

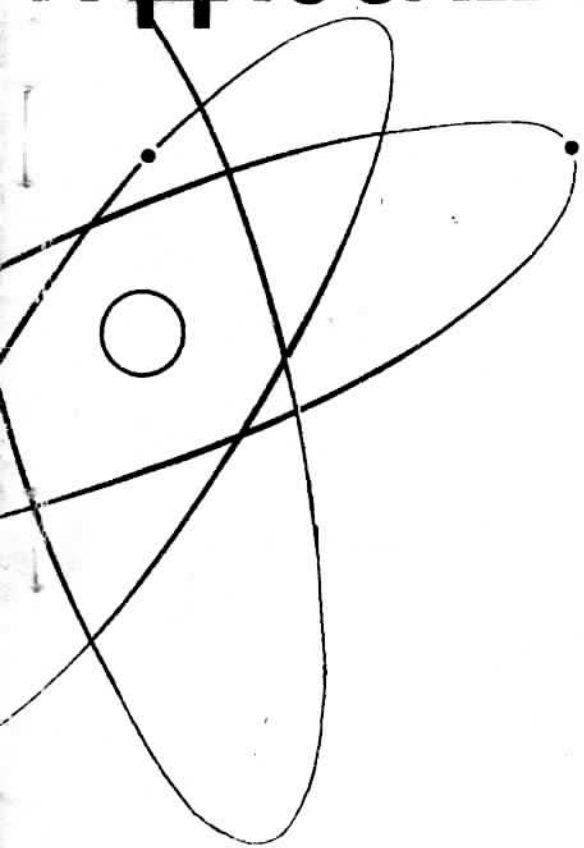
261



ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 50

11-12

ноябрь-декабрь

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2007

ТРИФОНОВ А. П., САВИН С. А.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ И ОЦЕНКИ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ НЕОДНОРОДНОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ

Рассмотрены максимально правдоподобный алгоритм обнаружения неоднородного изображения пространственно-протяженного объекта с неизвестным местоположением на фоне пространственного гауссовского белого шума и максимально правдоподобный алгоритм оценки неизвестной координаты изображения. Найдены характеристики обнаружения и оценки с учетом аномальных ошибок.

В настоящее время активно развиваются методы дистанционного наблюдения, учитывающие пространственную протяженность реальных объектов, что объясняется существенно возросшей разрешающей способностью систем дистанционного наблюдения. Вопросы обработки изображений пространственно протяженных объектов рассматривались в [1–3] и др. При этом, как правило, предполагалось, что местоположения изображения в области наблюдения априори известно. Лишь в [3] исследовано обнаружение изображения с неизвестным априори местоположением. Однако в этой работе предполагалось, что интенсивность изображения описывается регулярной (дифференцируемой) функцией координат. Такими свойствами обычно обладают изображения пространственно-протяженных объектов, формируемые системами дистанционного наблюдения с низким разрешением. По мере улучшения разрешения изображения пространственно-протяженных объектов обладают все более резкими и четко выделенными границами. Это позволяет аппроксимировать интенсивность изображения пространственно-протяженных объектов функциями, которые изменяются на границах изображения скачком [4–6]. В работе [6] рассматривалась эффективность алгоритмов обнаружения однородных изображений с неизвестным местоположением, когда интенсивность изображения постоянна и меняется скачком на его границе. Однако высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения позволяет не только выделить изображение по перепаду интенсивности на его границе, но и различать неоднородности распределения интенсивности изображения. Действительно, если разрешающая способность системы дистанционного наблюдения достаточно высока, так что размеры неоднородностей изображения велики по сравнению с размерами элемента разрешения, то оказывается существенной зависимость интенсивности изображения от про-

пространственных координат. В связи с этим представляет интерес задача синтеза и анализа обнаружителя и измерителя местоположения неоднородного изображения с интенсивностью, изменяющейся в пределах изображения.

Пусть в двумерной области Ω обработке доступна реализация случайного поля

$$\xi(x, y) = \gamma_0 \tilde{s}(x, y, \lambda_0, \eta_0) + n(x, y), \quad x, y \in \Omega, \quad (1)$$

где $\tilde{s}(x, y, \lambda, \eta) = f(x - \lambda, y - \eta) I(x - \lambda, y - \eta)$ изображение с интенсивностью $f(x, y)$, которое занимает область $\Omega_S(\lambda, \eta)$, описываемую индикаторной функцией

$$I(x, y) = \begin{cases} 1, & x, y \in \Omega_S(0, 0), \\ 0, & x, y \notin \Omega_S(0, 0). \end{cases}$$

В (1) $n(x, y)$ — белый гауссовский пространственный шум с односторонней спектральной плотностью N_0 . Параметр $\gamma_0 = \{0, 1\}$ определяет наличие или отсутствие изображения в реализации случайного поля $\xi(x, y)$ (1). В области наблюдения выберем систему координат так, чтобы

$$\iint_{\Omega} x I(x, y) dx dy = \iint_{\Omega} y I(x, y) dx dy = 0,$$

то есть начало координат расположим в центре тяжести области $\Omega_S(0, 0)$, описываемой индикатором $I(x, y)$. Тогда λ, η — координаты центра тяжести области $\Omega_S(\lambda, \eta)$, описываемой индикатором $I(x - \lambda, y - \eta)$.

