

РАДИОТЕХНИКА

XXI век

5 2008

www.radiotec.ru

В НОМЕРЕ:

*Труды Тамбовского высшего военного
авиационного инженерного училища
радиоэлектроники (военного института)*

Серия: Обработка сигналов и полей

Журнал в журнале

РАДИОСИСТЕМЫ

Выпуск 123

*Информационный конфликт в спектре
электромагнитных волн, № 20*



Тел./факс: (495) 625-9241
E-mail: info@radiotec.ru
[Http://www.radiotec.ru](http://www.radiotec.ru)

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70775 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

УДК 621.391

Характеристики оценки вектора скорости движения пространственно протяженного объекта на неравномерном фоне

А.П. Трифонов, Р.В. Куцов

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма оценки вектора скорости движения пространственно протяженного объекта по изображению при наличии неравномерного фона.

Synthesis and analysis of the maximum likelihood algorithm for estimation of the spatially extensive object velocity vector by the image against a heterogeneous background have been carried out.

В процессе обработки результатов дистанционного наблюдения возникает необходимость в измерении скорости движения объектов по их изображениям. Высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения приводит к необходимости учета эффекта затенения пространственно протяженным объектом (ППО) части подстилающей поверхности [1 – 4]. Рассмотренные в [5] алгоритмы оценки скорости движения объектов по их изображениям работоспособны лишь при слабых случайных искажениях, а выполнить теоретический анализ эффективности их функционирования не удастся. В [4] найдены характеристики максимально правдоподобной (МП) оценки скорости движения изображения объекта, движущегося в известном направлении, однако направление движения объекта часто неизвестно.

Цель работы – синтез и анализ МП алгоритма измерения вектора скорости движения ППО по его изображению при наличии неравномерного фона.

Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля $\Xi(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей Ω , а t – время. Положим [2, 4], что поле $\Xi(\mathbf{r}, t)$ содержит изображение движущегося из заданного положения с априори неизвестным вектором скорости $\mathbf{V}_0$ объекта $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, неподвижный фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией $\langle n(\mathbf{r}_1, t_1) n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2$, где N_0 – односторонняя спектральная плотность белого шума. В соответствии с аппликативной моделью [1 – 4], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть Ω_s области Ω , а фон – оставшуюся часть области наблюдения. Будем считать, что разрешающая способность системы наблюдения достаточно высока, так что размеры неоднородностей объекта и фона велики по сравнению с размерами элемента разрешения в плоскости наблюдения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения

$$\Xi(\mathbf{r}, t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + v(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t), \quad (1)$$

где $I_s(\mathbf{r}) = 1$ для $\mathbf{r} \in \Omega_s$ и $I_s(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \notin \Omega_s$ – индикаторная функция, описывающая форму изображения объекта.

Положим, что объект движется из заданного положения с априори неизвестным вектором скорости $\mathbf{V}_0 = V_{0x} \mathbf{i}_x + V_{0y} \mathbf{i}_y$, где $\mathbf{i}_x$ и $\mathbf{i}_y$ – орты осей X и Y прямоугольной системы координат, а V_{0x} , V_{0y} – компоненты вектора $\mathbf{V}_0$, которые представляют собой проекции этого вектора на оси X , Y и принимают значения из априорных интервалов $W_x = [-V_{x\max}/2; V_{x\max}/2]$, $W_y = [-V_{y\max}/2; V_{y\max}/2]$. Обозначим $\mathbf{V} = V_x \mathbf{i}_x + V_y \mathbf{i}_y$ – вектор с компонентами V_x и V_y , W – двумерная область, в пределах которой $V_{0x} \in W_x$, $V_{0y} \in W_y$.

Оценка МП компонент вектора скорости изображения объекта определяется как положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОР) [3, 6, 7]:

$$L(V_x, V_y) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \left\{ \Xi(\mathbf{r}, t) [s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) - v(\mathbf{r})] - \frac{s^2(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) - v^2(\mathbf{r})}{2} \right\} I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt. \quad (2)$$

Логарифм ФОП (2) является функцией двух переменных V_x и V_y , поэтому вначале производится совместная оценка компонент вектора скорости в соответствии с правилом $(\hat{V}_x, \hat{V}_y) = \arg \sup L(V_x, V_y)$, $(V_x, V_y) \in W$, на основе которой формируется оценка вектора скорости

$$\hat{\mathbf{V}} = \hat{V}_x \mathbf{i}_x + \hat{V}_y \mathbf{i}_y. \quad (3)$$

