



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ВОЕННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ

ТОМ 49

9-10
сентябрь-октябрь

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2006

ТРИФОНОВ А. П., САВИН С. А.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ С НЕИЗВЕСТНЫМ МЕСТОПОЛОЖЕНИЕМ

Рассмотрены квазиправдоподобный, байесовский и максимально правдоподобный алгоритмы обнаружения изображения пространственно-протяженного объекта с неизвестным местоположением на фоне пространственного гауссовского белого шума. Работоспособность алгоритмов и границы применимости найденных асимптотических выражений для характеристик обнаружения установлены с помощью статистического моделирования на ЭВМ.

В настоящее время активно развиваются методы дистанционного наблюдения, учитывающие пространственную протяженность реальных объектов, что объясняется существенно возросшей разрешающей способностью систем дистанционного наблюдения. Вопросы обработки изображений пространственно-протяженных объектов рассматривались в [1, 2] и др. При этом, как правило, предполагалось, что местоположения изображений в области наблюдения априори известно. Лишь в [3] исследовано обнаружение изображения с неизвестным априори местоположением. Однако в этой работе предполагалось, что интенсивность изображения описывается регулярной (дифференцируемой) функцией координат. Такими свойствами обычно обладают изображения пространственно-протяженных объектов, формируемые системами дистанционного наблюдения с низким разрешением. По мере улучшения разрешения изображения пространственно-протяженных объектов обладают все более резкими и четко выделенными границами. Это позволяет аппроксимировать интенсивность изображения пространственно-протяженных объектов функциями, которые изменяются на границах изображения скачком [4, 5]. Обнаружение таких изображений с известным местоположением рассматривалось в ряде работ [4, 5] и др. Однако во многих задачах местоположение изображения может быть известно лишь с точностью до координаты x . В связи с чем, представляет интерес анализ эффективности алгоритмов обнаружения данного класса изображений.

Пусть в двумерной области Ω обработке доступна реализация случайного поля

$$\xi(x, y) = \gamma_0 \tilde{s}(x, y, \lambda_0, \eta_0) + n(x, y), x, y \in \Omega, \quad (1)$$

где $\tilde{s}(x, y, \lambda, \eta) = aI(x - \lambda, y - \eta)$ изображение с интенсивностью a , которое занимает область $\Omega_S(\lambda, \eta)$ описываемую индикаторной функцией

$$I(x, y) = \begin{cases} 1, & x, y \in \Omega_S(0, 0), \\ 0, & x, y \notin \Omega_S(0, 0). \end{cases}$$

В (1) $n(x, y)$ — белый гауссовский пространственный шум с односторонней спектральной плотностью N_0 . Параметр $\gamma_0 = 0,1$ определяет наличие или отсутствие изображения в реализации случайного поля $\xi(x, y)$ (1). В области наблюдения выберем систему координат так, чтобы

$$\iint_{\Omega} xI(x, y) dx dy = \iint_{\Omega} yI(x, y) dx dy = 0,$$

то есть начало координат расположим в центре тяжести области $\Omega_S(0, 0)$, описываемой индикатором $I(x, y)$. Тогда λ, η — координаты центра тяжести области $\Omega_S(\lambda, \eta)$ описываемой индикатором $I(x - \lambda, y - \eta)$. Пусть η_0 в (1) известно априори, тогда без потери общности можем положить $\eta_0 = 0$ и переписать (1) как:

$$\xi(x, y) = \gamma_0 s(x, y, \lambda_0) + n(x, y), \quad x, y \in \Omega, \quad (2)$$

$$s(x, y, \lambda) = aI(x - \lambda, y). \quad (3)$$

Полагаем, что абсцисса λ_0 центра тяжести области $\Omega_S(\lambda_0, 0)$, занимаемой изображением, априори неизвестна и принимает значения из интервала $[-\lambda_{\max} / 2; \lambda_{\max} / 2]$. По результатам наблюдения надо вынести решение о наличии или отсутствии изображения в реализации случайного поля (2), то есть вынести решение о значении параметра γ_0 .

