

259

ISSN 0021-3470



ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ВОЕННЫЕ РАДИОЭЛЕКТРОННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ В РВСН

ТОМ 50

9-10

сентябрь-октябрь

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2007



ТРИФОНОВ А. П., ЛЕДОВСКИХ Н. В.

СОВМЕСТНАЯ КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕННОГО ПОЛОЖЕНИЯ И ПЕРИОДА СЛЕДОВАНИЯ ИМПУЛЬСОВ *

Предложен относительно просто реализуемый квазиоптимальный измеритель временного положения и периода следования импульсов на основе оценок максимального правдоподобия временных положений отдельных импульсов. Найдены характеристики измерителя с учетом аномальных ошибок. Показано, что совместная квазиоптимальная оценка является асимптотически эффективной с ростом отношения сигнал-шум для каждого импульса последовательности.

Последовательности различного рода импульсов часто применяются в различных областях радиоэлектроники, в локации, связи [1–4] и т. д. При этом в большом числе практических задач требуется оценить временное положение и период следования импульсов последовательности. В [5] предложен квазиоптимальный измеритель периода следования импульсов на основе оценок максимального правдоподобия (ОМП) временных положений отдельных импульсов. Этот измеритель является одноканальным и обеспечивает оценку периода следования, асимптотически эффективную с ростом отношения сигнал-шум (ОСШ) для каждого импульса последовательности. Используя подход, развитый в [5], с целью повышения точности измерения временного положения и периода следования в области надежной оценки и дальнейшего упрощения аппаратной реализации устройства оценки, рассмотрим возможность получения совместной квазиоптимальной оценки (КО) временного положения и периода следования импульсов на основе ОМП временных положений отдельных импульсов последовательности.

Положим, что на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 наблюдается последовательность из N импульсов, каждый из которых описывается функцией $s(t)$. Такая последовательность может быть записана в виде [4]

* Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Воронежской области (проекты 06-07-96301 и 07-01-00042).

$$s_N(t, \lambda_0, \theta_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s[t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0] = a \sum_{k=0}^{N-1} f\left[\frac{t - \lambda_0 - (k - \mu)\theta_0}{\tau}\right]. \quad (1)$$

Здесь λ_0 — временное положение последовательности, θ_0 — период следования, $a = \max s(t)$ — амплитуда импульса, $\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) dt / [\max s(t)]^2$ — эквивалентная длительность импульса, функция $f(\cdot)$ описывает форму одного импульса и нормирована так, что $\max f(x) = 1$, $\int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx = 1$. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ_0 . Так, при $\mu = 0$ величина λ_0 представляет собой положение первого импульса последовательности, при $\mu = (N-1)/2$ — временное положение середины последовательности (1), а при $\mu = N-1$ — временное положение последнего импульса.

Пусть на интервале времени $[0, T]$ наблюдается реализация

$$x(t) = s_N(t, \lambda_0, \theta_0) + n(t), \quad \lambda_0 \in [\Lambda_{\min}, \Lambda_{\max}], \quad \theta_0 \in [\Theta_{\min}, \Theta_{\max}] \quad (2)$$

скважность последовательности (1) не слишком мала ($Q = \Theta_{\min} / \tau \geq 2.3$) так, что отдельные импульсы не перекрываются, а время наблюдения больше длительности последовательности (1), т. е. $T > N \Theta_{\max} + \Lambda_{\max}$. Тогда, для получения совместных ОМП $\hat{\lambda}_1, \hat{\theta}_1$ необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [1,4]

$$L_1(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T x(t) s[t - \lambda - (k - \mu)\theta] dt, \quad (3)$$

и находить положение абсолютного максимума (3)

$$\{\hat{\lambda}_1, \hat{\theta}_1\} = \operatorname{argsup} L_1(\lambda, \theta), \quad \lambda \in [\Lambda_{\min}, \Lambda_{\max}], \quad \theta \in [\Theta_{\min}, \Theta_{\max}]. \quad (4)$$

Для определения характеристик совместной ОМП подставим реализацию наблюдаемых данных в выражение для логарифма ФОП и представим его в виде суммы сигнальной и помеховой составляющих $L_1(\lambda, \theta) = S_1(\lambda, \lambda_0, \theta, \theta_0) + N_1(\lambda, \theta)$, где

$$S_1(\lambda, \lambda_0, \theta, \theta_0) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} S_f \left[\frac{\lambda - \lambda_0 + (k - \mu)\theta - (n - \mu)\theta_0}{\tau} \right] \quad (5)$$