Подставляя в (2) реализацию наблюдаемых данных (1), представим логарифм ФОП в виде суммы сигнальной составляющей и шумовой функции [6]:

$$L(V_x, V_y) = S(V_x, V_y) + N(V_x, V_y), \quad (4)$$

где сигнальная составляющая логарифма ФОП

$$S(V_x, V_y) = \langle L(V_x, V_y) \rangle = S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) - S(V_x, V_x; V_y, V_y)/2, \quad (5)$$

$$S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \iint_{\Omega} [s(x - V_x t, y - V_y t) - v(x, y)] \times \\ \times [s(x - V_{0x} t, y - V_{0y} t) - v(x, y)] I_s(x - V_x t, y - V_y t) I_s(x - V_{0x} t, y - V_{0y} t) dx dy dt \quad (6)$$

– сигнальная функция, а $N(V_x, V_y)$ – шумовая функция, являющаяся реализацией центрированного гауссовского случайного поля, обладающего корреляционной функцией

$$\langle N(V_{1x}, V_{1y}) N(V_{2x}, V_{2y}) \rangle = S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}). \quad (7)$$

Логарифм ФОП (4) является гауссовским случайным полем, поэтому его свойства полностью определяются математическим ожиданием и корреляционной функцией. Согласно (4), (7) сигнальная функция (6) определяет как сигнальную составляющую, так и корреляционную функцию шумовой функции, а значит все свойства логарифма ФОП. При больших значениях отношения сигнал-шум (ОСШ) [6] $\rho^2 = S(V_{0x}, V_{0x}; V_{0y}, V_{0y})/4$ точность оценок компонент вектора скорости зависит от поведения сигнальной функции в окрестности ее максимума [7]. Для определения характеристик оценки рассмотрим свойства функции $S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y})$ в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) . При этом будем полагать, что функции $s(x, y)$ и $v(x, y)$, описывающие интенсивности изображения объекта и фона, непрерывны и непрерывно дифференцируемы.

Рассмотрим случай обнаружения изображения прямоугольного объекта со сторонами l_x и l_y , расположенными вдоль координатных осей X и Y соответственно, так что $I_s(x, y) = 1$ при $|x| \leq l_x/2$, $|y| \leq l_y/2$, и $I_s(x, y) = 0$ в противном случае. При $|V_{2x} - V_{1x}| T \leq l_x$, $|V_{2y} - V_{1y}| T \leq l_y$ функцию (6) можно записать в виде

$$S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\max(V_{1y}, V_{2y})t - l_y/2}^{\min(V_{1y}, V_{2y})t + l_y/2} \int_{\max(V_{1x}, V_{2x})t - l_x/2}^{\min(V_{1x}, V_{2x})t + l_x/2} [s(x - V_{1x}t, y - V_{1y}t) - v(x, y)] [s(x - V_{2x}t, y - V_{2y}t) - v(x, y)] dx dy dt. \quad (8)$$

Согласно (8) функция $S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y})$ непрерывно дифференцируема в окрестности точки истинного значения вектора скорости (V_{0x}, V_{0y}) , за исключением этой точки, где производная терпит разрыв первого рода. Аналогично тому, как это сделано в [4], находим, что при $\Delta = \max(|V_{1x} - V_{0x}|, |V_{2x} - V_{0x}|, |V_{1y} - V_{0y}|, |V_{2y} - V_{0y}|) \rightarrow 0$ для функции $S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y})$ справедливо асимптотическое разложение

$$S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) = z^2 [1 - \delta_x |V_{1x} - V_{2x}| - \varepsilon_x (V_{1x} + V_{2x} - 2V_{0x}) - \delta_y |V_{1y} - V_{2y}| - \varepsilon_y (V_{1y} + V_{2y} - 2V_{0y})] + o(\Delta), \quad (9)$$

где $z^2 = 4\rho^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{-l_y/2}^{l_y/2} \int_{-l_x/2}^{l_x/2} [s(x, y) - v(x + V_{0x}t, y + V_{0y}t)]^2 dx dy dt$ – учетверенное ОСШ на выходе приемника МП, равное величине функции (6) в точке истинного значения скорости;

$$\varepsilon_x = \frac{2}{N_0 z^2} \int_0^T \int_{-l_y/2}^{l_y/2} \int_{-l_x/2}^{l_x/2} [s(x, y) - v(x + V_{0x}t, y + V_{0y}t)] \frac{\partial v(x + V_{0x}t, y + V_{0y}t)}{\partial x} dx dy dt,$$