Для решения задачи обнаружения изображения (3) необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [4]:

$$L(\lambda) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega} \xi(x, y) s(x, y, \lambda) dx dy. \quad (4)$$

Если местоположение λ_0 изображения априори известно, то оптимальный алгоритм обнаружения имеет вид [6]:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 1 \\ L(\lambda_0) &\geq h, \\ \lambda_0 &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

где порог h определяется выбранным критерием оптимальности.

При неизвестном местоположении изображения возможно применение квазиправдоподобного обнаружителя (КПО) [7]. Для синтеза КПО вместо неизвестного значения λ_0 в (5) используется ожидаемое (прогнозируемое) значение

ние местоположения λ^* . В результате КПО принимает решение согласно алгоритму:

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 1 \\ L(\lambda^*) &\stackrel{<}{>} h \\ \lambda_0 &= 0 \end{aligned}$$

Поскольку $L(\lambda^*)$ — гауссовская случайная величина, для вероятностей ошибок ложной тревоги и пропуска изображения можем записать соответственно

$$\alpha^* = P[L(\lambda^*) > h | \gamma_0 = 0] = 1 - \Phi(h/z), \quad (6)$$

$$\beta^*(\lambda^*, \lambda_0) = P[L(\lambda^*) < h | \gamma_0 = 1] = \Phi(h/z - zS(\lambda^* - \lambda_0)), \quad (7)$$

где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности, $z^2 = 2a^2 G_S / N_0$ —

отношение сигнал-шум (ОСШ), G_S — площадь области, занимаемой изображением, а

$$S(\lambda) = \iint_{\Omega} s(x, y, 0)s(x, y, \lambda) dx dy / (a^2 G_S) \quad (8)$$

— нормированная сигнальная функция [6].

Воспользуемся критерием Неймана-Пирсона [6, 7]. Определяя из (6) значение порога $h^* = z \arcsin \Phi(1 - \alpha^*)$ при заданной вероятности ложной тревоги α^* и подставляя в (7), получаем:

$$\beta^*(\lambda^*, \lambda_0) = \Phi(\arcsin \Phi(1 - \alpha^*) - zS(\lambda^* - \lambda_0)), \quad (9)$$

где $\arcsin \Phi(x)$ — функция, обратная интегралу вероятности.

При оптимальном обнаружении изображения (5) величина $\lambda^* = \lambda_0$ и выражения (6), (7), (9) принимают вид:

$$\alpha_0 = 1 - \Phi(h/z), \beta_0 = \Phi(h/z - z), \beta_0 = \Phi[\arcsin \Phi(1 - \alpha_0) - z]. \quad (10)$$

Согласно (10) β_0 убывает с ростом ОСШ z , а из (9) видно, что роль, аналогичную ОСШ при КПО, играет параметр $z^* = z\sqrt{S(\lambda^* - \lambda_0)}$, который можно назвать ОСШ при КПО.

Как следует из (9), (10), проигрыш в эффективности КПО вследствие незнания λ_0 можно характеризовать отношением:

$$\chi = z^{*2} / z^2 = S(\lambda^* - \lambda_0) \quad (11)$$

которое показывает уменьшение ОСШ вследствие отклонения λ^* от λ_0 .

Конкретизируем полученные общие соотношения для изображения в форме эллипса с эксцентриситетом ε . Площадь эллипса $G_S = \pi ab$, где a, b — большая и малая оси эллипса соответственно. Большая ось эллипса расположена под углом α к оси абсцисс. Нормированная сигнальная функция (8), соответствующая изображению в форме эллипса, имеет вид

$$S(\Lambda) = \begin{cases} 1 - \delta(\Lambda) |\Lambda| - \frac{2}{\pi} \left[\frac{\pi}{2} - \Psi(\Lambda) \right], & |\Lambda| \leq K, \\ 0, & |\Lambda| > K, \end{cases} \quad (12)$$

