

ISSN 0320-7102

**Том
45**

АВТОМЕТРИЯ

OPTOELECTRONICS, INSTRUMENTATION AND DATA PROCESSING

**№ 1
2009**

2009, том 45, № 1

УДК 621.391

**ОБНАРУЖЕНИЕ ДВИЖУЩЕГОСЯ ОБЪЕКТА
ПРИ ОТСУТСТВИИ АПРИОРНОЙ ИНФОРМАЦИИ
О ВЕКТОРЕ СКОРОСТИ
И ИНТЕНСИВНОСТЯХ ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОНА***

А. П. Трифонов, Р. В. Куцов

*Воронежский государственный университет,
394006, г. Воронеж, Университетская площадь, 1
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru*

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения пространственно протяженного объекта. Исследовано влияние априорного незнания вектора скорости движения объекта, интенсивностей его изображения и фона на эффективность обнаружения.

Ключевые слова: аппликативная модель, обнаружение, неизвестный вектор скорости движения объекта, неизвестные интенсивности, максимально правдоподобный алгоритм.

Введение. В процессе обработки результатов дистанционного наблюдения возникает необходимость в обнаружении объектов по их изображениям. Вопросы обнаружения пространственно протяженных объектов (ППО) рассматриваются в [1–6] и других работах. Задачам синтеза и анализа алгоритмов обнаружения движущихся ППО посвящены работы [3–6] и др. В [3] исследованы потенциальные возможности обнаружения и маскирования средствами камуфляжа движущегося детерминированного ППО, наблюдаемого на детерминированном фоне. В [5] определены характеристики обнаружения ППО, движущегося в известном направлении с неизвестной скоростью, при неизвестных интенсивностях изображения и фона, а в [6] найдена эффективность максимально правдоподобного (МП) алгоритма обнаружения детерминированного изображения объекта, движущегося с неизвестным вектором скорости, при известной интенсивности фона. Однако часто вектор скорости движения объекта и интенсивности его изображения и фона априори неизвестны.

Целью данной работы является синтез и анализ МП-алгоритма обнаружения ППО, движущегося с неизвестным вектором скорости, по его изображению с неизвестной интенсивностью при наличии фона с неизвестной интенсивностью.

* Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 06-07-96301, № 07-01-00042).

Постановка задачи. Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация гауссовского случайного поля $\Xi(\mathbf{r}, t)$, где $\mathbf{r} = (x, y)$ – радиус-вектор точки на плоскости, принадлежащей Ω , а t – время. Положим [4–6], что при гипотезе H_1 поле $\Xi(\mathbf{r}, t)$ содержит изображение объекта $s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, движущегося из заданного положения в неизвестном направлении со скоростью $\mathbf{V}_0$, неподвижный фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(\mathbf{r}, t)$ с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$\langle n(\mathbf{r}_1, t_1) n(\mathbf{r}_2, t_2) \rangle = N_0 \delta(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \delta(t_1 - t_2) / 2,$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность белого шума. При гипотезе H_0 поле $\Xi(\mathbf{r}, t)$ содержит фон $v(\mathbf{r})$ и аддитивный пространственно-временной шум $n(\mathbf{r}, t)$.

В соответствии с аппликативной моделью [1–4], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть Ω_x области Ω , а фон – оставшуюся часть области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения в картинной плоскости:

$$\Xi(\mathbf{r}, t) = \begin{cases} b_0 v_1(\mathbf{r}) + n(\mathbf{r}, t) : H_0, \\ a_0 s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) + b_0 v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)] + n(\mathbf{r}, t) : H_1. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $a_0 = \max s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t)$, $b_0 = \max v(\mathbf{r})$ – истинные значения априори неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона; $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = s(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) / a_0$, $v_1(\mathbf{r}) = v(\mathbf{r}) / b_0$, так что $\max s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}_0 t) = 1$, $\max v_1(\mathbf{r}) = 1$; $I_s(\mathbf{r}) = 1$ при $\mathbf{r} \in \Omega_x$ и $I_s(\mathbf{r}) = 0$ при $\mathbf{r} \notin \Omega_x$ – индикатор, описывающий форму изображения объекта. Положим, что объект движется из заданного положения с априори неизвестным вектором скорости $\mathbf{V}_0 = V_{0x} \mathbf{i}_x + V_{0y} \mathbf{i}_y$, где $\mathbf{i}_x$ и $\mathbf{i}_y$ – орты осей X и Y прямоугольной системы координат, а V_{0x} и V_{0y} – компоненты вектора $\mathbf{V}_0$, которые представляют собой проекции этого вектора на оси X и Y . Обозначим через $\mathbf{V} = V_x \mathbf{i}_x + V_y \mathbf{i}_y$ вектор с компонентами V_x и V_y .