Пусть η_0 в (1) известно априори, тогда без потери общности можем положить $\eta_0 = 0$ и переписать (1) как

$$\xi(x, y) = \gamma_0 s(x, y, \lambda_0) + n(x, y), \quad x, y \in \Omega, \quad (2)$$

$$s(x, y, \lambda) = f(x - \lambda, y) I(x - \lambda, y). \quad (3)$$

Полагаем, что абсцисса λ_0 центра тяжести области $\Omega_S(\lambda_0, 0)$, занимаемой изображением, априори неизвестна и принимает значения из интервала $[-\lambda_{\max} / 2; \lambda_{\max} / 2]$. По результатам наблюдения надо вынести решение о наличии или отсутствии изображения в реализации случайного поля (2).

Для решения задачи обнаружения изображения (3) необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) [4]

$$L(\lambda) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega} \xi(x, y) s(x, y, \lambda) dx dy. \quad (4)$$

Для уменьшения потерь в эффективности обнаружения вследствие незнания местоположения изображения целесообразно использовать максимально правдоподобный обнаружитель (МПО) [7, 8]. Для синтеза МПО вместо неиз-

вестного местоположения λ_0 будем использовать его оценку максимального правдоподобия $\hat{\lambda}$ [7]. При максимально правдоподобном обнаружении необходимо формировать логарифм ФОП (4) для всех значений λ из априорного интервала $[-\lambda_{\max}/2; \lambda_{\max}/2]$. После этого надо найти значение $\hat{\lambda}$, при котором логарифм ФОП достигает своего максимального значения, и сравнить наибольшее значение логарифма ФОП с порогом h , задаваемым критерием оптимальности. Таким образом, МПО реализует алгоритм

$$\hat{L} = \sup_{\lambda \in [-\lambda_{\max}/2; \lambda_{\max}/2]} L(\lambda) > h. \quad (5)$$

Если выполняется неравенство (5), то выносится решение о наличии изображения в принятой реализации случайного поля, в противном случае — об отсутствии.

Для определения характеристик алгоритма МПО (5) исследуем статистические характеристики логарифма ФОП (4). Подставляя (2) в (4), логарифм ФОП можно представить в виде суммы сигнальной и шумовой составляющих [9]

$$L(\lambda) = \gamma_0 z^2 S(\lambda, \lambda_0) + zN(\lambda),$$

где

$$N(\lambda) = 2 \iint n(x, y) s(x, y, \lambda) dx dy / z N_0 \quad (6)$$

— шумовая функция,

$$S(\lambda, \lambda_0) = 2 \iint_{\Omega} s(x, y, \lambda_0) s(x, y, \lambda) dx dy / z^2 N_0 \quad (7)$$

— сигнальная функция, а

$$z^2 = 2 \iint_{\Omega} s^2(x, y, \lambda) dx dy / N_0 \quad (8)$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ). Шумовая функция (6) представляет собой реализацию центрированного гауссовского процесса с корреляционной функцией $\langle N(\lambda_1) N(\lambda_2) \rangle = S(\lambda_1, \lambda_2)$.

Для расчета характеристик алгоритма обнаружения надо установить свойства сигнальной функции (7). Подставляя (3) в (7) перепишем сигнальную функцию в виде

$$S(\lambda, \lambda_0) = \iint_{\Omega} f(x - \lambda, y) f(x - \lambda_0, y) I(x - \lambda, y) I(x - \lambda_0, y) dx dy / \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy, \quad (9)$$

где $\Omega_S \equiv \Omega_S(0, 0)$.