— сигнальная функция, $N_1(\lambda, \theta)$ — шумовая функция, представляющая собой центрированный гауссовский процесс с корреляционной функцией (5),

$$z^2 = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = 2a^2 \tau / N_0 \quad (6)$$

— ОСШ для одного импульса. Функция $S_f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y)f(y-x)dy$ представляет собой нормированную сигнальную функцию (функцию неопределенности) при оценке положения функции $f(\cdot)$. Если

$$\Lambda = \Lambda_{\max} - \Lambda_{\min} < \Theta_{\min}, \quad \Theta = \Theta_{\max} - \Theta_{\min} \ll \Theta_{\min}, \quad (7)$$

то аналогично [4] для (5) имеем

$$S_1(\lambda, \lambda_0, \theta, \theta_0) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} S_f \left[\frac{\lambda - \lambda_0 + (k - \mu)(\theta - \theta_0)}{\tau} \right], \quad (8)$$

т.е. при выполнении (7) временное положение λ и период следования θ являются незнергетическими параметрами.

Положим, что значения неизвестных временного положения и периода следования распределены равномерно в интервалах (2). Тогда, как следует из [6], безусловные рассеяния оценок (4) будут иметь вид

$$V_1(\hat{\lambda}_1) = P_1 D_1(\hat{\lambda}_1) + (1 - P_1) \Lambda^2 / 6, \quad (9)$$

$$V_1(\hat{\theta}_1) = P_1 D_1(\hat{\theta}_1) + (1 - P_1) \Theta^2 / 6, \quad (10)$$

где

$$D_1(\hat{\lambda}_1) = \{(N^2 - 1)\tau^2 + 12\tau^2[(N - 1)/2 - \mu]^2\} / [z^2 d^2 N(N^2 - 1)], \quad (11)$$

$$D_1(\hat{\theta}_1) = 12\tau^2 / [z^2 d^2 N(N^2 - 1)] \quad (12)$$

— дисперсии надежных совместных ОМП временного положения и периода следования, совпадающие с соответствующими дисперсиями эффективных оценок [7], а

$$P_1 \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_1^{\infty} \exp \left[-\frac{x\xi_1}{2\pi\sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) - \frac{(x - z_{1N})^2}{2} \right] dx$$

— вероятность надежной совместной ОМП (4), $z_{1N}^2 = Nz^2$ — ОСШ для последовательности (1) при оптимальном приеме. Приведенная площадь априорной области возможных значений временного положения и периода следования ξ_1 характеризует число различимых значений неизвестных параметров λ, θ , и определяется выражением [6]

$$\xi_1 = \Lambda \Theta \sqrt{\det \Omega_1}. \quad (13)$$

Здесь матрица [6]

$$\Omega_1 = \frac{1}{z_{1N}^2} \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 S_1(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 S_1(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \theta_2} \\ \frac{\partial^2 S_1(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 S_1(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \end{array} \right\|_{\lambda_1=\lambda_2, \theta_1=\theta_2} \quad (14)$$

В (11), (12) параметр $d^2 = \int_{-\infty}^{\infty} [df(x)/dx]^2 dx$ определяет зависимость дисперсий оценок от формы импульса последовательности (1). Подставляя в (14) сигнальную функцию (8) и выполняя дифференцирование, находим для (13)

$$\xi_1 = m_\lambda m_\theta d^2 \sqrt{(N^2 - 1)/12}, \quad (15)$$

где $m_\lambda = \Lambda/\tau$, $m_\theta = \Theta/\tau$.

Оптимальный измеритель [4], реализующий совместную ОМП, содержит идеальный гребенчатый фильтр. Однако аппаратная реализация гребенчатого фильтра при большом числе импульсов в последовательности вызывает определенные трудности. Частично эти трудности могут быть преодолены за счет замены гребенчатого фильтра рециркулятором, содержащим лишь два звена задержки.

