

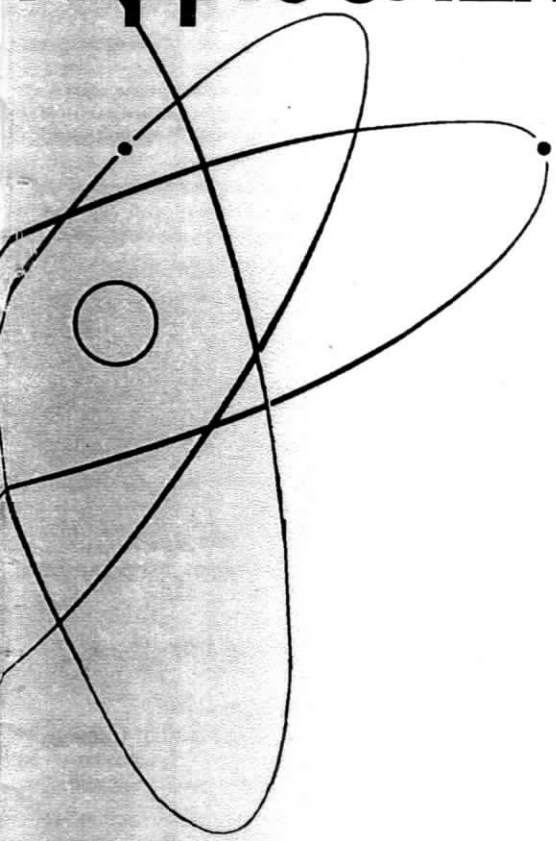


278

ISSN 0021-3470

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА



ТОМ 52

7-8

июль-август

ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

2009

1. Радченко Ю. С. Быстрое обнаружение и оценка параметра сдвига сигналов, сжатых с помощью ортогональных полиномов / Ю. С. Радченко, А. Ю. Кожин, М. Ю. Радченко // Радиотехника. — 1999. — № 6. — С. 17–19.
2. Радченко Ю. С. Метод сжатия и восстановления изображений на основе быстрых чебышевских преобразований // Автометрия. — 2002. — № 4. — С. 32–40.
3. Денисенко А. Н. Сигналы. Теоретическая радиотехника. Справочное пособие. — М: Горячая линия — Телеком, 2005. — 704с.
4. Pratt W.K. Digital Image Processing.: PIKS Inside John Wiley & Sons, inc., Third Edition, 2001, — p.723.

ВГУ, Воронеж

Поступила в редакцию 11.11.08

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А. П., КУЦОВ Р. В., ПЕТЕЩЕНКОВ Э. В.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОБНАРУЖЕНИЯ ДВИЖУЩЕГОСЯ В НЕИЗВЕСТНОМ НАПРАВЛЕНИИ ОБЪЕКТА ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ИНТЕНСИВНОСТЯХ ЕГО ИЗОБРАЖЕНИЯ И ФОНА*

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного алгоритма обнаружения движущегося в неизвестном направлении пространственно протяженного объекта в условиях априорной неопределенности относительно интенсивностей его изображения и аппликативного фона. Исследовано влияние априорного незнания интенсивностей изображения объекта и фона на характеристики обнаружения.

Необходимость обнаружения объектов по их изображениям возникает, как правило, в процессе обработки результатов дистанционного наблюдения [1]. Обычно объекты наблюдаются на некоторой подстилающей поверхности, и сигнал, рассеянный этой поверхностью, образует фоновое излучение (фон). Высокая разрешающая способность современных систем дистанционного наблюдения требует учета эффекта затенения пространственно протяженным объектом (ППО) части подстилающей поверхности [2, 3]. В [4] исследованы потенциальные возможности обнаружения движущегося в неизвестном направлении ППО в предположении, что интенсивности изображения объекта и фона априори заданы. Однако обычные условия формирования и пе-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 07-01-00042).

редачи изображений часто приводят к тому, что интенсивности изображения объекта и фона могут быть априори неизвестны [1].

Целью работы являются синтез и анализ максимально правдоподобного (МП) алгоритма обнаружения движущегося в неизвестном направлении ППО в условиях априорной неопределенности относительно интенсивностей его изображения и фона.

Пусть в двумерной области Ω в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация гауссовского случайного поля $\Xi(x, y, t)$, где t — время, а (x, y) — координаты принадлежащей области Ω точки в прямоугольной системе координат XY . Положим, что при гипотезе H_1 поле $\Xi(x, y, t)$ содержит изображение $s(x - V_0 t \cos \varphi_0, y - V_0 t \sin \varphi_0)$ объекта, движущегося с известной скоростью V_0 из заданного положения в априори неизвестном направлении, составляющем угол φ_0 с осью X , неподвижный фон $v(x, y)$ и аддитивный гауссовский пространственно-временной белый шум $n(x, y, t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . При гипотезе H_0 поле $\Xi(x, y, t)$ содержит фон $v(x, y)$ и аддитивный шум $n(x, y, t)$.

