняется неравенство $T_1 < T$; в этом случае функцию (9) можно оценить сверху:

$$S(|\Delta V|) = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint I_s(x, y) I_s(x - |\Delta V|t, y) dx dy dt \leq \frac{T_1}{T} = \frac{l_{\parallel}}{T |\Delta V|},$$

где $S(|\Delta V|) \rightarrow 0$ при $|\Delta V| \rightarrow \infty$.

Таким образом, для объекта, представляющего собой область типа K_V , при $|\Delta V| \rightarrow 0$ справедливо (10), а при $|\Delta V| \rightarrow \infty$ имеем $S(|\Delta V|) = O(|\Delta V|^{-1})$.

Найдем вероятность ложной тревоги α_2 для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения движущегося с неизвестной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона. По определению $\alpha_2 = P[L_m(\hat{V}) > h | \gamma_0 = 0]$. При отсутствии объекта логарифм ФОП является реализацией негауссовского стационарного процесса, обладающего плотностью вероятности $w_0(L | \gamma_0 = 0)$ (6) и корреляционной функцией

$$B(V_1, V_2) = \langle L(V_1) L(V_2) \rangle - \langle L(V_1) \rangle \langle L(V_2) \rangle = \frac{\kappa^2}{2(\kappa - 1)^2} \left[S(V_1, V_2) - \frac{1}{\kappa} \right]^2. \quad (12)$$

Используя (10), находим, что, когда $|V_1 - V_2| \rightarrow 0$, для корреляционной функции (12) справедливо асимптотическое разложение

$$B(V_1, V_2) = \frac{1}{2} - \frac{\kappa \delta}{\kappa - 1} |V_1 - V_2| + o(|V_1 - V_2|). \quad (13)$$

В этом случае [7] приближенное выражение для вероятности ложной тревоги при обнаружении объекта, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью имеет вид

$$\alpha_2 \approx \begin{cases} 1 - \exp \left[-\frac{2m\kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h) \right], & h \geq 1/2; \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (14)$$

где $m = \delta V_{\max} = l_V T V_{\max} / 2G_s$ — приведенная длина априорного интервала возможных значений скорости, определяющая число разрешимых значений скорости в априорной области W . Точность формулы (14) повышается с ростом m и h . Поскольку объект не покидает область наблюдения за время T , двигаясь со скоростью $V \in W$, то площадь области наблюдения $G_\Omega \geq G_s + l_V V_{\max} T$, откуда $\kappa \geq 2m + 1$.

Определим теперь вероятность пропуска объекта для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения движущегося с неизвестной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона: $\beta_2(V_0) = P[L_m(\hat{V}) < h | \gamma_0 = 1]$. Представим (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [8, 11]:

$$L_m(V) = \hat{S}(V, V_0) + \hat{N}(V) + 1/2. \quad (15)$$

Здесь

$$\hat{S}(V, V_0) = \langle L_m(V) \rangle - 1/2 = \frac{z^2 \kappa}{2(\kappa - 1)} \left[S(V, V_0) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \quad (16)$$

— сигнальная функция; негауссовская шумовая функция $\hat{N}(V) = L_m(V) - \langle L_m(V) \rangle$ центрирована и обладает корреляционной функцией

$$\begin{aligned} \hat{B}(V_1, V_2) &= \langle \hat{N}(V_1) \hat{N}(V_2) \rangle = \frac{\kappa^2}{(\kappa - 1)^2} \times \\ &\times \left\{ z^2 \left[S(V_1, V_2) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[S(V_1, V_0) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[S(V_2, V_0) - \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{1}{2} \left[S(V_1, V_2) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

а функция $S(V_1, V_2)$ определена в (9).