Использование в качестве устройства накопления модифицированного рециркулятора позволяет получить на его выходе аппроксимацию логарифма ФОП, найденную в [4]

$$L_2(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} m^{N-1-k} \int_{-\infty}^{\infty} x(y) s[y + \lambda - (k - \mu)\theta] dy, \quad (16)$$

где m — коэффициент ослабления рециркулятора. Совместные квазиправдоподобные оценки (КПО) определяются как положение абсолютного максимума функции (16)

$$\{\hat{\lambda}_2, \hat{\theta}_2\} = \text{argsup} L_2(\lambda, \theta), \quad \lambda \in [\Lambda_{\min}, \Lambda_{\max}], \quad \theta \in [\Theta_{\min}, \Theta_{\max}]. \quad (17)$$

Подставим реализацию наблюдаемых данных (2) в (16), и представим (16) в виде суммы сигнальной и помеховой составляющих

$$L_2(\lambda, \theta) = S_2(\lambda, \lambda_0, \theta, \theta_0) + N_2(\lambda, \theta),$$

где

$$S_2(\lambda, \lambda_0, \theta, \theta_0) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} m^{N-1-k} S_f \left[\frac{\lambda - \lambda_0 + (k - \mu)\theta - (n - \mu)\theta_0}{\tau} \right] \quad (18)$$

— сигнальная функция, $N_2(\lambda, \theta)$ — шумовая функция, представляющая собой центрированный гауссовский процесс с корреляционной функцией

$$B_2(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} m^{2(N-1)-n-k} S_f \left[\frac{\lambda_2 - \lambda_1 + (k-\mu)\theta_2 - (n-\mu)\theta_1}{\tau} \right]. \quad (19)$$

При выполнении (7) выражения (18), (19) можно переписать в виде [4]

$$S_2(\lambda, \lambda_0, \theta, \theta_0) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} m^{N-1-k} S_f \left[\frac{\lambda - \lambda_0 + (k-\mu)(\theta - \theta_0)}{\tau} \right],$$

$$B_2(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) = z^2 \sum_{k=0}^{N-1} m^{2(N-1-k)} S_f \left[\frac{\lambda_2 - \lambda_1 + (k-\mu)(\theta_2 - \theta_1)}{\tau} \right], \quad (20)$$

так что временное положение λ и период следования θ являются неэнергетическими параметрами.

Полагая, что значения неизвестных временного положения и периода следования распределены равномерно в интервалах (2), аналогично (9), (10) запишем безусловное рассеяние совместных КПО [6]

$$V_2(\hat{\lambda}_2) = P_2 D_2(\hat{\lambda}_2) + (1 - P_2) \Lambda^2 / 6, \quad (21)$$

$$V_2(\hat{\theta}_2) = P_2 D_2(\hat{\theta}_2) + (1 - P_2) \Theta^2 / 6, \quad (22)$$

где [4]

$$D_2(\hat{\lambda}_2) = \frac{\tau^2}{z^2 d^2} [A_2^2 B_0 - 2A_1 A_2 B_1 + A_1^2 B_2 +$$

$$+ 2(A_1^2 B_1 - A_1 A_2 B_0 - A_0 A_1 B_2 + A_0 A_2 B_1) \mu +$$

$$+ (A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2) \mu^2] (A_0 A_2 - A_1^2)^{-2},$$

$$D_2(\hat{\theta}_2) = \frac{\tau^2}{z^2 d^2} (A_1^2 B_0 - 2A_0 A_1 B_1 + A_0^2 B_2) (A_0 A_2 - A_1^2)^{-2}$$

— дисперсии надежных совместных КПО временного положения и периода следования соответственно,

$$P_2 \cong \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_1^\infty \exp \left[-\frac{x^2 \xi_2}{2\pi \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{x^2}{2} \right) - \frac{(x - z_{2N})^2}{2} \right] dx,$$

— вероятность надежной совместной КПО временного положения и периода следования,

$$A_i = \sum_{k=0}^{N-1} k^i m^{N-1-k}, \quad B_i = \sum_{k=0}^{N-1} k^i m^{2(N-1-k)}, \quad i = 0, 1, 2, \quad z_{2N}^2 = z^2 \frac{(1+m)(1-m^N)}{(1-m)(1+m^N)}$$

— ОСШ на выходе модифицированного рециркулятора.

Аналогично (13), приведенная площадь априорной области возможных значений временного положения и периода следования ξ_2 будет иметь вид

$$\xi_2 = \Lambda \Theta \sqrt{\det \Omega_2}. \quad (23)$$

Здесь матрица

$$\Omega_2 = \frac{1}{B_2(\lambda_0, \lambda_0, \theta_0, \theta_0)} \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial^2 B_2(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 B_2(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \theta_2} \\ \frac{\partial^2 B_2(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \lambda_2} & \frac{\partial^2 B_2(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \end{array} \right\|_{\lambda_1=\lambda_2, \theta_1=\theta_2} \quad (24)$$