Если отношение сигнал/шум z^2 велико, то характеристики алгоритма обнаружения (5) определяются поведением сигнальной функции (7) в окрестностях истинного значения λ_0 [7]. Разложим сигнальную функцию в ряд по $\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0$. Согласно (9), сигнальная функция непрерывно дифференцируема в окрестности точки λ_0 справа и слева, исключая значение $\lambda = \lambda_0$, где производная терпит разрыв непрерывности первого рода. Поэтому если $|\Delta\lambda| \rightarrow 0$ то разложение для (9) будет иметь вид при $\lambda \geq \lambda_0$

$$S(\Delta\lambda) = 1 + \left[\frac{d}{d\Delta\lambda} S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) \right]_{\Delta\lambda=0+} \Delta\lambda + o(|\Delta\lambda|) \quad (10)$$

а при $\lambda \leq \lambda_0$

$$S(\Delta\lambda) = 1 + \left[\frac{d}{d\Delta\lambda} S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) \right]_{\Delta\lambda=0-} \Delta\lambda + o(|\Delta\lambda|) \quad (11)$$

В (10), (11)

$$S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) = \frac{\iint_{\Omega} f(x - \lambda_0 - \Delta\lambda, y) f(x - \lambda_0, y) I(x - \lambda_0 - \Delta\lambda, y) I(x - \lambda_0, y) dx dy}{\iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy} \quad (12)$$

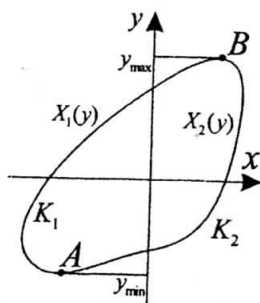


Рис. 1

Пусть область $\Omega_S(0,0)$, занимаемая изображением и задаваемая индикатором $I(x, y)$ имеет вид показанный на рис. 1. Спроектируем эту область на ось Oy . Здесь $y_{\min}$ — минимальное, а $y_{\max}$ — максимальное значения координаты y проекции области $\Omega_S(0,0)$ на ось ординат. Обозначим через A, B точки на границе области $\Omega_S(0,0)$ с минимальным и максимальным значениями координаты по оси Oy , а через $X_1(y), X_2(y)$ — параметрическое описание левой и правой частей границы области занимаемой изображением относительно прямой AB .

Используя обозначения рис. 1 подставим пределы интегрирования в (12). Получаем, что при $\lambda \geq \lambda_0$

$$S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \int_{X_1(y) + \lambda_0}^{X_2(y) + \lambda_0} f(x - \lambda_0 - \Delta\lambda, y) f(x - \lambda_0, y) dx dy / \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy, \quad (13)$$

а при $\lambda \leq \lambda_0$

$$S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \int_{X_1(y) + \lambda_0}^{X_2(y) + \lambda_0 + \Delta\lambda} f(x - \lambda_0 - \Delta\lambda, y) f(x - \lambda_0, y) dx dy / \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy. \quad (14)$$

Дифференцируя (13), (14) по $\Delta\lambda$ и переходя к соответствующим пределам, найдем коэффициенты разложения сигнальной функции в (10), (11)

$$\left. \frac{d}{d\Delta\lambda} S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) \right|_{\Delta\lambda=0_+} = - \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \left[f^2(X_1(y), y) + \int_{X_1(y)}^{X_2(y)} f(x, y) \frac{df(x, y)}{dx} dx \right] dy / \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy, \quad (15)$$

$$\left. \frac{d}{d\Delta\lambda} S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) \right|_{\Delta\lambda=0_-} = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \left[f^2(X_2(y), y) - \int_{X_1(y)}^{X_2(y)} f(x, y) \frac{df(x, y)}{dx} dx \right] dy / \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy, \quad (16)$$

Выполняя в (15), (16) интегрирование по частям для коэффициентов разложения (10), (11) получаем выражения

$$\left. \frac{d}{d\Delta\lambda} S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) \right|_{\Delta\lambda=0_+} = -\delta_H, \quad \left. \frac{d}{d\Delta\lambda} S(\lambda_0 + \Delta\lambda, \lambda_0) \right|_{\Delta\lambda=0_-} = \delta_H, \quad (17)$$

где

$$\delta_H = \left[\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f^2(X_1(y), y) dy + \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f^2(X_2(y), y) dy \right] / 2 \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy. \quad (18)$$

Подставляя (17) в (10), (11) и объединяя эти два выражения, находим, что при $|\Delta\lambda| \rightarrow 0$ для сигнальной функции (9) справедливо асимптотическое разложение

$$S(\Delta\lambda) = 1 - \delta_H |\Delta\lambda| + o(|\Delta\lambda|). \quad (19)$$

Если изображение имеет постоянную интенсивность, т.е. $f(x, y) = \text{const}$, то

$$\delta_H = \delta = l_y / G_S, \quad (20)$$

где $l_y = y_{\max} - y_{\min}$ — длина проекции изображения на ось Oy (рис.1), G_S — площадь изображения. В этом случае разложение для сигнальной функции (19) совпадает с выражением, полученным в [6] для однородного изображения.