$$K = \frac{2(1 - \varepsilon^2)^{1/4}}{\sqrt{\pi(1 - \varepsilon^2 \cos^2 \alpha)}}, \quad \Psi(\Lambda) = A(\Lambda) \sqrt{1 - A^2(\Lambda)} + \arcsin(A(\Lambda)),$$

$$A(\Lambda) = \sqrt{1 - \Lambda^2 \frac{\pi(1 - \varepsilon^2 \cos^2 \alpha)}{4\sqrt{1 - \varepsilon^2}}},$$

$$\delta(\Lambda) = \sqrt{(2 - \varepsilon^2 - \varepsilon^2 \cos 2\alpha)(8\sqrt{1 - \varepsilon^2} / \pi - \Lambda^2 [2 - \varepsilon^2 - \varepsilon^2 \cos 2\alpha]) / 2\sqrt{1 - \varepsilon^2}}.$$

Здесь $\Lambda = \lambda / g$ — нормированный аргумент, где $g = \sqrt{G_S}$.

На рис. 1 изображены графики функции $\chi(\Lambda^*)$ (11), где $\Lambda^* = (\lambda^* - \lambda_0) / g$ при $G_S = \text{const}$. Сплошная линия рассчитана при $\varepsilon = 0$, штриховая при $\varepsilon = 0,7$, а штрихпунктирная, при $\varepsilon = 0,95$. Кривые, расположенные выше сплошной кривой, построены при $\alpha = 0$, а ниже сплошной кривой — при $\alpha = \pi / 2$.

Из анализа кривых рис. 1 следует, что наиболее чувствительным к отклонению прогнозируемого значения координаты λ^* от истинного значения λ_0 является сильно вытянутый эллипс ($\varepsilon = 0,95$) большая ось которого перпендикулярна оси x (нижняя штрихпунктирная кривая). В наименьшей степени снижается эффективность обнаружения вследствие отклонения λ^* от λ_0 для сильно вытянутого эллипса, большая ось которого параллельна оси x (верхняя штрихпунктирная кривая).

Согласно (10), при оптимальном обнаружении форма изображения не влияет на эффективность обнаружения. Характеристики оптимального обнаружителя зависят только от интенсивности и площади изображения. Из (6), (7), (9) и кривых рис. 1 следует, что при КПО эффективность обнаружения существенно зависит от формы изображения.

Если известны априорные вероятности отсутствия и наличия изображения $p_0 = P(\gamma_0 = 0)$ и $p_1 = P(\gamma_0 = 1) = 1 - p_0$, а также априорная плотность вероятности неизвестного местоположения $W_{\text{апр}}(\lambda)$, то эффективность обнаружения КПО можно характеризовать безусловной вероятностью общей ошибки [6]:

$$P_e^* = p_0 \alpha^* + p_1 \int_{-\lambda_{\max}/2}^{\lambda_{\max}/2} \beta^*(\lambda^*, \lambda) W_{\text{апр}}(\lambda) d\lambda, \quad (13)$$

где $\alpha^*, \beta^*(\lambda^*, \lambda)$ определяются выражениями (6), (7). Для оптимального обнаружителя безусловная вероятность общей ошибки равна:

$$P_{e \text{ опт}} = p_0 \alpha_0 + p_1 \beta_0, \quad (14)$$

где α_0, β_0 определяются выражениями (10).