Подставляя в (24) корреляционную функцию из (20) и выполняя дифференцирование, находим для (23)

$$\xi_2 = m_\lambda m_\theta d^2 \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu)^2 m^{2(N-1-k)}}{\sum_{k=0}^{N-1} m^{2(N-1-k)}} - \left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu) m^{2(N-1-k)}}{\sum_{k=0}^{N-1} m^{2(N-1-k)}} \right]^2 \right\}^{1/2}$$

Известно, что использование рециркулятора в качестве устройства накопления позволяет несколько упростить структуру измерителя временного положения и периода следования [4]. Причем проигрыш в точности совместной КПО по сравнению с точностью совместной ОМП при правильном выборе значения коэффициента ослабления рециркулятора m и достаточно малом числе импульсов N в последовательного измерителя по-прежнему является многоканальной, а характеристики получаемой таким образом совместной КПО не являются асимптотически эффективными с ростом ОСШ z . Поэтому, с целью повышения точности совместной оценки в области больших ОСШ, а также упрощения реализации измерителя временного положения и периода следования, рассмотрим возможность определения совместной КО временного положения и периода следования по измерениям временных положений отдельных импульсов последовательности (1).

Обозначим временное положение k -го импульса последовательности (1)

$$\gamma_{0k} = \lambda_0 + (k-\mu)\theta_0, \gamma_k \in [\Gamma_{k \min}, \Gamma_{k \max}], k = \overline{0, N-1}, \quad (25)$$

$$\begin{cases} \Gamma_{k \min} = \Lambda_{\min} + (k - \mu) \Theta_{\min} \\ \Gamma_{k \max} = \Lambda_{\max} + (k - \mu) \Theta_{\max} \end{cases} \quad \text{при } k > \mu,$$

$$\begin{cases} \Gamma_{k \min} = \Lambda_{\min} + (k - \mu) \Theta_{\max} \\ \Gamma_{k \max} = \Lambda_{\max} + (k - \mu) \Theta_{\min} \end{cases} \quad \text{при } k < \mu,$$

тогда последовательность импульсов (1) переписывается в виде

$$s_N(\lambda_0, \theta_0) \equiv s_N(t, \gamma_{0k}) = \sum_{k=0}^{N-1} s(t - \gamma_{0k}) = a \sum_{k=0}^{N-1} f((t - \gamma_{0k})/\tau). \quad (26)$$

Обозначим

$$\chi_k(\gamma) = \begin{cases} 1, & \gamma \in [\Gamma_{k \min}, \Gamma_{k \max}] \\ 0, & \gamma \notin [\Gamma_{k \min}, \Gamma_{k \max}] \end{cases}$$

Теперь для формирования ОМП $\hat{\gamma}_k$ временного положения k -го импульса последовательности (26) необходимо находить положения абсолютных максимумов логарифмов ФОП для каждого импульса

$$\hat{\gamma}_k = \operatorname{argsup} M_k(\gamma), \quad k = \overline{0, N-1}, \quad (27)$$

$$M_k(\gamma) = \frac{2\chi_k(\gamma)}{N_0} \int_0^T x(t) s(t - \gamma) dt = \frac{2a\chi_k(\gamma)}{N_0} \int_0^T x(t) f\left(\frac{t - \gamma}{\tau}\right) dt. \quad (28)$$

При возможном наличии аномальных ошибок оценки (27) являются случайными величинами с плотностями вероятности [1]:

$$W_k(\hat{\gamma}_k) = P_{3k} W_{0k}(\hat{\gamma}_k) + (1 - P_{3k}) W_{ak}(\hat{\gamma}_k). \quad (29)$$

Здесь $W_{0k}(\hat{\gamma}_k)$ — гауссовская плотность вероятности надежной оценки $\hat{\gamma}_k$, которая обладает моментами $m_{0k} = \langle \hat{\gamma}_k \rangle = \gamma_{0k} = \lambda_0 + (k - \mu) \theta_0$, $\sigma_0^2 \equiv \sigma_{0k}^2 = \langle (\hat{\gamma}_k - \langle \hat{\gamma}_k \rangle)^2 \rangle = \tau^2 / z^2 d^2$.