$$\varepsilon_y = \frac{2}{N_0 z^2} \int_0^T \int_{-l_y/2}^{l_y/2} \int_{-l_x/2}^{l_x/2} [s(x, y) - v(x + V_{0x}t, y + V_{0y}t)] \frac{\partial v(x + V_{0x}t, y + V_{0y}t)}{\partial y} dx dy dt,$$

$$\delta_x = \frac{1}{N_0 z^2} \int_0^T \int_{-l_y/2}^{l_y/2} \left\{ [s(-l_x/2, y) - v(-l_x/2 + V_{0x}t, y + V_{0y}t)]^2 + [s(l_x/2, y) - v(l_x/2 + V_{0x}t, y + V_{0y}t)]^2 \right\} dy dt,$$

$$\delta_y = \frac{1}{N_0 z^2} \int_0^T \int_{-l_x/2}^{l_x/2} \left\{ [s(x, -l_y/2) - v(x + V_{0x}t, -l_y/2 + V_{0y}t)]^2 + [s(x, l_y/2) - v(x + V_{0x}t, l_y/2 + V_{0y}t)]^2 \right\} dx dt.$$

С помощью (5), (9) получаем, что при $\Delta_0 = \max(|V_x - V_{0x}|, |V_y - V_{0y}|) \rightarrow 0$ сигнальная составляющая логарифма ФОП допускает асимптотическое разложение

$$S(V_x, V_y) = z^2 (1 - 2\delta_x |V_x - V_{0x}| - 2\delta_y |V_y - V_{0y}|) / 2 + o(\Delta_0). \quad (10)$$

Согласно (10) сигнальная составляющая логарифма ФОП (5) достигает своего максимального значения в точке истинного значения вектора скорости (V_{0x}, V_{0y}) [6].

Положим, что ОСШ $\rho^2 = z^2/4$ достаточно велико при всех значениях V_{0x}, V_{0y} , так что оценки компонент вектора скорости $\hat{V}_x, \hat{V}_y$ являются надежными [7]. Найдем характеристики оценки вектора скорости, используя метод локально аддитивной аппроксимации [8]. При этом точность оценки будем характеризовать ее дисперсией при фиксированном значении (V_{0x}, V_{0y}) [7]. Обозначим через $L_x(V_x), L_y(V_y)$ статистически независимые гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями $\langle L_x(V_x) \rangle = z^2(1 - 4\delta_x |V_x - V_{0x}|)/4$, $\langle L_y(V_y) \rangle = z^2(1 - 4\delta_y |V_y - V_{0y}|)/4$ и корреляционными функциями $B_x(V_{1x}, V_{2x}) = z^2[1 - 2\delta_x |V_{1x} - V_{2x}| - 2\varepsilon_x(V_{1x} + V_{2x} - 2V_{0x})]/2$, $B_y(V_{1y}, V_{2y}) = z^2[1 - 2\delta_y |V_{1y} - V_{2y}| - 2\varepsilon_y(V_{1y} + V_{2y} - 2V_{0y})]/2$ соответственно. Из (9), (10) следует, что статистические характеристики гауссовских случайных полей $L(V_x, V_y)$ (4) и $L_x(V_x) + L_y(V_y)$ асимптотически совпадают в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) , поэтому при достаточно больших ОСШ характеристики МП оценок компонент вектора скорости $\hat{V}_x$ и $\hat{V}_y$ приближенно совпадают с найденными в [4] характеристиками положений абсолютных максимумов случайных процессов $L_x(V_x)$ и $L_y(V_y)$ соответственно. Используя результаты [4], находим, что надежные оценки $\hat{V}_x, \hat{V}_y$ компонент вектора скорости являются несмещенными, т.е. $b(\hat{V}_x) = \langle \hat{V}_x - V_{0x} \rangle = 0$, $b(\hat{V}_y) = \langle \hat{V}_y - V_{0y} \rangle = 0$, а их дисперсии определяются формулами:

$$D(\hat{V}_x) = \langle (\hat{V}_x - V_{0x})^2 \rangle = \frac{13}{2z^4 \delta_x^2} = \frac{26}{Q_x^2}, \quad D(\hat{V}_y) = \langle (\hat{V}_y - V_{0y})^2 \rangle = \frac{13}{2z^4 \delta_y^2} = \frac{26}{Q_y^2}, \quad (11)$$

где

$$Q_x = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{-l_y/2}^{l_y/2} \left\{ [s(-l_x/2, y) - v(-l_x/2 + V_{0x}t, y + V_{0y}t)]^2 + [s(l_x/2, y) - v(l_x/2 + V_{0x}t, y + V_{0y}t)]^2 \right\} dy dt,$$

$$Q_y = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{-l_x/2}^{l_x/2} \left\{ [s(x, -l_y/2) - v(x + V_{0x}t, -l_y/2 + V_{0y}t)]^2 + [s(x, l_y/2) - v(x + V_{0x}t, l_y/2 + V_{0y}t)]^2 \right\} dx dt.$$