Интегралы в числителе выражения (18) представляют собой криволинейные интегралы второго рода, взятые по проекции на ось Oy отрезков K_1, K_2 кривых заданных параметрически $X_1(y), X_2(y)$ от точки A до точки B (рис. 1) [10]

$$\int_{(K_1)} f^2(x, y) dy = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f^2(X_1(y), y) dy, \quad \int_{(K_2)} f^2(x, y) dy = \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f^2(X_2(y), y) dy.$$

Криволинейные интегралы второго рода определяется как предел суммы значений функции $f^2(x, y)$, взятых в точках на отрезках K_1, K_2 и умноженных на длину проекции отрезков между этими точками на ось y . Из выражения (18) видно, что параметр δ_H не зависит от того, какой вид имеет распределение интенсивности внутри изображения и определяется только суммой квадратов скачков интенсивности на границах изображения K_1, K_2 умноженных на длину проекций отрезков между этими точками на ось Oy (рис. 1).

С увеличением $|\Delta\lambda|$ сигнальная функция (9) убывает и при $|\Delta\lambda| > l_x$, как следует из (12) обращается в ноль. Здесь l_x — длина проекции изображения на ось Ox . Сигнальная функция не имеет второй производной при $\Delta\lambda = 0$, так что реализации логарифма ФОП (4) не дифференцируемы, но непрерывны с вероятностью 1 [7]. Установленные свойства сигнальной функции позволяют применить метод локально-марковской аппроксимации для расчета характеристик алгоритма МПО [7, 8].

Эффективность обнаружения будем характеризовать вероятностью ложной тревоги α_H и вероятностью пропуска изображения β_H . Используя метод локально-марковской аппроксимации, аналогично [6, 7] получаем асимптотические выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска изображения с неизвестным местоположением при обнаружении по методу максимального правдоподобия

$$\alpha_H = \begin{cases} 1 - \exp(-m_H u \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}), & u \geq 1, \\ 1, & u < 1, \end{cases}$$

$$\beta_H = \begin{cases} (1 - \alpha_H)(\Phi(u - z) - 2\exp(3z^2/2 - uz) \times \\ \times \Phi(u - 2z) + \exp(uz^2 - 2uz)\Phi(u - 3z)), & u \geq lu < 1. \end{cases} \quad (21)$$

Здесь

$$m_H = \delta_H \lambda_{\max}, \quad (22)$$

$u = h/z$ — нормированный порог, $\Phi(x) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$ — интеграл вероятности. Параметр m_H равен числу элементов разрешения по координате

х для рассматриваемого изображения [7]. Точность формул (21) улучшается с увеличением m_H и z . Если $u \gg 1$, так что $\alpha_H < 0,1$, то вероятность ложной тревоги можно приближенно переписать в виде

$$\alpha_H \approx m_H u \exp(-u^2 / 2) / \sqrt{2\pi}. \quad (23)$$

Если изображение однородное, то есть $f(x, y) = \text{const}$, тогда в формулах (21), (22), (23) надо заменить $\delta_H Z$ (18) на δ (20). В результате формулы (21), (22) после такой замены будут совпадать с формулами, полученными в [6]

$$\alpha = \begin{cases} 1 - \exp(-\mu \exp(-u^2 / 2) / \sqrt{2\pi}), & u \geq 1, \\ 1, & u < 1, \end{cases}$$

$$\beta = \begin{cases} (1 - \alpha)(\Phi(u - z) - 2 \exp(3z^2 / 2 - uz) \times \\ \times \Phi(u - 2z) + \exp(uz^2 - 2uz) \Phi(u - 3z)), & u \geq 1, \\ 0, & u < 1, \end{cases} \quad (24)$$

где $m = \delta \lambda_{\max}$, а приближенное выражение для вероятности ложной тревоги (23) примет вид

$$\alpha \approx \mu \exp(-u^2 / 2) / \sqrt{2\pi}. \quad (25)$$

Рассмотрим зависимость характеристик обнаружения от степени неоднородности изображения на примере изображения в форме эллипса с осями a, b . Ось b наклонена под углом θ к оси Ox . Интенсивность изображения меняется линейно вдоль оси b и описывается выражением

$$f(x, y) = K \left[\frac{1+q}{2} + \frac{1-q}{b} (x \cos \theta + y \sin \theta) \right],$$

$$q = f(-b/2, 0 | \theta = 0) / f(b/2, 0 | \theta = 0). \quad (26)$$

Здесь q определяет относительное изменение интенсивности изображения. Нормировочный коэффициент K обеспечивает независимость энергии изображения от относительного изменения интенсивности

$$E = \iint_{\Omega_S} f^2(x, y) dx dy = ab\pi K^2 (1 + q^2) / 2 = \pi ab F^2, \quad K = \sqrt{2F} / \sqrt{1 + q^2},$$

где параметр F характеризует амплитуду интенсивности изображения.