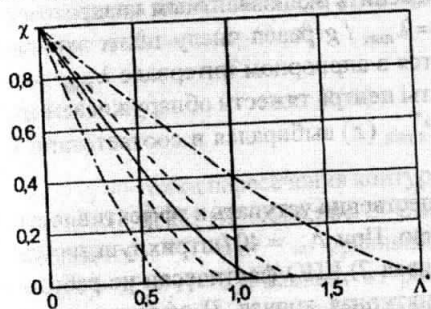


Рис. 1

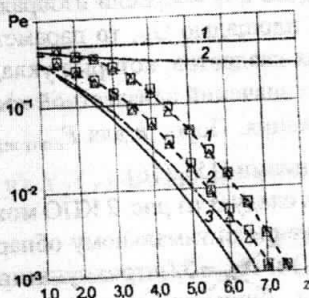


Рис. 2

При использовании в качестве характеристик эффективности обнаружения безусловной вероятности общей ошибки (13), (14) порог h для каждого значения ОСШ z определяется из условия минимума безусловной вероятности общей ошибки. Именно:

$$h_{\text{опт}}^* = \arg \inf P_e^*(z), \quad (15)$$

для КПО и

$$h_{\text{опт}} = \arg \inf P_{e0}(z), \quad (16)$$

для оптимального обнаружителя.

Обозначим минимальные значения безусловной вероятности общей ошибки для оптимального и квазиправдоподобного обнаружителей как

$$P_{e \text{ опт min}}(z) = \min_h P_{e \text{ опт}}(z), P_{e^* \text{ min}}(z) = \min_h P_e^*(z). \quad (17)$$

На рис. 2 представлены зависимости вероятностей общей ошибки, построенные для изображения в форме круга ($\varepsilon = 0$) при $G_S = \text{const}$, $p_0 = 1/2$ от ОСШ z . При расчете $P_e^*(z)$ (13) априорная плотность вероятности неизвестного местоположения $W_{\text{апр}}(\lambda)$ предполагалась равномерной

$$W_{\text{анр}}(\lambda) = \frac{1}{\lambda_{\text{max}}} \begin{cases} 1, & |\lambda| \leq \lambda_{\text{max}} / 2, \\ 0, & |\lambda| > \lambda_{\text{max}} / 2 \end{cases} \quad (18)$$

Сплошной линией нанесена кривая, соответствующая минимальной безусловной вероятности общей ошибки для оптимального обнаружителя $P_{e \text{ опт min}}(z)$ (17), а штрихпунктирными линиями нанесены кривые, соответствующие минимальной безусловной вероятности общей ошибки $P_{e \text{ min}}^*(z)$ (17) для КПО при $\Lambda_m = 40$ (кривая 1), $\Lambda_m = 3$ (кривая 2) и $\Lambda_m = 0,2$ (кривая 3) соответственно и $\lambda^* = 0$. Если изображение заменить эквивалентным квадратом с той же площадью G_S , то параметр $\Lambda_m = \lambda_{\text{max}} / g$ равен числу таких эквивалентных квадратов, которые укладываются в априорном интервале λ_{max} возможных значений неизвестной координаты центра тяжести обнаруживаемого изображения. Порог h для $P_{e \text{ опт min}}(z)$, $P_{e \text{ min}}^*(z)$ выбирался в соответствии с выражениями (15), (16).

Как следует из рис. 2 КПО может существенно уступать в эффективности обнаружения оптимальному обнаружителю. При $\Lambda_m = 40$ (штрихпунктирная кривая 1) и $\Lambda_m = 3$ (штрихпунктирная кривая 2) КПО фактически не работоспособен. Лишь при $\Lambda_m = 0,2$ (штрихпунктирная кривая 3) эффективность КПО сопоставима с эффективностью оптимального обнаружителя.

Для уменьшения потерь в эффективности обнаружения вследствие незнания местоположения изображения целесообразно использовать максимально правдоподобный обнаружитель (МПО) [6, 7]. Для синтеза МПО вместо неизвестного местоположения λ_0 будем использовать его оценку максимального правдоподобия $\hat{\lambda}$ [7]. При максимально правдоподобном обнаружении надо вычислять логарифм ФОП (4) для всех значений λ из априорного интервала $[-\lambda_{\text{max}} / 2; \lambda_{\text{max}} / 2]$. После этого надо найти значение $\hat{\lambda}$, при котором логарифм ФОП достигает своего максимального значения, и сравнить наибольшее значение логарифма ФОП с порогом h , задаваемым критерием оптимальности. Реализация МПО значительно сложнее, чем КПО, так как надо использовать многоканальный приемник, каждый канал которого формирует логарифм ФОП для конкретного $\lambda \in [-\lambda_{\text{max}} / 2; \lambda_{\text{max}} / 2]$ [6]. Таким образом, МПО реализует алгоритм:

$$L(\hat{\lambda}) = \sup_{\lambda \in [-\lambda_{\text{max}}/2; \lambda_{\text{max}}/2]} L(\lambda) = \hat{L} \begin{matrix} \lambda_0 = 1 \\ \leq h \\ \lambda_0 = 0 \end{matrix}$$

Для расчета характеристик МПО надо установить свойства сигнальной функции (8). Исследуем вначале поведение функции $S(\lambda)$ (8) при $|\lambda| \rightarrow 0$. Сигнальная функция (8) в соответствии с рис. 3 пропорциональна площади пере-

крытия областей $\Omega_S(\lambda_1, 0)$ и $\Omega_S(\lambda_2, 0)$ описываемых индикаторами $I(x - \lambda_1, y)$ и $I(x - \lambda_2, y)$ соответственно, т.е. согласно (8)

$$S(\Delta\lambda) = \iint_{\Omega} I(x - \lambda_1, y) I(x - \lambda_2, y) dx dy / G_S, \quad (19)$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

Интеграл, входящий в выражение для сигнальной функции (19), можно представить как разность между площадью G_S и площадью ΔG_S области не перекрытия областей $\Omega_S(\lambda_1, 0)$ и $\Omega_S(\lambda_2, 0)$ слева от контура $X_2(y)$, ограничивающего область $\Omega_S(\lambda_2, 0)$

$$S(\Delta) = 1 - \int_{y_0}^{y_1} \int_{X_1(y)}^{X_2(y)} dx dy / G_S,$$

y_0 и y_1 — точки пересечения контуров $X_1(y)$, $X_2(y)$, ограничивающих области $\Omega_S(\lambda_1, 0)$, $\Omega_S(\lambda_2, 0)$ на рис. 3. Они находятся из уравнения $X_1(y) - X_2(y) = 0$ и зависят от расстояния $|\Delta\lambda|$ между центрами тяжести областей $\Omega_S(\lambda_1, 0)$, $\Omega_S(\lambda_2, 0)$. При $|\Delta\lambda| \rightarrow 0$ величину y_0 можно приближенно считать равной минимальному значению $y_{\min}$ координаты y проекции области $\Omega_S(\lambda_1, 0)$ на ось ординат, а величину y_1 равной максимальному значению $y_{\max}$ координаты y проекции области $\Omega_S(\lambda_1, 0)$ на ось ординат. Так что при $|\Delta\lambda| \rightarrow 0$ величины $y_0 \rightarrow y_{\min}$, $y_1 \rightarrow y_{\max}$ и сигнальная функция (19) запишется в виде:

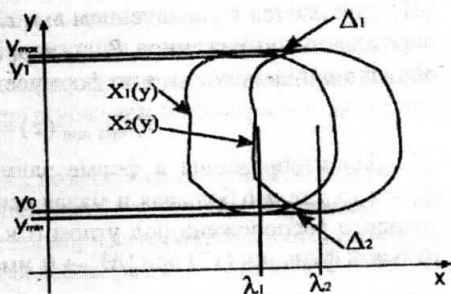


Рис. 3

$$S(\Delta\lambda) = 1 - \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \int_{X_1(y)}^{X_1(y) + |\Delta\lambda|} dx dy / G_S = 1 - \frac{l_y}{G_S} |\Delta\lambda| + o(|\Delta\lambda|), \quad l_y = y_{\max} - y_{\min}. \quad (20)$$

Из рис. 3 видно, что при выводе данной аппроксимации учитывается дополнительная площадь криволинейных треугольников Δ_1 , Δ_2 , которая имеет порядок величины $\Delta\lambda^2$ и пренебрежимо мала при $|\Delta\lambda| \rightarrow 0$. Если $|\Delta\lambda| > l_x$ области $\Omega_S(\lambda_1, 0)$ и $\Omega_S(\lambda_2, 0)$ не перекрываются и сигнальная функция обращается в ноль. Здесь l_x — длина проекции области $\Omega_S(0, 0)$ на ось абсцисс.