На основе наблюдаемых данных необходимо вынести решение о наличии или отсутствии объекта в области наблюдения.

Обнаружение объекта, движущегося с неизвестным вектором скорости. Для решения задачи проверки гипотезы H_1 против альтернативы H_0 необходимо сформировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР), определяемый как разность логарифмов ФОР при проверке гипотез H_1 и H_0 против простой альтернативы H_0 о наличии в реализации наблюдаемых данных только гауссовского белого шума $n(\mathbf{r}, t)$ [4]:

$$L(V_x, V_y) = L_1(a, b, V_x, V_y) - L_0(b),$$

где

$$L_1(a, b, V_x, V_y) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) \left\{ a s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V} t) I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V} t) + b v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r} - \mathbf{V} t)] \right\} d\mathbf{r} dt -$$

$$-\frac{1}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \left\{ a^2 s_1^2(\mathbf{r}-\mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r}-\mathbf{V}t) + b^2 v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r}-\mathbf{V}t)] \right\} d\mathbf{r} dt,$$

$$L_0(b) = \frac{2b}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt - \frac{b^2 T}{N_0} \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r}.$$

С целью повышения эффективности обнаружения при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона целесообразно одновременно производить оценку неизвестных интенсивностей [4, 5, 7, 8]. Заменяя значения неизвестных интенсивностей их МП-оценками, получаем выражение для логарифма ФОП в случае, когда интенсивности изображения объекта и фона априори неизвестны [4]:

$$\begin{aligned} L_m(V_x, V_y) = & \sup_{a, b} L_1(a, b, V_x, V_y) - \sup_b L_0(b) = \\ & = \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) s_1(\mathbf{r}-\mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r}-\mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(\mathbf{r}-\mathbf{V}t) I_s(\mathbf{r}-\mathbf{V}t) d\mathbf{r} dt} + \\ & + \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r}-\mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) [1 - I_s(\mathbf{r}-\mathbf{V}t)] d\mathbf{r} dt} - \frac{\left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(\mathbf{r}, t) v_1(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(\mathbf{r}) d\mathbf{r} dt}. \end{aligned} \quad (2)$$

Будем считать, что компоненты вектора скорости V_{0x} и V_{0y} принимают значения из априорных интервалов $W_x = [-V_{x \max}/2; V_{x \max}/2]$ и $W_y = [-V_{y \max}/2; V_{y \max}/2]$ соответственно. Обозначим через W двумерную область, в пределах которой $V_{0x} \in W_x$, $V_{0y} \in W_y$.

Для того чтобы исключить влияние неизвестных компонент вектора скорости, заменим их значения в (2) МП-оценками [7]

$$(\hat{V}_x, \hat{V}_y) = \arg \sup_{(V_x, V_y) \in W} L_m(V_x, V_y).$$

МП-алгоритм обнаружения изображения, движущегося с неизвестным вектором скорости, формирует величину

$$\hat{L} = \sup_{(V_x, V_y) \in W} L_m(V_x, V_y) = L_m(\hat{V}_x, \hat{V}_y)$$

и принимает решение, сравнивая $\hat{L}$ с порогом h , определяемым выбранным критерием оптимальности [7-9]

$$\hat{L} \underset{H_0}{\overset{H_1}{\geq}} h. \quad (3)$$

Положим далее, что изображение объекта и фон являются равномерными, т. е. $s_1(\mathbf{r} - \mathbf{V}t) = 1$, $v_1(\mathbf{r}) = 1$. Подставляя в (2) реализацию наблюдаемых данных (1), $L_m(V_x, V_y)$ можно представить в виде

$$L_m(V_x, V_y) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[\gamma_0 z \left(S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(V_x, V_y) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2, \quad (4)$$