Сигнальная функция (16) достигает максимума при $V = V_0$, следовательно, выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) [8, 11]

$$\bar{z}^2 = \hat{S}^2(V_0, V_0) / \hat{B}(V_0, V_0) = z^4 \kappa^2 / 2[1 + 2z^2 \kappa / (\kappa - 1)](\kappa - 1)^2. \quad (18)$$

Положим, что выходное ОСШ (18) достаточно велико. Обозначим $\Delta = \max(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|, |V_2 - V_1|)$. При $\Delta \rightarrow 0$ и с учетом (10) получаем, что в случае объекта, представляющего собой область типа K_V , в малой окрестности V_0 для функций (16), (17) справедливы асимптотические разложения

$$\hat{S}(V, V_0) = z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \left(1 - \frac{2\delta\kappa}{\kappa - 1} |V - V_0| \right) + o(|V - V_0|), \quad (19)$$

$$\hat{B}(V_1, V_2) = [z^2(\kappa - 1) / \kappa + 1/2] \times$$

$$\times \begin{cases} 1 - \frac{2\delta\kappa}{\kappa - 1} |V_1 - V_2| - \frac{2z^2\delta}{z^2(\kappa - 1) / \kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|) + o(\Delta), & (V_1 - V_0)(V_2 - V_0) \geq 0; \\ 1 - \frac{2\delta\kappa}{\kappa - 1} |V_1 - V_2| + o(\Delta), & (V_1 - V_0)(V_2 - V_0) < 0, \end{cases} \quad (20)$$

где δ определено в (11).

Отметим, что при $V = V_0$ логарифм ФОП (15) обладает плотностью вероятности $w_0(L | \gamma_0 = 1)$ (6). Для логарифма ФОП с такой плотностью вероятности, первые два момента которого допускают представления (19), (20), в работе [7] найдено приближенное выражение для вероятности пропуска объекта, движущегося с неизвестной скоростью, по его изображению с неизвестной интенсивностью при неизвестной интенсивности фона:

$$\beta_2 \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left[-\frac{2m\kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h) \right] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp \left(-\frac{x^2/2 - h}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} \right) \right]^2 \exp \left(-\frac{x^2 + z^2(\kappa - 1)/\kappa}{2} \right) \operatorname{ch} \left(zx \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right) dx \quad (21)$$

при $h \geq 1/2$ и $\beta_2 = 0$ при $h < 1/2$. Точность формулы (21), как и (14), растет с увеличением z , параметра m и порога h .

В работе [6] получены аналогичные выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта при априори известной скорости движения и неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона в случае, когда изображение объекта и фон являются неравномерными.

Характеристики обнаружения при детерминированном фоне и априори неизвестной интенсивности изображения объекта могут быть получены как частный случай из найденных выше выражений. Действительно, в этом слу-

чае решение выносится на основе сравнения абсолютного максимума логарифма ФОП [6]

$$L_{ma}(V) = \frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v^2(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt - \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) v(\mathbf{r}) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt + \left[\int_0^T \int_{\Omega} x(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2 / N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \quad (22)$$

с порогом h в соответствии с правилом (3), где $L = \sup_{V \in W} L_{ma}(V)$. Подставляя в (22) реализацию наблюдаемых данных (1), будем иметь

$$L_{ma}(V) = [\gamma_0 z S(V, V_0) + N(V)]^2 / 2. \quad (23)$$

Как следует из сопоставления логарифмов ФОП (4) и (23), $L_m(V) \rightarrow L_{ma}(V)$ при $\kappa \rightarrow \infty$, т. е. при неограниченном увеличении площади области наблюдения оценка интенсивности фона становится асимптотически точной. Тогда вероятности ошибок ложной тревоги α_3 и пропуска объекта β_3 для максимально правдоподобного алгоритма обнаружения объекта, движущегося с неизвестной скоростью, при неизвестной интенсивности изображения объекта и известной интенсивности фона могут быть найдены как пределы выражений (14), (21) при $\kappa \rightarrow \infty$:

$$\alpha_3 \approx \begin{cases} 1 - \exp[-2m\sqrt{h/\pi} \exp(-h)], & h \geq 1/2; \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (24)$$

$$\beta_3 \approx \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{2m}{\sqrt{\pi}} \sqrt{h} \exp(-h)\right] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp\left(\frac{x^2/2 - h}{1 + 1/z^2}\right)\right]^2 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2}{2}\right) \text{ch}(zx) dx, & h \geq 1/2; \\ 0, & h < 1/2. \end{cases} \quad (25)$$

Точность формул (24), (25) растет с увеличением z , параметра m и порога h .