Согласно (20) сигнальная функция не имеет второй производной при $\Delta\lambda = 0$. Так как сигнальная функция одновременно является корреляционной функцией логарифма ФАПЧ $L(\lambda)$ (4), его реализации недифференцируемы [6].

Установленные свойства логарифма ФОП позволяют применить метод локально-марковской аппроксимации для расчета характеристик МПО [6].

Используя метод локально-марковской аппроксимации, аналогично [6] получаем асимптотические выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска изображения с неизвестным местоположением при обнаружении по методу максимального правдоподобия:

$$\alpha_m = \begin{cases} 1 - \exp(-\mu \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}), & u \geq 1, \\ 1, & u < 1, \end{cases}$$

$$\beta_m = \begin{cases} \exp(-\mu \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi})(\Phi(u-z) - 2\exp(3z^2/2 - uz)\Phi(u-2z) + \exp(uz^2 - 2uz)\Phi(u-3z)), & u \geq 1, \\ 0, & u < 1 \end{cases} \quad (21)$$

Здесь $m = l_y \lambda_{\max} / G_S$, а $u = h/z$ — нормированный порог. Точность формул (21) улучшается с увеличением m и z . Вероятность общей ошибки для МПО определяется выражением $P_{e \min} = p_0 \alpha_m + p_1 \beta_m$, а минимальная вероятность общей ошибки находится по формуле:

$$P_{e \min \min}(z) = \min_h P_{e \min}(z) \quad (22)$$

Для изображения в форме эллипса с эксцентриситетом ε , площадью $G_S = \pi ab$, где a, b большая и малая оси эллипса соответственно, большая ось которого расположена под углом α к оси абсцисс, аппроксимация (20) сигнальной функции (12) при $|\Delta\lambda| \rightarrow 0$, имеет вид:

$$S(\Lambda) = 1 - \frac{l_y}{\sqrt{G_S}} |\Lambda| + o(|\Lambda|), \text{ где } \Lambda = \Delta\lambda/g, l_y = \frac{2\sqrt{G_S}(1-\varepsilon^2 \cos^2 \alpha)}{\sqrt{\pi}(1-\varepsilon^2)^{1/4}}. \quad (23)$$

На рис. 2 изображены зависимости от ОСШ z минимальных вероятностей общей ошибки $P_{e \min}^*(z)$, $P_{e \text{ опт } \min}(z)$ (17) и $P_{e \min \min}(z)$ (22), рассчитанные для круга ($\varepsilon = 0$) постоянной площадью $G_S = \text{const}$. Сплошной линией изображена зависимость минимальной вероятности общей ошибки для оптимального обнаружителя $P_{e \text{ опт } \min}(z)$ (17), штриховой линией изображена зависимость минимальной вероятности общей ошибки для МПО $P_{e \min \min}(z)$ (22), штрихпунктирной линией изображена зависимость минимальной безусловной вероятности общей ошибки для КПО $P_{e \min}^*(z)$. Кривые 1 рассчитаны при $\Lambda_m = 40$, а кривые 2 — при $\Lambda_m = 3$.