где $\gamma_0 = 1$, если верна гипотеза H_1 , и $\gamma_0 = 0$, если верна гипотеза H_0 ;

$$\begin{aligned} S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = \\ = \frac{1}{G_s T} \int_0^T \iint_{\Omega} I_s(x - V_x t, y - V_y t) I_s(x - V_{0x} t, y - V_{0y} t) dx dy dt; \end{aligned} \quad (5)$$

$z = |a_0 - b_0| \sqrt{2G_s T / N_0}$; $N(V_x, V_y)$ — реализация гауссовского случайного поля с нулевым средним значением и корреляционной функцией

$$\langle N(V_{1x}, V_{1y}) N(V_{2x}, V_{2y}) \rangle = S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}),$$

а ξ — гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, причем коэффициент корреляции между случайным полем $N(V_x, V_y)$ и случайной величиной ξ имеет вид $R_{N\xi} = \langle N(V_x, V_y) \xi \rangle = 1/\sqrt{\kappa}$. Здесь G_s — площадь изображения объекта, а $\kappa = G_{\Omega}/G_s$ — отношение площади области наблюдения Ω к площади объекта ($\kappa > 1$). Отметим, что

$$\max S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = S(V_{0x}, V_{0x}; V_{0y}, V_{0y}) = 1.$$

Рассмотрим случай обнаружения прямоугольного объекта размером $l_x \times l_y$, стороны которого параллельны соответствующим координатным осям. В этом случае функция (5) имеет вид

$$S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = S(\tau_x, \tau_y) = \Theta(1 - \Theta\tau_x - \Theta\tau_y + 4\Theta^2\tau_x\tau_y/3), \quad (6)$$

где $\tau_x = |V_x - V_{0x}| T / 2l_x$, $\tau_y = |V_y - V_{0y}| T / 2l_y$, $\Theta = \min\{1, 1/2\tau_x, 1/2\tau_y\}$, а $z^2 = 2l_x l_y T (a_0 - b_0)^2 / N_0$.

При $\Delta V = |\mathbf{V} - \mathbf{V}_0| = \sqrt{(V_x - V_{0x})^2 + (V_y - V_{0y})^2} \rightarrow 0$ функция (6) допускает асимптотическое представление

$$S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = 1 - \delta_x |V_x - V_{0x}| - \delta_y |V_y - V_{0y}| + o(\Delta V), \quad (7)$$

где $\delta_x = T/2l_x$, $\delta_y = T/2l_y$. Отметим [5], что $S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = O(\Delta V^{-1})$ при $\Delta V \rightarrow \infty$.

Согласно (7) функция (6) не имеет второй производной при $\Delta V = 0$. Так как (6) является корреляционной функцией для $N(V_x, V_y)$, реализации

$N(V_x, V_y)$ не дифференцируемы, хотя и непрерывны с вероятностью единица [8].

Обычно эффективность алгоритма обнаружения характеризуется величинами вероятностей ложной тревоги α и пропуска объекта β [8, 9]. Поскольку обнаружение производится по МП-методу, эти вероятности могут быть записаны в виде

$$\alpha_1 = P \left[\sup_{(V_x, V_y) \in W} L_m(V_x, V_y) > h \mid \gamma_0 = 0 \right] = P[M_0 > h], \quad (8)$$

$$\beta_1 = P \left[\sup_{(V_x, V_y) \in W} L_m(V_x, V_y) < h \mid \gamma_0 = 1 \right] = P[M_1 < h]. \quad (9)$$

Здесь M_0 и M_1 — величины абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОР $L_m(V_x, V_y)$ при отсутствии и наличии изображения объекта в наблюдаемой реализации соответственно.