Согласно (3) оценка вектора скорости является несмещенной, т.е. $b(\hat{\mathbf{V}}) = \langle \hat{\mathbf{V}} - \mathbf{V}_0 \rangle = 0$, а ее дисперсия $D(\hat{\mathbf{V}}) = \langle |\hat{\mathbf{V}} - \mathbf{V}_0|^2 \rangle = D(\hat{V}_x) + D(\hat{V}_y) = 26(Q_x^{-2} + Q_y^{-2})$.

Найдем характеристики надежных оценок величины скорости и направление движения объекта, которое будем характеризовать углом между вектором скорости и осью X . Согласно (11) точность оценок компонент вектора скорости повышается с увеличением ОСШ, так что $\hat{V}_x, \hat{V}_y$ можно представить в виде $\hat{V}_x = V_{0x} + \varepsilon\xi, \hat{V}_y = V_{0y} + \varepsilon\eta$, где ξ и η – статистически независимые случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и дисперсиями $\langle \xi^2 \rangle = D(\hat{V}_x)/\varepsilon^2$ и $\langle \eta^2 \rangle = D(\hat{V}_y)/\varepsilon^2$, а $\varepsilon \rightarrow 0$ при $z^2 \rightarrow \infty$. Тогда оценки величины скорости $\hat{V} = \sqrt{\hat{V}_x^2 + \hat{V}_y^2}$ и направления движения $\hat{\phi} = \arctg(\hat{V}_y/\hat{V}_x)$ могут быть представлены в виде $\hat{V} = \sqrt{(V_{0x} + \varepsilon\xi)^2 + (V_{0y} + \varepsilon\eta)^2}$, $\hat{\phi} = \arctg[(V_{0y} + \varepsilon\eta)/(V_{0x} + \varepsilon\xi)]$. Разлагая эти выражения в ряд Маклорена по ε , получаем, что при больших значениях ОСШ

$$\hat{V} = V_0 + \varepsilon(\xi \cos \phi_0 + \eta \sin \phi_0) + o(\varepsilon), \quad \hat{\phi} = \phi_0 + \varepsilon(\xi \sin \phi_0 + \eta \cos \phi_0)/V_0 + o(\varepsilon), \quad (12)$$

где $V_0 = \sqrt{V_{0x}^2 + V_{0y}^2}$ – истинное значение величины скорости, а угол $\phi_0 = \arctg(V_{0y}/V_{0x})$ определяет истинное направление движения. Используя (12), находим, что надежные МП оценки величины скорости и направления движения являются несмещенными, т.е. $b(\hat{V}) = \langle \hat{V} - V_0 \rangle = 0$, $b(\hat{\phi}) = \langle \hat{\phi} - \phi_0 \rangle = 0$, а их дисперсии определяются как

$$D(\hat{V}) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = 26 [Q_x^{-2} \cos^2 \phi_0 + Q_y^{-2} \sin^2 \phi_0],$$

$$D(\hat{\phi}) = \langle (\hat{\phi} - \phi_0)^2 \rangle = 26 [Q_x^{-2} \sin^2 \phi_0 + Q_y^{-2} \cos^2 \phi_0] / V_0^2.$$