Из сопоставления сплошных и штриховых кривых рис. 2 следует, что незнание местоположения изображения заметно снижает эффективность максимально правдоподобного обнаружения изображения. В тоже время, сопостав-

ление штриховых и штрихпунктирных кривых показывает, что применение МПО обеспечивает существенный выигрыш в эффективности обнаружения по сравнению с КПО. Штриховые кривые 1 и 2 на рис. 2 показывают, что с ростом Λ_m проигрыш в эффективности МПО по сравнению с оптимальным обнаружителем увеличивается. Согласно (21), (23), этот проигрыш растет с увеличением параметра:

$$m = l_y \lambda_{\max} / G_S = 2\Lambda_m \sqrt{1 - \varepsilon^2 \cos^2 \alpha} / (1 - \varepsilon^2)^{1/4} \sqrt{\pi}, \quad (24)$$

который равен числу элементов разрешения по координате x для рассматриваемого изображения [6]. Качественно, величина m (24) определяет число разрешимых изображений эллипса, которые можно разместить в интервале длиной $\lambda_{\max}$ на оси абсцисс.

Из (24) следует, что при $\varepsilon \neq 0$ величина m возрастает с увеличением угла α между большой осью эллипса и осью абсцисс. При $\varepsilon = 0$, когда изображение имеет форму круга, величина m от α не зависит. Если $\alpha > 0$, то величина m растет с увеличением эксцентриситета ε . Формально, при $\alpha > 0$ и $\varepsilon \rightarrow 1$, величина $m \rightarrow \infty$ и проигрыш в эффективности обнаружения вследствие априорного незнания местоположения изображения неограниченно возрастает. Однако, при $\alpha = 0$, по мере стремления $\varepsilon \rightarrow 1$, величина m убывает, и проигрыш в эффективности обнаружения уменьшается.

Если кроме априорного интервала λ_m возможных значений местоположения изображения известны априорная плотность вероятности $W_{\text{апр}}(\lambda)$ возможных значений местоположения, а также априорные вероятности отсутствия p_0 и наличия $p_1 = 1 - p_0$ изображения, то целесообразно использовать байесовский алгоритм обнаружения [6]. При байесовском подходе оптимальным правилом обнаружения изображения является правило, обеспечивающее минимум риска. Для синтеза байесовского обнаружителя (БО) используем матрицу потерь, у которой стоимости правильных решений принимаются нулевыми, а стоимости ошибок первого и второго рода — одинаковыми, что соответствует критерию идеального наблюдателя. Тогда байесовский алгоритм обнаружения изображения (3) заключается в формировании величины [6]

$$I = \int_{-\lambda_{\max}/2}^{\lambda_{\max}/2} \exp[L(\lambda)] W_{\text{апр}}(\lambda) d\lambda \exp[-z^2/2], \quad (25)$$

где $L(\lambda)$ определяется выражением (4), и сравнением (25) с порогом p_0 / p_1 . Если $I > p_0 / p_1$, принимается решение о наличии изображения в наблюдаемой реализации, и решение о его отсутствии в противном случае.

Возможность аппаратной реализации БО существенно зависит от вида априорной плотности вероятности $W_{\text{апр}}(\lambda)$. Как и МПО, БО является многока-

нальным. Кроме того, техническая реализация БО несколько сложнее, чем реализация МПО. Действительно, для реализации БО, согласно (25) необходимо производить интегрирование функции $L(\lambda)$ (4) после нелинейного преобразования. Теоретический анализ БО осуществить не удастся. В связи с этим исследование эффективности байесовского алгоритма обнаружения было выполнено методами статистического моделирования на ЭВМ для априорной плотности вероятности (18) и $p_0 = p_1 = 1/2$. Кроме того, найденные характеристики МПО являются лишь асимптотически точными, поэтому необходимо определить границы применимости полученных формул.

В процессе моделирования для реализации (2) наблюдаемых данных формировались отсчеты логарифма ФОР (4) $L(\lambda) = L(\lambda_g) = \tilde{L}(\Lambda)$ на интервале $[-\Lambda_m / 2, \Lambda_m / 2]$ с шагом дискретизации $\Delta\Lambda = 0,01$. На основе сформированных дискретных отсчетов реализации случайного процесса $\tilde{L}(\Lambda)$ аппроксимировались ступенчатыми функциями. Для выбранного значения шага дискретизации относительная среднеквадратичная погрешность аппроксимации не превышала 0,1. Сформированные отсчеты логарифма ФОР использовались для принятия решения о наличии или отсутствии изображения в соответствии с максимально правдоподобным или байесовским алгоритмами. Оценка вероятности общей ошибки определялась как относительная частота неправильных решений.