Согласно (4), (8) для определения вероятности ложной тревоги надо найти функцию распределения величины абсолютного максимума случайного поля

$$L_{m0}(V_x, V_y) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[N(V_x; V_y) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2; F_0(h) = P[L_{m0}(\hat{V}_x, \hat{V}_y) < h],$$

где $(\hat{V}_x, \hat{V}_y)$ — положение абсолютного максимума $L_m(V_x, V_y)$ при $(V_x, V_y) \in W$ и отсутствии объекта в области наблюдения. Тогда вероятность ложной тревоги

$$\alpha_1 = 1 - F_0(h). \quad (10)$$

Заметим, что

$$\begin{aligned} F_0(h) &= P \left[\sup_{(V_x, V_y) \in W} \frac{|\sqrt{\kappa} N(V_x, V_y) - \xi|}{\sqrt{\kappa - 1}} < \sqrt{2h} \right] = \\ &= P^2 \left[\sup_{(V_x, V_y) \in W} \Lambda_0(V_x, V_y) < \sqrt{2h} \right] = F_N^2(\sqrt{2h}), \end{aligned} \quad (11)$$

где $F_N(u) = P[\sup \Lambda_0(V_x, V_y) < u]$ — функция распределения абсолютного максимума гауссовского случайного поля

$$\Lambda_0(V_x, V_y) = [\sqrt{\kappa} N(V_x, V_y) - \xi] / \sqrt{\kappa - 1}.$$

Будем считать порог u достаточно большим, так что вероятность $F_N(u)$ не превышения этого порога реализацией однородного центрированного гауссовского случайного поля $\Lambda_0(V_x, V_y)$ определяется только локальными свойствами его корреляционной функции [7, 8]

$$B_0(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) = [\kappa S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) - 1] / (\kappa - 1).$$

При $\Delta V = |V_1 - V_2| \rightarrow 0$ корреляционная функция $B_0(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y})$ поля $\Lambda_0(V_x, V_y)$ допускает асимптотическое представление

$$B_0(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) = [B_x(V_{1x} - V_{2x}) + B_y(V_{1y} - V_{2y})]/2 + o(\Delta V), \quad (12)$$

где

$$B_x(V_{1x} - V_{2x}) = \max \left[1 - \frac{2\kappa\delta_x}{\kappa - 1} |V_{1x} - V_{2x}|; 0 \right],$$

$$B_y(V_{1y} - V_{2y}) = \max \left[1 - \frac{2\kappa\delta_y}{\kappa - 1} |V_{1y} - V_{2y}|; 0 \right].$$

В [6] с использованием метода локально-аддитивной аппроксимации [10] получено асимптотически точное (с ростом порога u) выражение для функции распределения величины абсолютного максимума центрированного гауссовского случайного поля, корреляционная функция которого допускает асимптотическое представление вида (12). Воспользовавшись результатами [6], для функции распределения абсолютного максимума случайного поля $\Lambda_0(V_x, V_y)$ получим асимптотическое выражение

$$F_N(u) = \exp \left[-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(m_y \exp \left(-\frac{1}{2} \right) + m_x (u\sqrt{2} - 1) \exp \left(-(u - 1/\sqrt{2})^2 \right) \right) \right] +$$

$$+ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m_y \kappa}{\kappa - 1} \int_1^{u\sqrt{2} - 1} (x^2 - 1) \exp \left\{ -\frac{x^2}{2} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} [m_y x \exp(-x^2/2) + \right.$$

$$\left. + m_x (u\sqrt{2} - x) \exp(-(u\sqrt{2} - x)^2/2)] \right\} dx \quad (14)$$

при $u > \sqrt{2}$, $F_N(u) = 0$ при $u \leq \sqrt{2}$. Точность формулы (14) возрастает с увеличением m_x , m_y и u . Здесь $m_x = TV_{x \max}/2l_x$ и $m_y = TV_{y \max}/2l_y$ — приведенные длины априорных интервалов возможных значений компонент вектора скорости, определяющие число их разрешимых значений [7, 8]. При этом число независимых отсчетов поля (4) в области W составляет $m = m_x m_y$. Отметим, что поскольку объект не покидает область наблюдения за время T , то справедливо неравенство $\kappa \geq \max(2m_x + 1, 2m_y + 1)$ [5].