Для изображения (3), интенсивность которого описывается формулой (26), параметры δ_H (18), m_H (19) равны

$$\delta_H = \frac{\sqrt{2}(\varepsilon^2(7-2q+7q^2)\sin^2\theta + (11-10q+11q^2)\cos^2\theta)}{3\sqrt{\pi G_S \varepsilon}(1+q^2)\sqrt{1+\varepsilon^2+(1-\varepsilon^2)\cos 2\theta}}, \quad (27)$$

$$m_H = \frac{\sqrt{2}(\varepsilon^2(7-2q+7q^2)\sin^2\theta + (11-10q+11q^2)\cos^2\theta)}{3\sqrt{\pi \varepsilon}(1+q^2)\sqrt{1+\varepsilon^2+(1-\varepsilon^2)\cos 2\theta}} \Lambda_m,$$

$$\Lambda_m = \lambda_{\max} / \sqrt{G_S},$$

где $\varepsilon = b/a$ — отношение осей эллипса.

Если изображения (3) имеет постоянную интенсивность то, полагая в (26), (27), $q = 1$, имеем

$$\delta = 2\sqrt{\cos^2\theta + \varepsilon^2 \sin^2\theta} / \sqrt{\pi G_S \varepsilon}, \quad m = \delta \lambda_{\max} = 2\sqrt{\cos^2\theta + \varepsilon^2 \sin^2\theta} \Lambda_m / \sqrt{\pi \varepsilon}, \quad (28)$$

что совпадает с результатами [6].

Согласно (21), (24) при α_H , $\alpha \ll 1$, вероятности пропуска однородного и неоднородного изображений с одинаковой энергией совпадают. Поэтому чтобы охарактеризовать влияние относительного изменения интенсивности q (26) на эффективность обнаружения рассмотрим отношение вероятностей ложной тревоги для неоднородного и однородного изображений. Из (23), (25) получаем, что

$$\chi = \alpha_H / \alpha = \delta_H / \delta = \frac{(11-10q+11q^2)\cos^2\theta + \varepsilon^2(7-2q+7q^2)\sin^2\theta}{6(1+q^2)(\cos^2\theta + \varepsilon^2 \sin^2\theta)}. \quad (29)$$

График зависимости χ (29) от относительного изменения интенсивности изображения q (26) представлен на рис. 2. Сплошные кривые соответствуют наклону оси эллипса b на угол $\theta = \pi/6$, а штрихпунктирные кривые наклону на угол $\theta = \pi/3$. Кривые 1 рассчитаны при $\varepsilon = 5$, кривые 2 — при $\varepsilon = 1$, кривые 3 — при $\varepsilon = 1/2$. Штриховыми кривыми на рис. 2 показаны два граничных случая при $\theta = 0$ (кривая 4) и $\theta = \pi/2$ (кривая 5).

Из рис. 2 видно, что вероятность ложной тревоги при обнаружении неоднородного изображения выше, чем при обнаружении однородного изображения. Анализируя выражения (29) получаем, что величина χ находится внутри интервала $[\chi_1, \chi_2]$:

$$\chi_1 = (7-2q+7q^2)/6(1+q^2), \quad \chi_2 = (11-10q+11q^2)/6(1+q^2).$$

Границы интервала χ_1, χ_2 соответствуют кривым 4, 5 на рис. 2. При возрастании степени неоднородности изображения, то есть с ростом величины q , границы интервала значений χ (29) асимптотически стремятся к постоянным величинам $\lim_{q \rightarrow \infty} \chi_1 = 7/6 \approx 1,17$, $\lim_{q \rightarrow \infty} \chi_2 = 11/6 \approx 1,83$. Для неоднородных изобра-

жений вероятность ложной тревоги имеет наименьшее значение, когда проекция изображения на ось Ox максимальна (изображение вытянуто вдоль оси абсцисс). При $\varepsilon = 1$ (кривые 2), когда изображение имеет форму круга, наблюдается зависимость вероятности ложной тревоги только от направления оси b (26), вдоль которой меняется интенсивность изображения. Из сопоставления сплошной и штрихпунктирной кривых 2 видно, что изменение интенсивности вдоль оси Ox оказывает большее влияние на вероятность ложной тревоги, чем изменение интенсивности вдоль оси Oy .