Вероятность надежной оценки временного положения k -го импульса последовательности (26) определяется выражением [1]

$$P_{3k} \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^\infty \exp\left[-\frac{\xi_{3k}}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) - \frac{(x - z)^2}{2}\right] dx. \quad (30)$$

Для нахождения приведенной длины ξ_{3k} априорного интервала (25) возможных значений временного положения k -го импульса подставим реализацию наблюдаемых данных (2) в выражение для логарифма ФОП (28) и представим его в виде суммы сигнальной и помеховой функций $M_k(\gamma) = S_{3k}(\gamma, \gamma_{0k}) + N_{3k}(\gamma)$

$$S_{3k}(\gamma, \gamma_{0k}) = \frac{2\alpha\chi_k(\gamma)}{N_0} \int_0^T f\left(\frac{t-\gamma_{0k}}{\tau}\right) f\left(\frac{t-\gamma}{\tau}\right) dt, \quad (31)$$

$$N_{3k}(\gamma) = \frac{2\alpha\chi_k(\gamma)}{N_0} \int_0^T n(t) f\left(\frac{t-\gamma}{\tau}\right) dt.$$

Здесь $N_{3k}(\gamma)$ представляет собой центрированный гауссовский процесс с корреляционной функцией (31).

Аналогично (13), число различных значений неизвестного параметра γ_k запишем в виде

$$\xi_{3k} = \vartheta_k \sqrt{\Omega_{3k}}, \quad (32)$$

где

$$\Omega_{3k} = \frac{1}{z^2} \frac{\partial^2 S_{3k}(\gamma_1, \gamma_2)}{\partial \gamma_1 \partial \gamma_2} \Big|_{\gamma_1=\gamma_2}, \quad \vartheta_k = \Lambda + |k - \mu| \Theta. \quad (33)$$

Подставляя в (33) сигнальную функцию из (31) и выполняя дифференцирование, находим для (32)

$$\xi_{3k} = (m_\lambda + |k - \mu| m_0) d. \quad (34)$$

Поскольку плотность вероятности $W_{ak}(\hat{\gamma}_k)$ аномальной оценки постоянна в априорном интервале (25) [1]

$$W_{ak}(\hat{\gamma}_k) = \begin{cases} 1/\Lambda_k, & \hat{\gamma}_k \in [\Gamma_k \min, \Gamma_k \max] \\ 0, & \hat{\gamma}_k \notin [\Gamma_k \min, \Gamma_k \max] \end{cases}, \quad \Lambda_k = \Gamma_k \max - \Gamma_k \min,$$

получаем, что распределение (29) оценок $\hat{\gamma}_k$ является негауссовским. Поэтому синтез совместной КО значительно усложняется. В связи с чем ограничимся рассмотрением случая, когда значения P_{3k} достаточно близки к единице, так что распределение оценок $\hat{\gamma}_k$ можно приближенно считать гауссовским. Тогда для условной плотности вероятности величин $\hat{\gamma}_k$ при фиксированных значениях временного положения λ и периода следования θ можем записать приближенную формулу

$$W_k(\hat{\gamma}_k | \lambda, \theta) = \frac{1}{\sigma_0 \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{[\hat{\gamma}_k - \lambda - (k - \mu)\theta]^2}{2\sigma_0^2} \right\}. \quad (35)$$

В качестве исходной статистики для получения КО $\hat{\lambda}_3$ и $\hat{\theta}_3$ будем использовать набор оценок $\hat{\gamma}_k$ (27). Так как отдельные импульсы последовательности (1) не перекрываются, то случайные величины $\hat{\gamma}_k$ являются статистически независимыми и функцию правдоподобия можно представить в виде

$$W(\hat{\gamma}_0, \dots, \hat{\gamma}_{N-1} | \lambda, \theta) = \prod_{k=0}^{N-1} W_k(\hat{\gamma}_k | \lambda, \theta) \quad (36)$$

Подставляя (35) в (36), с точностью до несущественного слагаемого получаем выражение для логарифма функции правдоподобия

$$L_3(\lambda, \theta) = -\frac{1}{2\sigma_0^2} \sum_{k=0}^{N-1} [\hat{\gamma}_k - \lambda - (k - \mu)\theta]^2. \quad (37)$$

Совместные квазиоптимальные оценки временного положения и периода следования последовательности (1) определим как положение абсолютного максимума (37)

$$\{\hat{\lambda}_3, \hat{\theta}_3\} = \operatorname{argsup} L_3(\lambda, \theta), \quad (38)$$

$$\hat{\lambda}_3 = \frac{12}{N^2(N^2 - 1)} \left[\sum_{k=0}^{N-1} \hat{\gamma}_k \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu)^2 - \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) \hat{\gamma}_k \right], \quad (39)$$

$$\hat{\theta}_3 = \frac{12}{N^2(N^2 - 1)} \left[N \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) \hat{\gamma}_k - \sum_{k=0}^{N-1} \hat{\gamma}_k \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) \right]. \quad (40)$$