В соответствии с аппликативной моделью [2–6], учитывающей эффекты затенения объектом участка фона, полагаем, что изображение объекта занимает часть $\Omega_{об}$ области Ω , а фон — оставшуюся часть области наблюдения. При отсутствии объекта фон занимает всю область наблюдения. Тогда в течение интервала времени $[0, T]$ наблюдению доступна реализация изображения

$$\begin{aligned} \Xi(x, y, t) = & \gamma_0 a_0 s_1(x - V_0 t \cos \varphi_0, y - V_0 t \sin \varphi_0) \times \\ & I_{об}(x - V_0 t \cos \varphi_0, y - V_0 t \sin \varphi_0) + b_0 v_1(x, y) [1 - \\ & - \gamma_0 I_{об}(x - V_0 t \cos \varphi_0, y - V_0 t \sin \varphi_0)] + n(x, y, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\gamma_0 = 0$, когда справедлива гипотеза H_0 , и $\gamma_0 = 1$, если справедлива гипотеза H_1 ; $a_0 = \max s(x, y)$ и $b_0 = \max v(x, y)$ — истинные значения априори неизвестных интенсивностей изображения объекта и фона; $s_1(x, y) = s(x, y) / a_0$, $v_1(x, y) = v(x, y) / b_0$, так что $\max s_1(x, y) = 1$, $\max v_1(x, y) = 1$; $I_{об}(x, y) = 1$ при $(x, y) \in \Omega_{об}$ и $I_{об}(x, y) = 0$ при $(x, y) \notin \Omega_{об}$ — индикатор, описывающий форму изображения объекта. При этом предполагается, что угол $\varphi_0 \in U = [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$ причем $0 \leq \varphi_{\min} < \varphi_{\max} < 2\pi$.

Для решения задачи проверки гипотезы H_1 против альтернативы H_0 необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР), определяемый как разность логарифмов ФОР при проверке гипотез H_1 и H_0 против простой альтернативы H о наличии в реализации наблюдаемых данных только гауссовского белого шума $n(x, y, t)$ [5]: $L(\varphi) = L_1(a, b, \varphi) - L_0(b)$, где

$$\begin{aligned}
L_1(a, b, \varphi) = & \frac{2}{N_0} \int_0^T \iint_{\Omega} \Xi(x, y, t) \{ [as_1(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) - bv_1(x, y)] \times \\
& \times I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) + bv_1(x, y) \} dx dy dt - \\
& - \frac{1}{N_0} \int_0^T \iint_{\Omega} \Xi \{ [a^2 s_1^2(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) - b^2 v_1^2(x, y)] \times \\
& \times I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) + b^2 v_1^2(x, y) \} dx dy dt, \\
L_0(b) = & \frac{2b}{N_0} \int_0^T \iint_{\Omega} \Xi(x, y, t) v_1(x, y) dx dy dt - \frac{b^2 T}{N_0} \iint_{\Omega} v_1^2(x, y) dx dy.
\end{aligned}$$

С целью повышения эффективности обнаружения при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона целесообразно одновременно производить оценку неизвестных интенсивностей [5, 7, 8]. Заменяя значения неизвестных интенсивностей на их оценки МП, получаем выражение для логарифма ФОП в случае, когда интенсивности изображения объекта и фона априори неизвестны [5]:

$$\begin{aligned}
L_m(\varphi) = & \sup_{a, b} L_1(a, b, \varphi) - \sup_b L_0(b) = \\
= & \frac{\left[\int_0^T \iint_{\Omega} \Xi(x, y, t) s_1(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) dx dy dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \iint_{\Omega} s_1^2(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) dx dy dt} + \\
& + \frac{\left[\int_0^T \iint_{\Omega} \Xi(x, y, t) v_1(x, y) [1 - I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi)] dx dy dt \right]^2}{N_0 \int_0^T \iint_{\Omega} v_1^2(x, y) [1 - I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi)] dx dy dt} - \\
& - \left[\int_0^T \iint_{\Omega} \Xi(x, y, t) v_1(x, y) dx dy dt \right]^2 / N_0 T \iint_{\Omega} v_1^2(x, y) dx dy. \quad (2)
\end{aligned}$$

Если направление движения объекта априори известно [5], то решение о наличии или отсутствии изображения объекта в области наблюдения выносится путем сравнения величины $L = L_m(\varphi_0)$ с порогом h , определяемым выбранным критерием оптимальности [9]. Если

$$L > h, \quad (3)$$

то выносятся решение о наличии изображения объекта в наблюдаемой реализации; в противном случае — о его отсутствии.