Таким образом, неоднородность изображения приводит к снижению эффективности его обнаружения при априори неизвестном местоположении. Отметим, что эффективность обнаружения изображения с априори известным местоположением не зависит от степени неоднородности изображения, а определяется только его энергией [7].

Рассмотрим теперь задачу оценки местоположения изображения (3), полагая, что $\gamma_0 \equiv 1$. Алгоритм оценки максимального правдоподобия (ОМП) состоит в отыскании положения $\hat{\lambda}$ абсолютного максимума логарифма ФОП $L(\lambda)$ (4): $\hat{\lambda} = \operatorname{argsup} L(\lambda), \lambda \in [-\lambda_{\max} / 2, \lambda_{\max} / 2]$.

Точность оценки будем характеризовать смещением и средним квадратом ошибки (рассеянием) [9]. Согласно (19) сигнальная функция не имеет второй производной при $\Delta\lambda = 0$. Следовательно, установить характеристики оценки методом малого параметра [9] не представляется возможным. Для нахождения характеристик оценки воспользуемся методом локально-марковской аппроксимации [11]. Положим вначале, что ОСШ достаточно велико, так что аномальные ошибки пренебрежимо малы и оценка является надежной. Характеристики надежной ОМП координаты λ_0 изображения при сигнальной функции (9) допускающей представление (19) можно получить методом локально-марковской аппроксимации, предложенным в [11]

$$b_{0H}(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \langle \hat{\lambda} - \lambda_0 \rangle = 0,$$

$$V_{0H}(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \langle (\hat{\lambda} - \lambda_0)^2 \rangle = 13 / 2z^4 \delta_H^2 =$$

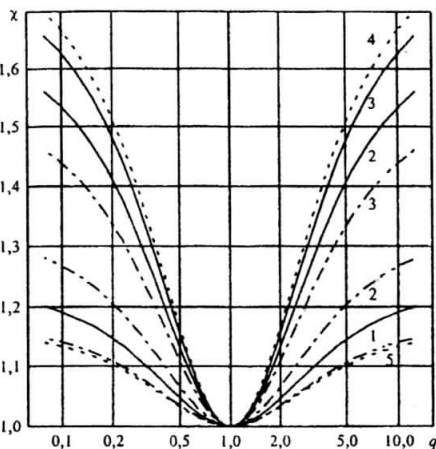


Рис. 2

$$= 13N_0^2 / 2 \left[\int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f^2(X_1(y), y) dy + \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} f^2(X_2(y), y) dy \right]^2. \quad (30)$$

Из выражения (30) видим, что рассеяние надежной оценки не зависит от того, какой вид имеет распределение интенсивности внутри изображения и определяется только суммой квадратов скачков интенсивности на границах изображения K_1 , K_2 умноженных на длину проекций отрезков между этими точками на ось y (рис. 1).

Рассмотрим, как влияет неоднородность изображения на рассеяние надежной оценки местоположения (30) на примере изображения в форме эллипса. Интенсивность изображения определяется формулой (26). Для данного изображения параметр δ_H определяется выражением (27). Подставив (27) в формулу (30), получим выражение для рассеяний надежной оценки местоположения неоднородного изображения

$$V_{0H}(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \frac{117\pi G_S \varepsilon (1+q^2)^2 (1+\varepsilon^2 + (1-\varepsilon^2)\cos 2\theta)}{4z^4 (\varepsilon^2 (7-2q+7q^2)\sin^2 \theta + (11-10q+11q^2)\cos^2 \theta)^2}.$$

Если в этой формуле положить $q=1$, то получим выражение для рассеяния оценки местоположения однородного изображения

$$V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0) = V_{0H}(\hat{\lambda}|\lambda_0)|_{q=1} = 13\pi G_S / 8z^4 (\varepsilon \sin^2 \theta + \cos^2 \theta / \varepsilon).$$

Для того чтобы охарактеризовать влияние относительного изменения интенсивности изображения q (26) на точность надежной ОМП местоположения изображения рассмотрим отношение

$$\kappa = V_{0H}(\hat{\lambda}|\lambda_0) / V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \left(\frac{6(1+q^2)(\cos^2 \theta + \varepsilon^2 \sin^2 \theta)}{(11-10q+11q^2)\cos^2 \theta + \varepsilon^2 (7-2q+7q^2)\sin^2 \theta} \right)^2. \quad (31)$$

График зависимости κ (31) от относительного изменения интенсивности изображения q (26) представлен на рис. 3. Сплошные кривые соответствуют наклону оси эллипса b на угол $\theta = \pi/6$, а штрихпунктирные кривые наклону на угол $\theta = \pi/3$. Кривые 1 рассчитаны при $\varepsilon = 5$, кривые 2 — при $\varepsilon = 1$, кривые 3 — при $\varepsilon = 1/2$. Штриховыми кривыми на рис. 3 показаны два граничных случая при $\theta = 0$ (кривая 4) и $\theta = \pi/2$ (кривая 5).