Согласно (39), (40), для формирования КО принятую реализацию необходимо подать на фильтр 1 (рис. 1), согласованный с одиночным импульсом $s(t)$, затем в экстрематоре 2 определить положения $\hat{\gamma}_k$ (27) абсолютных (наибольших) максимумов логарифмов ФОП (28) на интервалах (25) и выработать КО $\hat{\lambda}_3$ и $\hat{\theta}_3$ (блок 3). Заметим, что предлагаемый измеритель не содержит устройств задержки и является одноканальным, в отличие от измерителей, рассмотренных в [4]. Поэтому устройство, показанное на рис. 1, может быть достаточно просто реализовано аппаратно.

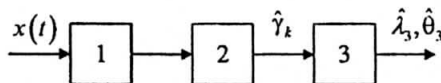


Рис. 1

Найдем безусловные рассеяния КО временного положения $\hat{\lambda}_3$ и периода следования $\hat{\theta}_3$. Для этого введем в рассмотрение центрированные случайные величины $\Delta\gamma_k = \hat{\gamma}_k - \gamma_{0k}$, и найдем ошибки определения временного положения λ_0 и периода следования θ_0 квазиоптимальным измерителем

$$\hat{\lambda}_3 - \lambda_0 = F \sum_{k=0}^{N-1} \Delta\gamma_k [D - (k - \mu)B], \quad \hat{\theta}_3 - \theta_0 = F \sum_{k=0}^{N-1} \Delta\gamma_k [N(k - \mu) - B], \quad (41)$$

$$F = \frac{12}{N^2(N^2 - 1)}, \quad B = \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu), \quad D = \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu)^2.$$

Положим, что значения неизвестных временного положения λ_0 и периода следования θ_0 распределены равномерно в априорных интервалах их возможных значений (2). Учитывая (41), а также то, что ошибки измерений временных положений отдельных импульсов $\Delta\gamma_k$ являются независимыми с плотностями вероятности (29), получаем безусловные рассеяния совместных КО $\hat{\lambda}_3$, $\hat{\theta}_3$ с учетом аномальных ошибок

$$V_3(\hat{\lambda}_3) = F^2 \sum_{k=0}^{N-1} [D - (k - \mu)B]^2 \left[P_{3k} \sigma_0^2 + (1 - P_{3k}) \frac{\Lambda^2 + (k - \mu)^2 \Theta^2 + |k - \mu| \Lambda \Theta}{6} \right], \quad (42)$$

$$V_3(\hat{\theta}_3) = F^2 \sum_{k=0}^{N-1} [N(k - \mu) - B]^2 \left[P_{3k} \sigma_0^2 + (1 - P_{3k}) \frac{\Lambda^2 + (k - \mu)^2 \Theta^2 + |k - \mu| \Lambda \Theta}{6} \right], \quad (43)$$

где P_{3k} — вероятность надежной ОМП временного положения k -го импульса (30).

Если ОСШ z (6) достаточно велико, так что ОМП $\hat{\gamma}_k$ (27) временного положения k -го импульса последовательности (26) является надежной, то $P_{3k} \approx 1$ при всех $k = 0, N-1$. Полагая в (42), (43) $P_{3k} \equiv 1$ находим выражения для рассеяний надежных совместных КО (38) временного положения и периода следования

$$D_3(\hat{\lambda}_3) = \{(N^2 - 1)\tau^2 + 12\tau^2[(N-1)/2 - \mu]^2\} / [z^2 d^2 N(N^2 - 1)], \quad (44)$$

$$D_3(\hat{\theta}_3) = 12\tau^2 / [z^2 d^2 N(N^2 - 1)]. \quad (45)$$

Сопоставляя (44) с (11) и (45) с (12) видим, что совместные КО (38) являются асимптотически эффективными с ростом ОСШ z для одного импульса.