Подставляя (14) в (11), для вероятности ложной тревоги при обнаружении движущегося с неизвестным вектором скорости объекта при неизвестных интенсивностях его изображения и фона из (10) находим приближенное выражение

$$\alpha_1 = 1 - \left\{ \exp \left[-\sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} \left(m_y \exp \left(-\frac{1}{2} \right) + m_x (2\sqrt{h} - 1) \exp \left(-(2\sqrt{h} - 1)^2/2 \right) \right) \right] + \right.$$

$$+ \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{m_y \kappa}{\kappa - 1} \int_1^{2\sqrt{h}-1} (x^2 - 1) \exp \left\{ -\frac{x^2}{2} - \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{\kappa}{\kappa - 1} [m_y x \exp(-x^2/2) + m_x (2\sqrt{h} - x) \exp(-(2\sqrt{h} - x)^2/2)] \right\} dx \Bigg\}^2 \quad (15)$$

при $h > 1$, $\alpha_1 = 1$ при $h \leq 1$. Точность формулы (15) растет с увеличением m_x , m_y и h .

Определим теперь вероятность пропуска объекта (9). При $m \gg 1$ приближенное выражение для вероятности пропуска объекта можно записать в виде [7, 8]

$$\beta_1 \approx F_0(h) F_S(h) \approx F_N^2(\sqrt{2h}) F_S(h), \quad (16)$$

где $F_S(h)$ — функция распределения величины абсолютного максимума $L_m(V_x, V_y)$ в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) при $\gamma_0 = 1$.

Представим (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [7]:

$$L_m(V_x, V_y) = \hat{S}(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) + \hat{N}(V_x, V_y) + 1/2. \quad (17)$$

Здесь

$$\hat{S}(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = \langle L_m(V_x, V_y) \rangle - 1/2 = \frac{z^2 \kappa}{2(\kappa - 1)} \left[S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \quad (18)$$

— сигнальная функция, $S(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y})$ определена в (5), а негауссовская шумовая функция $\hat{N}(V_x, V_y) = L_m(V_x, V_y) - \langle L_m(V_x, V_y) \rangle$ центрирована и обладает корреляционной функцией

$$\begin{aligned} \hat{B}(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) &= \langle \hat{N}(V_{1x}, V_{1y}) \hat{N}(V_{2x}, V_{2y}) \rangle = \\ &= \frac{\kappa^2}{(\kappa - 1)^2} \left\{ z^2 \left[S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[S(V_{1x}, V_{0x}; V_{1y}, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right] \times \right. \\ &\quad \times \left. \left[S(V_{2x}, V_{0x}; V_{2y}, V_{0y}) - \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{1}{2} \left[S(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \right\}. \quad (19) \end{aligned}$$

Отметим, что при $V = V_0$ логарифм ФОП (17) обладает плотностью вероятности

$$w(L) = \exp(-L - z^2(\kappa - 1)/2\kappa) \operatorname{ch}(z \sqrt{2L(\kappa - 1)/\kappa}) / \sqrt{\pi L}$$

при $L > 0$, $w(L) = 0$ при $L \leq 0$.

Сигнальная функция (18) достигает максимума при $\mathbf{V} = \mathbf{V}_0$, следовательно, выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) [8]

$$\tilde{z}^2 = \hat{S}^2(V_{0x}, V_{0x}; V_{0y}, V_{0y}) / \hat{B}(V_{0x}, V_{0x}; V_{0y}, V_{0y}) = z^4 \kappa^2 / 2[\kappa - 1 + 2z^2 \kappa](\kappa - 1).$$

Положим, что выходное ОСШ $\tilde{z}^2$ достаточно велико. Введем обозначение

$$\Delta = \max \left(|V_{1x} - V_{0x}|, |V_{2x} - V_{0x}|, |V_{1y} - V_{0y}|, |V_{2y} - V_{0y}|, |V_{1x} - V_{2x}|, |V_{1y} - V_{2y}| \right).$$

Устремляя $\Delta \rightarrow 0$ и учитывая (7), получим, что в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) для функций (18), (19) справедливы асимптотические разложения

$$\hat{S}(V_x, V_{0x}; V_y, V_{0y}) = z^2(\kappa - 1) [B_x(V_x - V_{0x}) + B_y(V_y - V_{0y})] / 4\kappa + o(|V - V_0|),$$

$$\hat{B}(V_{1x}, V_{2x}; V_{1y}, V_{2y}) = \hat{B}_x(V_{1x}, V_{2x}) + \hat{B}_y(V_{1y}, V_{2y}) + o(\Delta),$$