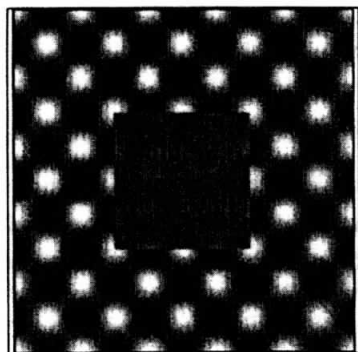


Рис. 1

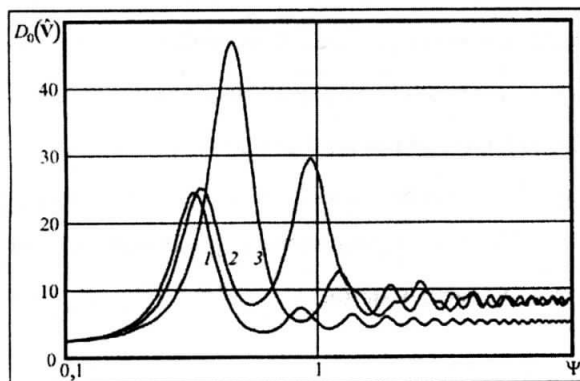


Рис. 2

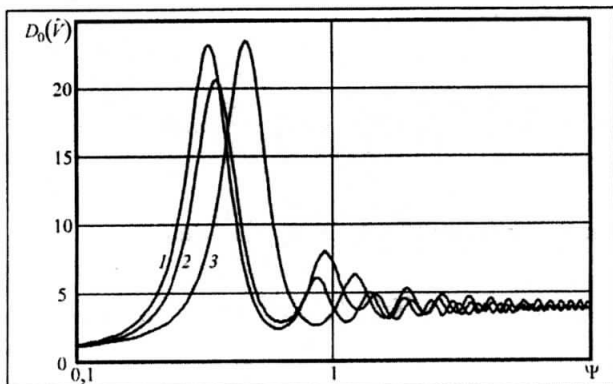


Рис. 3

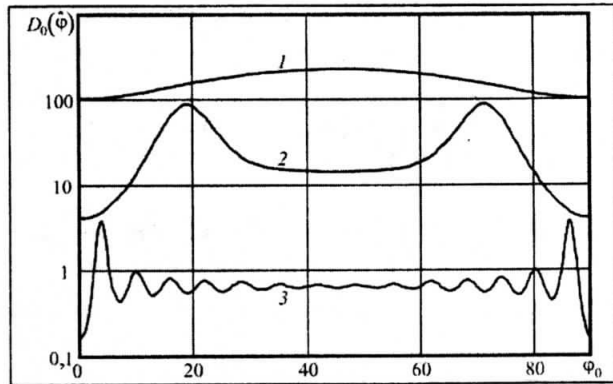


Рис. 4

Влияние истинных значений направления и величины скорости движения объекта на точность их оценок рассмотрим на примере квадратного объекта размером $l \times l$, стороны которого ориентированы вдоль координатных осей. Пусть на фоне с пятнистой текстурой $v(x, y) = A[1 + m \cos(2\pi x/\Theta) \cos(2\pi y/\Theta)]$ наблюдается однородный объект, интенсивность изображения которого равна среднему значению интенсивности фона, т.е. $s(x, y) = A$, что соответствует данным в [2] рекомендациям по маскировочному окрашиванию движущихся объектов. Здесь $\Theta = l/N$ – период полос, N – на-

туральное число, а $|m| \leq 1$. Положим, что в начальный момент времени границы объекта проходят через точки экстремумов фона (рис. 1). На рис. 2, 3 показаны зависимости от $\Psi = TV_0/\Theta$ нормированных дисперсий оценок вектора $D_0(\hat{V}) = 2A^4 m^4 l^2 T^4 D(\hat{V}) / 13N_0^2$ и величины скорости $D_0(\hat{V}) = 2A^4 m^4 l^2 T^4 D(\hat{V}) / 13N_0^2$ соответственно. Линии 1 соответствуют $\phi_0 = 0$, 2 – $\phi_0 = 20^\circ$, 3 – $\phi_0 = 45^\circ$. На рис. 4 показана зависимость нормированной дисперсии оценки направления движения $D_0(\hat{\phi}) = 2A^4 m^4 l^2 \Theta^2 T^2 D(\hat{\phi}) / 13N_0^2$ от его истинного значения ϕ_0 . Линия 1 соответствует $\Psi = 0$, 2 – $\Psi = 1$, 3 – $\Psi = 5$.

- Таким образом, при наличии неоднородного фона величина скорости и направление движения объекта оказывают существенное влияние на точность их оценок.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и администрации Воронежской области (проекты 06-07-96301 и 07-01-00042).

Литература

1. Бычков А. А., Понькин В. А. Обнаружение протяженных затеняющих фон объектов. – Автометрия, 1992, №4.
2. Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А. Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах. – Информационно-измерительные и управляющие системы, 2003, №4.
3. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Обнаружение движущегося пространственно протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью. – Автометрия, 2005, №1.
4. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Характеристики оценки скорости движения пространственно протяженного объекта на неравномерном фоне. – Радиотехника, 2007, №5.
5. Гнеушев А. Н. Система для оценки скорости транспортных средств по контурным признакам в режиме реального времени. – Изв. РАН. Сер. Теория и системы управления, 2005, №1.
6. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. – М.: Сов. радио, 1978.
7. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. – М.: Радио и связь, 1986.
8. Трифонов А. П., Захаров А. В. Эффективность обнаружения разрывного случайного радиоимпульса с неизвестными временем прихода и центральной частотой. – Радиотехника и электроника, 2000, №11.

Поступила 13 марта 2008 г.