В соответствии с выражениями (9), (10), (21), (22), (42), (43) введем нормированные рассеяния

$$b_i(\hat{\lambda}_i) = V_i(\hat{\lambda}_i) / \Lambda^2, \quad b_i(\hat{\theta}_i) = V_i(\hat{\theta}_i) / \Theta^2, \quad i = 1, 2, 3. \quad (46)$$

Рассмотрим в качестве примера последовательность импульсов колокольной формы, когда

$$f(x) = \exp(-\pi x^2 / 2). \quad (47)$$

В этом случае параметр d , характеризующий зависимость рассеяний (46) от формы импульса будет иметь значение: $d = \sqrt{\pi} / 2$. Соответственно выражения (13), (23), (34), примут вид

$$\xi_1 = m_\lambda m_\theta \pi \sqrt{(N^2 - 1) / 48},$$

$$\xi_{2} = m_{\lambda} m_{\theta} \frac{\pi}{2} \left\{ \frac{\sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu)^2 m^{2(N-1-k)}}{\sum_{k=0}^{N-1} m^{2(N-1-k)}} - \left[\frac{\sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu) m^{2(N-1-k)}}{\sum_{k=0}^{N-1} m^{2(N-1-k)}} \right]^2 \right\}^{1/2},$$

$$\xi_{3k} = \sqrt{\pi/2} (m_{\lambda} + |k-\mu| m_{\theta}).$$

На рис. 2, 3 сплошными линиями представлена зависимость нормированной дисперсии (11) $b_{01}(\hat{\lambda}_1) = D_1(\hat{\lambda}_1) / \Lambda^2$, эффективной совместной оценки временного положения последовательности (1) от ОСШ z для одного импульса колокольной формы (47), штриховыми линиями — нормированные рассеяния ОМП $b_1(\hat{\lambda}_1)$ (9), (46) с учетом аномальных ошибок, пунктирными — рассеяния КПО $b_2(\hat{\lambda}_2)$ (21), (46), штрихпунктирными — рассеяния КО $b_3(\hat{\lambda}_3)$ (42), (46).

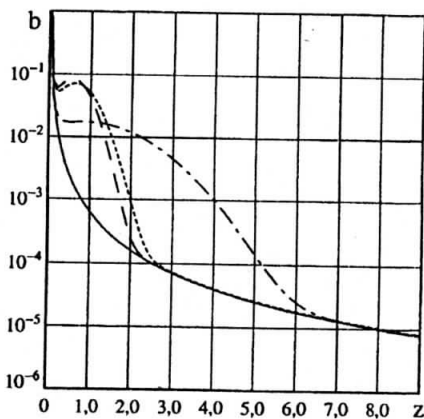


Рис. 2

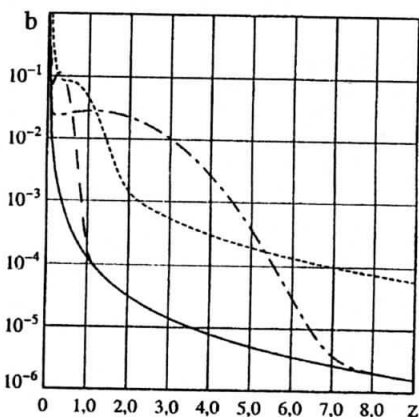


Рис. 3

На рис. 4, 5 сплошными линиями представлена зависимость нормированной дисперсии (12) $b_{01}(\hat{\theta}_1) = D_1(\hat{\theta}_1) / \Theta^2$ эффективной совместной оценки периода следования от ОСШ z для одного импульса колокольной формы (47), штриховыми линиями — нормированные рассеяния ОМП $b_1(\hat{\theta}_1)$ (10), (46) с учетом аномальных ошибок, пунктирными — рассеяния КПО $b_2(\hat{\theta}_2)$ (22), (46), штрихпунктирными — рассеяния КО $b_3(\hat{\theta}_3)$ (43), (46).

Кривые на рис. 2–5 рассчитаны для значений параметров $m_{\lambda} = 10$, $m_{\theta} = 2$, $\mu = (N-1)/2$, коэффициента ослабления рециркулятора $m = 0,8$ и числа импульсов соответственно $N = 10$ (рис. 2, 4), $N = 50$ (рис. 3, 5).

Из рис. 2 следует, что при малом числе импульсов применение совместной КПО (17) временного положения вместо ОМП (4) приводит к значительному увеличению рассеяния оценки лишь в сравнительно узкой области значений ОСШ ($1 \leq z \leq 3$). Соответственно, применение КО (39) приводит к существенному проигрышу в точности оценки при ОСШ, лежащих в интервале $2 \leq z \leq 7$. При ОСШ $z > 7$ все три алгоритма оценки обеспечивают приблизительно одинаковую точность оценки временного положения. При большом числе импульсов в последовательности оценки временного положения по сравнению с точностью совместной КПО остается заметным во всем диапазоне значений ОСШ. В то же время, КО, существенно проигрывая в точности ОМП и КПО при умеренных значениях ОСШ ($z \leq 7,5$), при больших ОСШ, когда $z \gg 7,5$ обеспечивает точность, совпадающую с точностью эффективной оценки.