При известной скорости движения объекта, известной интенсивности фона и неизвестной интенсивности изображения объекта вероятности ошибок ложной тревоги α_4 и пропуска объекта β_4 могут быть найдены как пределы выражений (7), (8) при $\kappa \rightarrow \infty$:

$$\alpha_4 = 2[1 - \Phi(\sqrt{2h})], \quad (26)$$

$$\beta_4 = \Phi(\sqrt{2h} - z) + \Phi(\sqrt{2h} + z) - 1. \quad (27)$$

В работе [6] получены выражения для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска объекта при априори известной скорости движения, известной интенсивности фона и неизвестной интенсивности изображения объекта в случае, когда изображение объекта и фон неравномерные.

Сравнительный анализ характеристик обнаружения. При известных априорных вероятностях наличия и отсутствия объекта в области наблюдения для определения порога h можно использовать критерий минимума средней вероятности ошибки

$$P_e = p_0 \alpha + p_1 \beta, \quad (28)$$

где p_0 — априорная вероятность отсутствия объекта в области наблюдения, $p_1 = 1 - p_0$. В этом случае порог выбирается

$$h_{\text{opt}} = \arg \min P_e. \quad (29)$$

Сравним характеристики максимально правдоподобного обнаружения движущегося объекта в следующих ситуациях:

- 1) известна скорость движения, неизвестны интенсивности изображения объекта и фона;
- 2) неизвестны скорость, а также интенсивности изображения и фона;
- 3) известна интенсивность фона, неизвестны скорость и интенсивность изображения;
- 4) известны скорость и интенсивность фона, неизвестна интенсивность изображения.

Будем считать, что порог в каждом случае выбирается из условия минимума средней вероятности ошибки. На рис. 2 приведены зависимости средней вероятности ошибки при оптимизированном пороге от z (5) при $m=10$, $\kappa=25$ и $p_0=1/2$. Кривые рассчитывались по формуле (28) при пороге, определяемом формулой (29). Штриховая линия 1 соответствует случаю обнару-

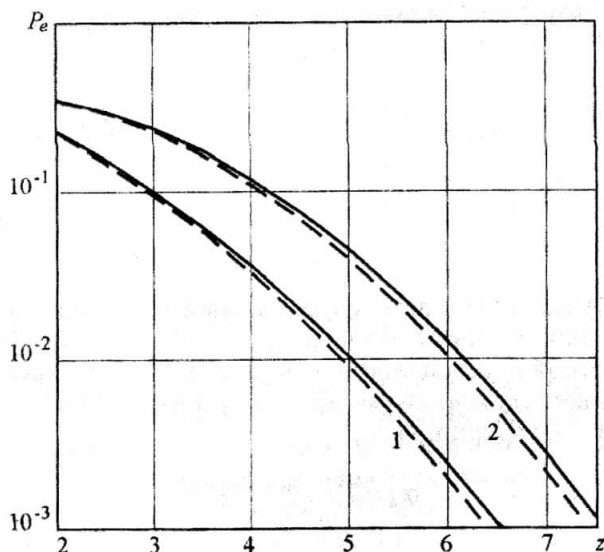


Рис. 2

жения изображения движущегося с известной скоростью объекта с неизвестной интенсивностью при известной интенсивности фона и рассчитывается по формуле (28) при $\alpha = \alpha_4$, $\beta = \beta_4$, где α_4 , β_4 определяются выражениями (26), (27). Сплошная линия 1 соответствует случаю обнаружения изображения объекта, движущегося с известной скоростью, при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона и рассчитывается по формуле (28) при $\alpha = \alpha_1$, $\beta = \beta_1$, где α_1 , β_1 определяются выражениями (7), (8). Штриховая линия 2 соответствует случаю обнаружения изображения объекта с неизвестной интенсивностью, движущегося с неизвестной скоростью, при известной интенсивности фона и рассчитывается по формуле (28) при $\alpha = \alpha_3$, $\beta = \beta_3$, где α_3 , β_3 определяются выражениями (24), (25). Сплошная линия 2 соответствует обнаружению объекта, движущегося с неизвестной скоростью, при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона и рассчитывается по формуле (28) при $\alpha = \alpha_2$, $\beta = \beta_2$, где α_2 , β_2 определяются выражениями (14) и (21).