Из графиков видно, что рассеяние надежной оценки местоположения уменьшается с возрастанием относительного изменения интенсивности изображения q . Анализируя выражение (31) получаем, что величина κ находится внутри интервала $[\kappa_1, \kappa_2]$

$$\kappa_1 = (6(1+q^2)/(11-10q+11q^2))^2, \quad \kappa_2 = (6(1+q^2)/(7-2q+7q^2))^2.$$

Границы интервала κ_1, κ_2 соответствуют кривым 4, 5 на рис. 3. При увеличении степени неоднородности изображения, то есть с ростом величины q , границы интервала асимптотически стремятся к постоянным величинам $\lim_{q \rightarrow \infty} \kappa_1 = 36/121 \approx 0,30$, $\lim_{q \rightarrow \infty} \kappa_2 = 36/49 \approx 0,73$. Для неоднородного изображения рассеяние надежной оценки местоположения изображения имеет наименьшее значение, когда проекция изображения на ось Oy максимальна (эллипс вытянут вдоль оси ординат).

При $\varepsilon = 1$ (кривые 2), когда изображение имеет форму круга, наблюдается зависимость рассеяния надежной оценки только от направления оси b (26), вдоль которой меняется интенсивность изображения. Из сопоставления сплошной и штрихпунктирной кривых 2 видно, что изменение интенсивности вдоль оси Ox оказывает большее влияние на рассеяние надежной оценки, чем изменение интенсивности вдоль оси Oy .

Выражения (30) получены в предположении, что ОМП является надежной, то есть вероятность аномальных ошибок пренебрежимо мала. Аномальные ошибки, как правило, появляются при небольших отношениях сигнал/шум и больших априорных интервалах $\lambda_{\max}$ возможных значений оцениваемого параметра за счет ложных выбросов логарифма ФОП [9]. С учетом аномальных ошибок смещение и рассеяние ОМП равны [11]

$$b_H(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \langle \hat{\lambda} - \lambda_0 \rangle = -(1 - P_{0H})\lambda_0,$$

$$V_H(\hat{\lambda}|\lambda_0) = \langle (\hat{\lambda} - \lambda_0)^2 \rangle = P_{0H}V_{0H}(\hat{\lambda}|\lambda_0) + (1 - P_{0H})(\lambda_{\max}^2/12 + \lambda_0^2).$$

$$P_{0H} = 2z \exp(3z^2/2) \int_1^{\infty} \exp\left[-\frac{m_H x}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)\right] \times \\ \times [\exp(-zx)\Phi(x-2z) - \exp(5z^2/2 - 2zx)\Phi(x-3z)] dx, \quad (32)$$

где m_H определяется формулой (22), а P_{0H} — вероятность надежной оценки. Формулы (32) позволяют приближенно рассчитать характеристики ОМП для больших, но конечных значений z и m_H . При $z \rightarrow \infty, m_H \rightarrow \infty$ они асимптотически точны. Иногда удобнее описывать свойства ОМП вероятностью аномальной ошибки $P_{aH} = 1 - P_{0H}$. При $z \gg 1$ и умеренных значениях m_H (22) для вероятности аномальной ошибки справедлива аппроксимация [11]

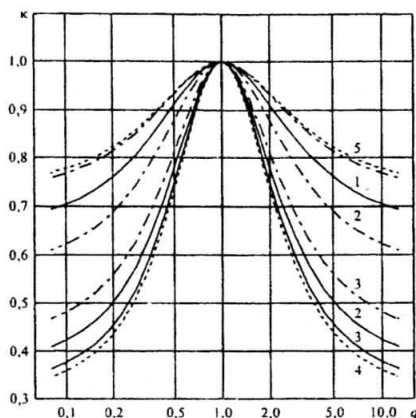


Рис. 3

$$P_{aH} \approx 2zm_H \exp(-z^2/4)/15\sqrt{\pi}. \quad (33)$$

Если изображение однородное, то есть $f(x, y) = \text{const}$, тогда в (32) надо заменить δ_H (18) на δ (20). В результате для однородного изображения имеем

$$b(\hat{\lambda}|\lambda_0) = -(1-P_0)\lambda_0, V(\hat{\lambda}|\lambda_0) = P_0V_0(\hat{\lambda}|\lambda_0) + (1-P_0)(\lambda_{\max}^2/12 + \lambda_0^2).$$

$$P_0 = 2z \exp(3z^2/2) \int_1^{\infty} \exp\left[-\frac{mx}{\sqrt{2\pi}} \exp(-x^2/2)\right] \times \\ \times [\exp(-zx)\Phi(x-2z) - \exp(5z^2/2 - 2zx)\Phi(x-3z)] dx,$$