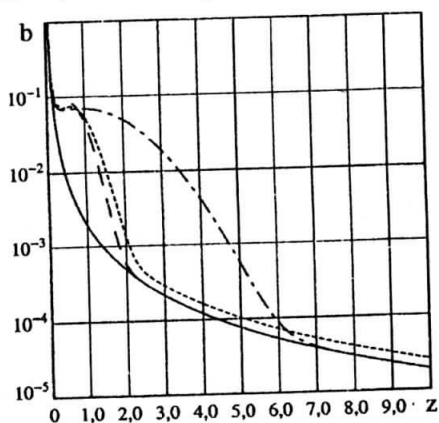


Рис. 4

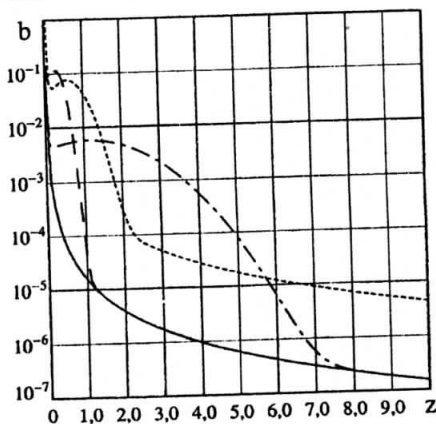


Рис. 5

Из рис. 4 следует, что при малом числе импульсов применение совместной КПО (17) периода следования вместо ОМП (4) приводит к значительному увеличению рассеяния оценки в области значений ОСШ $1 \leq z \leq 3$ и незначительному в области ОСШ $z > 3$. Соответственно, применение КО (40) приводит к существенному проигрышу в точности оценки при ОСШ, лежащих в интервале $2 \leq z \leq 7$. При увеличении числа импульсов в последовательности (1) (рис. 5) относительная точность совместной КПО периода следования значительно снижается на всем диапазоне значений ОСШ. В то же время, совместная КО периода следования, существенно проигрывая в точности совместной ОМП и КПО при умеренных значениях ОСШ ($z \leq 8$), при больших ОСШ, когда $z > 8$ обеспечивает точность, совпадающую с точностью эффективной оценки.

Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор между различными алгоритмами совместной оценки временного положения и периода следования импульсов последовательности в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и степени простоты аппаратной реализации алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Куликов Е. И. Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М., «Сов. Радио», 1978. — 296 с.
2. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и навигации М., «Радио и связь», 1992. — 304 с.
3. Лезин Ю. С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. М., «Сов. Радио», 1969. — 446 с.
4. Трифонов А. П., Ледовских Н. В. Совместная оценка временного положения и периода следования импульсов с использованием рециркулятора // Радиоэлектроника, — 2005. — №8 — С.3–13 (Изв. вузов).
5. Трифонов А. П., Ледовских Н. В. Квазиоптимальная оценка периода следования импульсов // Радиоэлектроника, — 2006. — №10 — С.15–25 (Изв. вузов).
6. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
7. Трифонов А. П., Беспалова М. Б. Эффективность совместной оценки временного положения и периода следования импульсов при наличии неинформативных параметров // Радиотехника и электроника. — 1992. — Т.37. — №6. — С. 1014–1023.

Воронежский гос. университет.

Поступила в редакцию 09.01.07

УДК 621.396.676

ЛОБКОВА Л. М., ЛУКЬЯНЧИКОВ А. В.

МЕТОД УПРАВЛЕНИЯ ПОЛЯРИЗАЦИОННОЙ СТРУКТУРОЙ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ СПИРАЛЬНОЙ КОНИЧЕСКОЙ АНТЕННЫ

Предложен метод управления поляризацией поля излучения, позволяющий снизить потери связанные с поляризационным рассогласованием антенн до 3 дБ на примере четырехзаходной конической спиральной антенны. Представлены результаты экспериментального исследования устройства коммутации, позволяющего реализовать требуемое амплитудно-фазовое возбуждение каждого из заходов спирального излучателя.

Для состояния теории и техники передачи информационных и мультимедийных сообщений по радиоканалам характерно стремление решать задачи синтеза соответствующих радиосистем с учетом реальных условий их работы. Стремление учесть изменение параметров канала радиосвязи, что наиболее сильно проявляется в системах подвижной радиосвязи, приводит к актуальной