где функции $B_x(\cdot)$ и $B_y(\cdot)$ определены в (13), а

$$\begin{aligned} \hat{B}_x(V_{1x}, V_{2x}) = & \left(z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} + \frac{1}{4} \right) \times \\ & \times \begin{cases} 1 - \frac{4\delta_x \kappa}{\kappa - 1} |V_{1x} - V_{2x}| - \frac{4z^2 \delta_x}{z^2(\kappa - 1)/\kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|V_{1x} - V_{0x}|, |V_{2x} - V_{0x}|), (V_{1x} - V_{0x})(V_{2x} - V_{0x}) \geq 0, \\ 1 - \frac{4\delta_x \kappa}{\kappa - 1} |V_{1x} - V_{2x}|, (V_{1x} - V_{0x})(V_{2x} - V_{0x}) < 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \hat{B}_y(V_{1y}, V_{2y}) = & \left(z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} + \frac{1}{4} \right) \times \\ & \times \begin{cases} 1 - \frac{4\delta_y \kappa}{\kappa - 1} |V_{1y} - V_{2y}| - \frac{4z^2 \delta_y}{z^2(\kappa - 1)/\kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|V_{1y} - V_{0y}|, |V_{2y} - V_{0y}|), (V_{1y} - V_{0y})(V_{2y} - V_{0y}) \geq 0, \\ 1 - \frac{4\delta_y \kappa}{\kappa - 1} |V_{1y} - V_{2y}|, (V_{1y} - V_{0y})(V_{2y} - V_{0y}) < 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (21)$$

Обозначим через $\Lambda_{1x}(V_x)$, $\Lambda_{1y}(V_y)$ статистически независимые случайные процессы со средними значениями $z^2(\kappa - 1)B_x(V_x - V_{0x})/4\kappa$, $z^2(\kappa - 1) \times B_y(V_y - V_{0y})/4\kappa$, корреляционными функциями $\hat{B}_x(V_{1x}, V_{2x})$ и $\hat{B}_y(V_{1y}, V_{2y})$ соответственно, имеющие в точках V_{0x} , V_{0y} одномерные плотности вероятности

$$w(\Lambda) = (z^2(\kappa - 1)/4\kappa\Lambda)^{3/8} \exp(-\Lambda - z^2(\kappa - 1)/4\kappa) I_{-3/4}(z\sqrt{\Lambda(\kappa - 1)/\kappa})$$

при $\Lambda > 0$, $w(\Lambda) = 0$ при $\Lambda \leq 0$. Здесь $I_\mu(\cdot)$ — функция Бесселя мнимого аргумента порядка μ [11].

Учитывая, что статистические характеристики случайных полей $L_m(V_x, V_y)$ и $\Lambda_{1x}(V_x) + \Lambda_{1y}(V_y)$ асимптотически совпадают в малой окрестности точки (V_{0x}, V_{0y}) , находим [6, 10]

$$F_x(h) \approx \int_{-\infty}^{\infty} F(h-x)w(x)dx, \quad (22)$$

где $F(x)$ – совпадающие функции распределения абсолютных максимумов случайных процессов $\Lambda_{1x}(V_x)$ и $\Lambda_{1y}(V_y)$, а $w(x) = dF(x)/dx$ – соответствующая плотность вероятности. Используя результаты [7], при больших значениях ОСШ z получим

$$F(x) = \left(\frac{z}{2}\right)^{3/4} \left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)^{3/8} \exp\left(-\frac{z^2}{4}\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)\right) \times \\ \times \int_0^x \left[1 - \exp\left(\frac{z^2(1 - 1/\kappa)(y-x)}{z^2(1 - 1/\kappa) + 1}\right)\right]^2 \frac{\exp(-y)}{y^{3/8}} I_{-3/4}\left(z\sqrt{y\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)}\right) dy, \quad (23)$$

$$w(x) = \frac{2^{1/4} z^{11/4} (1 - 1/\kappa)^{11/8}}{z^2(1 - 1/\kappa) + 1} \exp\left(-\frac{z^2}{4}\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)\right) \int_0^x \left[1 - \exp\left(\frac{z^2(1 - 1/\kappa)(y-x)}{z^2(1 - 1/\kappa) + 1}\right)\right] \times \\ \times \exp\left(\frac{z^2(1 - 1/\kappa)(y-x)}{z^2(1 - 1/\kappa) + 1}\right) \frac{\exp(-y)}{y^{3/8}} I_{-3/4}\left(z\sqrt{y\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)}\right) dy. \quad (24)$$