где $m = \delta\lambda_{\max}$. Выражение (32) для аппроксимации вероятности аномальной ошибки при больших ОСШ принимает вид

$$P_a \approx 2zm \exp(-z^2/4)/15\sqrt{\pi}. \quad (34)$$

Рассмотрим влияние степени неоднородности интенсивности изображения на вероятность аномальной ошибки. Для этого введем отношение вероятности аномальной ошибки для неоднородного изображения (33) к вероятности аномальной ошибки для однородного изображения (34)

$$\chi = P_{aH} / P_a = \delta_H / \delta \quad (35)$$

В качестве примера рассмотрим изображение в форме эллипса с осями a, b , ось b которого наклонена под углом θ к оси Ox . Интенсивность изображения определяется формулой (26). В этом случае выражение (35) совпадает с выражением (29) полученным для отношения вероятностей ложной тревоги. График зависимости функции χ (35) от относительного изменения интенсивности изображения q (26) представлен на рис. 2. Согласно рис. 2 по мере увеличения степени неоднородности изображения вероятность аномальной ошибки возрастает.

Из полученных результатов следует, что при обнаружении неоднородных изображений с неизвестным местоположением вероятность ложной тревоги возрастает по мере увеличения степени неоднородности изображения, вероятность пропуска изображения практически не изменяется. В целом эффективность обнаружения неоднородных изображений по сравнению с эффективностью обнаружения однородных изображений снижается. Рассеяние надежной оценки местоположения уменьшается при увеличении степени неоднородности изображения, а вероятность аномальной ошибки возрастает.

Работа выполнена при поддержке РФФИ и администрации Воронежской области (проекты 06-07-96301 и 07-01-00042).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Островитянов Р. В., Басалов В. Ф. Статистическая теория радиолокации протяженных объектов. — М.: Радио и связь, 1982. — 232 с.
2. Красильников Н. Н. Теория передачи и восприятия изображений. — М.: Радио и связь, 1986. — 248 с.
3. Трифонов А. П., Зюльков А. В. Характеристики обнаружения и оценки положения источника сигнала, модулирующего пуассоновское случайное поле // Радиоэлектроника. — 1981. — т. 26, №12, С. 32–38. (Изв. вузов).
4. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение квазидетерминированного изображения при наличии фона с неизвестными параметрами // Автометрия. — 2002. — т. 38, №4, С. 19–31.
5. Бычков А. А., Понькин В. А. Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. — 1992. — №4, С. 33–40.
6. Трифонов А. П., Савин С. А. Эффективность обнаружения изображения с неизвестным местоположением // Радиоэлектроника. — 2006. — т. 49, №9, С. 3–13. (Изв. вузов).
7. Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др. Теория обнаружения сигналов // Под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.
8. Трифонов А. П., Нечаев Е. П., Парфенов В. И., Обнаружение стохастических сигналов с неизвестными параметрами. — Воронеж, ВГУ, 1991. — 246 с.
9. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. — М.: Сов. Радио, 1978. — 296 с.
10. Бронштейн И. Н., Семендяев К. А. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов. — М.: Наука. Физматлит, 1998. — 608 с.
11. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.

Воронежский гос. ун-т.

Поступила в редакцию 16.01.07

УДК 621.396.96

БЕЛЕЦКИЙ Ю. С.

НЕПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕТОДА ДВУСТОРОННЕГО КонтРАСТА ПРИ ОБНАРУЖЕНИИ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ НОРМАЛЬНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ И СИЛЬНО КОРРЕЛИРОВАННЫХ ШУМОВЫХ ПОМЕХ С АПРИОРИ НЕИЗВЕСТНОЙ МОЩНОСТЬЮ

На основании полученных характеристик обнаружения флюктуирующего радиолокационного сигнала приемником, основанном на методе двустороннего контраста, показано, что при пороговом значении функции контраста $z = 1$, метод двустороннего контраста приобретает непараметрические свойства — независимость вероятности ложных тревог от неизвестного распределения шумовых помех. Получены аналитические выражения, показывающие, что, в отличие от известных непараметрических методов, метод двустороннего контраста, при непараметрическом обнаружении флюктуирующего импульсного сигнала на фоне нормальных нестационарных и сильно коррелированных шумовых помех с неизвестной мощностью, обеспечивает независимость вероятности ложных тревог от априори неизвестных