Как следует из сравнения кривых на рис. 2, незнание скорости движения объекта приводит к существенному увеличению средней вероятности ошибки обнаружения как при известной, так и при неизвестной интенсивности фона. Потери в эффективности обнаружения возрастают с увеличением параметра m и ОСШ z . Незнание интенсивности фона приводит к сравнительно небольшому и стабильному проигрышу в величине средней вероятности ошибки как при известной [6], так и при неизвестной скорости движения объекта.

В работе [6] показано, что движущийся с известной скоростью объект может обнаруживаться лучше, чем неподвижный объект, наблюдаемый в тех же условиях. Априорное незнание скорости движения объекта приводит к существенному ухудшению эффективности его обнаружения.

Результаты статистического моделирования алгоритма обнаружения на ЭВМ. Исследование работоспособности синтезированного алгоритма и определение границ применимости полученных асимптотических формул было выполнено методом статистического моделирования на ЭВМ. Для моделирования был выбран объект в форме эллипса с полуосями l_x и l_y , движущийся вдоль полуоси l_x . При этом логарифм ФОП представлялся в виде

$$L_m(\eta) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[\gamma_0 z \left(S(\eta, \eta_0) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(\eta) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2,$$

где

$$S(\eta, \eta_0) = S(|\tau|) = \begin{cases} 1 - \frac{2}{\pi} \arcsin(|\tau|) + \frac{2}{\pi} \frac{1 - \sqrt{1 - \tau^2}}{|\tau|} - \frac{2}{3\pi} \frac{1 - (1 - \tau^2)^{3/2}}{|\tau|}, & |\tau| < 1; \\ 4/3\pi |\tau|, & |\tau| \geq 1 \end{cases}$$

($\tau = \eta - \eta_0$, $\eta = TV/2l_x$, $\eta_0 = TV_0/2l_x$, причем $\eta, \eta_0 \in [-\pi m/4, \pi m/4]$, $m = TV_{\max}/\pi l_x$); $N(\eta)$ — гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием, единичной дисперсией и корреляционной функцией $\langle N(\eta_1)N(\eta_2) \rangle = S(\eta_1, \eta_2) = S(|\tau|)$, $\tau_1 = \eta_1 - \eta_2 \in [-\pi m/2, \pi m/2]$; ξ — гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной диспер-

сией (коэффициент корреляции между случайной гауссовской величиной и процессом $N(\eta)$ есть $R_{N\zeta} = 1/\sqrt{\kappa}$).

При моделировании с шагом $\Delta\eta$ вырабатывались отсчеты функции $L_m(j\Delta\eta)$, на основе которых формируемая реализация логарифма ФОР аппроксимировалась ступенчатой функцией [12] с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью $\epsilon = \sqrt{2[1 - S(\Delta\eta/2)]} \approx \sqrt{2\Delta\eta/\pi}$. Для реализованного шага дискретизации $\Delta\eta = 5 \cdot 10^{-3}$ погрешность $\epsilon \leq 0,06$.

Вероятность ложной тревоги α определялась как относительная частота превышения порога наибольшим из отсчетов $L_m(j\Delta\eta)$ при $\gamma_0 = 0$. Вероятность пропуска объекта β определялась как относительная частота не превышения порога наибольшим из отсчетов $L_m(j\Delta\eta)$ при $\gamma_0 = 1$. В процессе моделирования был реализован объем выборки 10^5 , так что с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений вероятностей ложной тревоги и пропуска объекта не более чем на 15 % при $\alpha, \beta > 10^{-3}$.

На рис. 3, 4 показаны результаты статистического моделирования и теоретические кривые, рассчитанные по формулам (14), (21). На рис. 3 приведены зависимости вероятности ложной тревоги от порога h при нескольких значениях m и $\kappa = \kappa_{\min} = 2m + 1$. Пунктирная линия соответствует $m = 2$, сплошная — $m = 5$, штриховая — $m = 10$.

На рис. 4 показаны зависимости вероятности пропуска объекта от z при $m = 5$ и $\kappa = 11$. Порог выбирался по заданной вероятности ложной тревоги на основании критерия Неймана — Пирсона [9] из формулы (14). Кривая 1 соответствует $\alpha = 10^{-3}$, 2 — $\alpha = 10^{-2}$, 3 — $\alpha = 10^{-1}$.