Подставляя (23), (24) в (22) и используя результат в (16), для вероятности пропуска объекта, движущегося с неизвестным вектором скорости, при неизвестных интенсивностях его изображения и фона получим выражение

$$\beta_1 = F_N^2(\sqrt{2h}) \frac{z^{7/2} (1 - 1/\kappa)^{7/4}}{2^{1/2} (z^2(1 - 1/\kappa) + 1)} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)\right) \times \\ \times \int_0^h \int_0^{h-x} \left[1 - \exp\left(\frac{y+x-h}{1 + 1/z^2(1 - 1/\kappa)}\right)\right]^2 \frac{\exp(-y)}{y^{3/8}} I_{-3/4}\left(z\sqrt{y\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)}\right) dy \times \\ \times \int_0^x \left[1 - \exp\left(\frac{\chi-x}{1 + 1/z^2(1 - 1/\kappa)}\right)\right] \exp\left(\frac{\chi-x}{1 + 1/z^2(1 - 1/\kappa)}\right) \times \\ \times \frac{\exp(-\chi)}{\chi^{3/8}} I_{-3/4}\left(z\sqrt{\chi\left(1 - \frac{1}{\kappa}\right)}\right) d\chi dx \quad (25).$$

при $h \geq 1$, $\beta_1 = 0$ при $h < 1$; функция $F_N(\cdot)$ определена в (14). Точность формулы (25) возрастает с увеличением ОСШ z , параметров m_x , m_y и порога h .

В [5] рассмотрен случай обнаружения изображения объекта, движущегося в априори известном направлении с неизвестной величиной скорости, принимающей значения из априорного интервала $W_1 = [0, V_{\max}]$. В этой работе для вероятностей ошибок ложной тревоги α_2 и пропуска β_2 объекта, движущегося в заданном направлении с неизвестной скоростью, при неизвестных интенсивностях его изображения и фона найдены асимптотические выражения

$$\alpha_2 \approx \begin{cases} 1 - \exp\left[-\frac{2m_1 \kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h)\right], & h \geq 1/2, \\ 1, & h < 1/2, \end{cases} \quad (26)$$

$$\beta_2 \approx \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp\left[-\frac{2m_1 \kappa}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h)\right] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp\left(\frac{x^2/2 - h}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)}\right)\right]^2 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2(\kappa - 1)/\kappa}{2}\right) \operatorname{ch}\left(zx \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}\right) dx \quad (27)$$

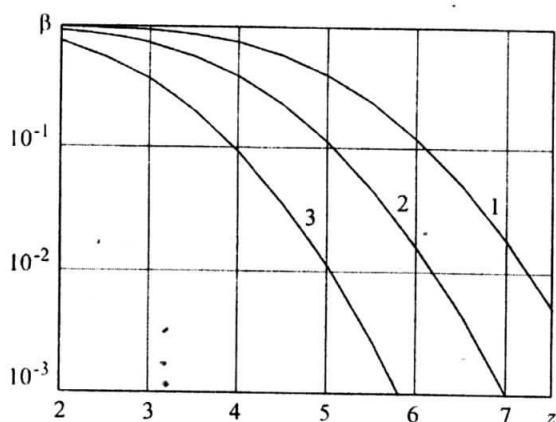
при $h \geq 1/2$, $\beta_2 = 0$ при $h < 1/2$. Здесь $m_1 = l_V TV_{\max}/2G_s$ – приведенная длина априорного интервала W_1 возможных значений скорости; l_V – максимальный размер изображения объекта в направлении, перпендикулярном движению.