При моделировании максимально правдоподобного и байесовского алгоритмов для каждого значения ОСШ z проводилось $5 \cdot 10^4$ циклов испытаний. Следовательно, с вероятностью 0,9 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений безусловной вероятности общей ошибки не более чем на 7% при $P_e > 10^{-2}$ и не более чем на 25% при $P_e > 10^{-3}$.

Полученные в результате моделирования экспериментальные значения безусловной вероятности общей ошибки нанесены на рис. 2. На рис. 2 штриховыми линиями показаны теоретические зависимости минимальной безусловной вероятности общей ошибки $P_{e \min \min}$, рассчитанные для круга с постоянной площадью G_S по формуле (22). Экспериментальные значения минимальной безусловной вероятности общей ошибки БО изображены треугольниками, а МПО с оптимизированным порогом — квадратиками. Штриховая кривая 1 рассчитана при $\Lambda_{\max} = 40$, штриховая кривая 2 — при $\Lambda_{\max} = 3$. Как следует из рис. 2 асимптотические теоретические формулы (21) для характеристик МПО удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные зависимости при $z \geq 1..2$ и $\Lambda_{\max} \geq 3$.

Приведенные на рис. 2 экспериментальные значения свидетельствуют о практически полном совпадении характеристик обнаружения БО и МПО с оптимизированным порогом. Это позволяет рекомендовать формулу (22) для

расчета минимальной безусловной вероятности общей ошибки при использовании БО: $P_{e6} \approx P_{e \min \min}$. Таким образом, при использовании одинакового объема априорной информации и равномерном распределении неизвестного местоположения изображения характеристики МПО и БО практически совпадают. Следовательно, вместо относительно сложного БО можно использовать МПО с оптимизированным порогом, более просто реализуемый аппаратно.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Островитянов Р. В., Басалов В. Ф.* Статистическая теория радиолокации протяженных объектов. — М.: Радио и связь, 1982. — 232 с.
2. *Красильников Н. Н.* Теория передачи и восприятия изображений. — М.: Радио и связь, 1986. — 248 с.
3. *Трифонов А. П., Зюльков А. В.* Характеристики обнаружения и оценки положения источника сигнала, модулирующего пуассоновское случайное поле // Радиозлектроника. — 1981. — №12, — С. 32—38. (Изв. вузов).
4. *Трифонов А. П., Прибытков Ю. И.* Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами // Автометрия. — 2002. — т. 38, №4, — С. 19—31.
5. *Бычков А. А., Понькин В. А.* Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. — 1992. — №4, — С. 33—40.
6. *П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович и др.* Теория обнаружения сигналов // Под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.
7. *Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфенов В. И.* Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. М.: Воронеж, ВГУ, — 1991. — 246 с.

Воронежский гос. ун-т

Поступила в редакцию 28.03.06

УДК 004.94

ДЕХТЯРУК Н. Т., ВИДАЛКО Е. Н.

ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В РАДИОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ

Рассмотрена система имитационного моделирования GPSS World (General Purpose Simulation System World) — всемирная система имитационного моделирования общего назначения. Радиотехническая система рассматривается в этом случае, как система массового обслуживания (СМО). Проведен расчет основных параметров функционирования многоканальной разомкнутой СМО аналитическим методом и с помощью системы имитационного моделирования GPSS World, выполнен сравнительный анализ результатов расчетов этих параметров, проведенных аналитическим и имитационным методами.

В процессе работы разных радиотехнических систем постоянно возникает необходимость решения вероятностных задач, связанных с работой этих систем и потребность рассматривать радиотехнические системы, как системы