Как видно, формулы (14), (21) удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости уже при $m \geq 2 \dots 3$ и $z \geq 1,5 \dots 2,5$. Аппроксимация считается удовлетворительной, если отклонение теоретических значений от экспериментальных данных не превышает 15 %.

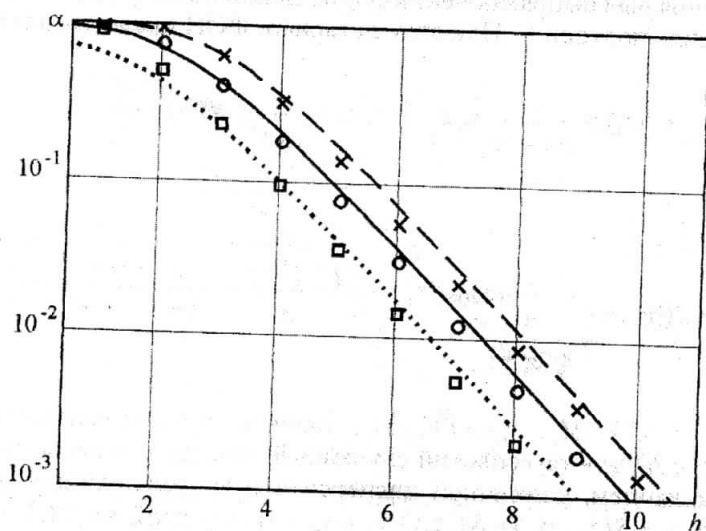


Рис. 3

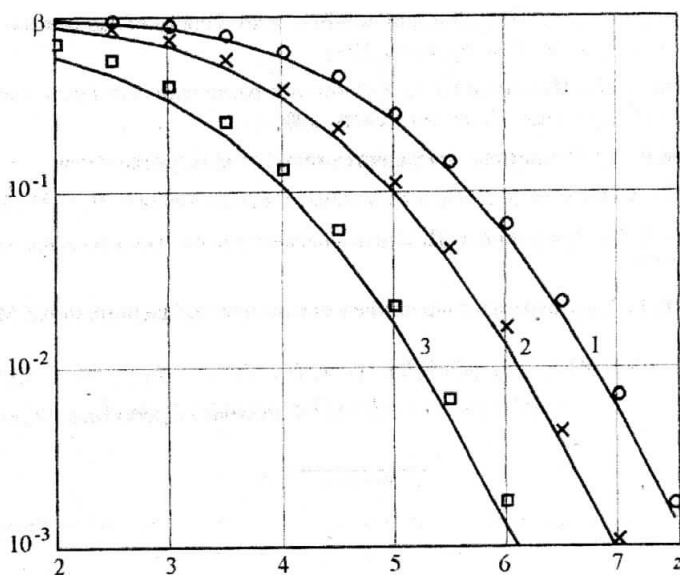


Рис. 4

Заключение. Таким образом, при использовании максимально правдоподобного алгоритма обнаружения априорное незнание интенсивности фона приводит к относительно небольшому и стабильному проигрышу в эффективности обнаружения объекта. Априорное незнание скорости движения объекта приводит к существенному увеличению средней вероятности ошибки по сравнению со случаем, когда известна скорость как при известной, так и при неизвестной интенсивности фона, причем этот проигрыш увеличивается с ростом отношения сигнал/шум и числа элементов разрешения по скорости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Островитянов Р. В., Басалов В. Ф. Статистическая теория радиолокации протяженных объектов. М.: Радио и связь, 1982.
2. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение случайных изображений пространственно протяженных объектов, затеняющих фон // Автметрия. 2000. № 4. С. 14.
3. Бычков А. А., Понькин В. А. Обнаружение изображений пространственно протяженных затеняющих фон объектов // Автметрия. 1992. № 4. С. 33.
4. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами // Автметрия. 2002. 38. № 4. С. 19.
5. Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А. Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. № 4. С. 24.
6. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Обнаружение движущегося пространственно протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью // Автметрия. 2005. 41. № 1. С. 3.

7. Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др. Теория обнаружения сигналов /Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
8. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
9. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
10. Ильин В. А., Позняк Э. Г. Основы математического анализа. Ч. II. М.: Наука, 1980.
11. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
12. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. М.: Сов. радио, 1971.

Поступила в редакцию 20 сентября 2005 г.