Конкретизируем выражения (26), (27) для случая обнаружения изображения прямоугольного объекта размером $l_x \times l_y$, стороны которого ориентированы вдоль координатных осей X и Y соответственно, движущегося под углом φ к стороне длины l_x . Без ограничения общности можно считать, что $0 \leq \varphi \leq \pi/2$. В этом случае площадь изображения объекта $G_s = l_x l_y$, его размер в перпендикулярном направлении $l_V = l_x \sin \varphi + l_y \cos \varphi$, неизвестная величина скорости движения принимает значения из интервала $[0, V_{\max}]$, где $V_{\max} = V_{x \max}/2 \cos \varphi$ при $0 \leq \varphi < \varphi_0$ и $V_{\max} = V_{y \max}/2 \sin \varphi$, если $\varphi_0 \leq \varphi \leq \pi/2$, а $\varphi_0 = \arctg(V_{y \max}/V_{x \max})$. При этом число разрешимых значений скорости $m_1 = \frac{1}{2} \left(m_x + m_y \frac{\lg \varphi}{\lg \varphi_0} \right)$ при $0 \leq \varphi < \varphi_0$ и $m_1 = \frac{1}{2} \left(m_y + m_x \frac{\lg \varphi}{\lg \varphi_0} \right)$, если $\varphi_0 \leq \varphi \leq \pi/2$.

Положим теперь, что скорость движения объекта априори известна. Тогда вероятности ошибок ложной тревоги и пропуска объекта определяются формулами [5]

$$\alpha_3 = 2[1 - \Phi(\sqrt{2h})], \quad (28)$$

$$\beta_3 = \Phi(\sqrt{2h} - z\sqrt{1-1/\kappa}) + \Phi(\sqrt{2h} + z\sqrt{1-1/\kappa}) - 1, \quad (29)$$



где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-g^2/2) dg / \sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности.

Зависимости вероятности пропуска движущегося объекта от ОСШ z при $m_x = m_y = 10$ и $\kappa = 21$ показаны на рисунке. Порог выбирался на основании критерия Неймана – Пирсона [9] при вероятности ложной тревоги 10^{-2} с использованием формул (15), (26) и (28). Кривая 1 соответствует случаю, когда вектор скорости изображения объекта априори неизвестен, и рассчитывалась по формуле (25). Кривая 2 соответствует случаю, когда неизвестна величина скорости, а направление движения задано, и рассчитывалась по формуле (27). Кривая 3 соответствует случаю априори известного вектора скорости движения объекта и рассчитывалась по формуле (29). Сопоставление кривых на рисунке позволяет оценить снижение эффективности обнаружения объекта вследствие полного или частичного априорного незнания вектора скорости. В частности, сопоставление кривых 1 и 2 дает возможность оценить проигрыш в эффективности обнаружения объекта вследствие априорного незнания величины скорости и направления движения объекта по сравнению со случаем обнаружения объекта, движущегося с неизвестной величиной скорости в априори известном направлении [5].

Заключение. Таким образом, априорное незнание величины скорости и направления движения изображения объекта может привести к существенному проигрышу в эффективности обнаружения по сравнению со случаями, когда направление движения или вектор скорости априори известны. Этот проигрыш возрастает с увеличением отношения сигнал/шум и числа элементов разрешения в априорной области возможных значений компонент вектора скорости.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов А. П., Прибытков Ю. Н. Обнаружение случайных изображений пространственно протяженных объектов, затеняющих фон // Автометрия. 2000. № 4. С. 14–25.
2. Бычков А. А., Понькин В. А. Обнаружение изображений пространственно протяженных затеняющих фон объектов // Автометрия. 1992. № 4. С. 33–39.

3. Ефремов В. В., Ковалев Г. С., Лаптев И. В., Понькин В. А. Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах // Информационно-измерительные и управляющие системы. 2003. № 4. С. 24.
4. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Обнаружение движущегося пространственно протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью // Автометрия. 2005. 41, № 1. С. 3–18.
5. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Обнаружение движущегося с произвольной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения и фона // Автометрия. 2006. 42, № 4. С. 3–16.
6. Трифонов А. П., Куцов Р. В. Эффективность обнаружения изображения объекта, движущегося с неизвестным вектором скорости // Известия вузов. Сер. Радиоэлектроника. 2007. 50, № 11. С. 3.
7. Акимов П. С., Бакут П. А., Богданович В. А. и др. Теория обнаружения сигналов /Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.
8. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
9. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Сов. радио, 1966.
10. Трифонов А. П., Захаров А. В. Эффективность обнаружения разрывного случайного радиопульса с неизвестными временем прихода и центральной частотой // Радиотехника и электроника. 2000. 45, № 11. С. 1329.
11. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1962.

Поступила в редакцию 27 февраля 2008 г.