Для того чтобы исключить влияние неизвестного направления движения, заменим неизвестное значение угла φ его оценкой МП [7]. При этом решение о наличии изображения объекта выносится в соответствии с правилом (3), где $L = \sup L_m(\varphi)$, $\varphi \in U$, а порог h определяется выбранным критерием оптимальности. Отметим, что алгоритм обнаружения объекта при неизвестных интенсивностях его изображения и фона является существенно нелинейным в отличие от случая, когда эти интенсивности априори известны [4].

Положим далее, что изображение объекта и фон являются равномерными, то есть $s_1(x, y) = 1$, $v_1(x, y) = 1$. Подставляя в (2) реализацию наблюдаемых данных (1), получим:

$$L_m(\varphi) = \frac{\kappa}{2(\kappa - 1)} \left[\gamma_0 z \left(S(\varphi, \varphi_0) - \frac{1}{\kappa} \right) + N(\varphi) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2, \quad (4)$$

где $z = |a_0 - b_0| \sqrt{2G_{об}T / N_0}$,

$$S(\varphi, \varphi_0) = \frac{1}{G_{об}T} \times$$

$$\times \int_0^T \iint_{\Omega} I_{об}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) I_{об}(x - V_0 t \cos \varphi_0, y - V_0 t \sin \varphi_0) dx dy dt, \quad (5)$$

$N(\varphi)$ — реализация гауссовского случайного процесса с нулевым средним значением и корреляционной функцией

$$\langle N(\varphi_1) N(\varphi_2) \rangle = S(\varphi_1, \varphi_2), \quad (6)$$

а ξ — гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией, причем коэффициент корреляции между случайным процессом $N(\varphi)$ и случайной величиной ξ равен $R_{N\xi} = \langle N(\varphi) \xi \rangle = 1 / \sqrt{\kappa}$. Здесь $G_{об}$ — площадь изображения объекта, $\kappa = G_{\Omega} / G_{об}$ — отношение площади области наблюдения Ω к площади объекта ($\kappa > 1$). Отметим, что $\max S(\varphi, \varphi_0) = S(\varphi_0, \varphi_0) = 1$.

В случае, когда контур изображения объекта является выпуклым, при $|\varphi - \varphi_0| \rightarrow 0$ функция (5) допускает асимптотическое представление [4]

$$S(\varphi, \varphi_0) = 1 - \delta(\varphi_0) |\varphi - \varphi_0| + \alpha(|\varphi - \varphi_0|), \quad (7)$$

где $\delta(\varphi) = TV_0 l(\varphi) / 2G_{об}$, а $l(\varphi)$ — максимальный размер изображения объекта в направлении, составляющем угол φ с осью X .

Согласно (7), функция (5) не имеет второй производной при $\varphi = \varphi_0$. Так как функция (5) является корреляционной функцией для $N(\varphi)$, реализации $N(\varphi)$ недифференцируемы, хотя и непрерывны с вероятностью единица [7].

Найдем вероятность ложной тревоги α_m для МП алгоритма обнаружения объекта, движущегося в неизвестном направлении, при неизвестных интенсивностях изображения объекта и фона. По определению [8, 9],

$$\alpha_m = P[\sup_{\varphi \in U} L_m(\varphi) > h | \gamma_0 = 0] \quad (8)$$

Согласно (4), (8), для определения вероятности ложной тревоги надо найти функцию распределения абсолютного (наибольшего) максимума реализации случайного процесса $L_{m0}(\varphi) = \frac{\kappa}{2(\kappa-1)} \left[N(\varphi) - \frac{\xi}{\sqrt{\kappa}} \right]^2 : F_0(h) = P[L_{m0}(\hat{\varphi}) < h]$ где $\hat{\varphi}$ — положение абсолютного максимума $L_m(\varphi)$ при $\varphi \in U$ и отсутствии объекта в области наблюдения. Тогда вероятность ложной тревоги

$$\alpha_m = 1 - F_0(h) \quad (9)$$

Заметим, что

$$F_0(h) = P \left[\sup_{\varphi \in U} \frac{|\sqrt{\kappa} N(\varphi) - \xi|}{\sqrt{\kappa-1}} < \sqrt{2h} \right] = P^2[\sup_{\varphi \in U} \Lambda_0(\varphi) < \sqrt{2h}] = F_N^2(\sqrt{2h}) \quad (10)$$

где $F_N(u) = P[\sup \Lambda_0(\varphi) < u, \varphi \in U]$ — функция распределения величины абсолютного максимума центрированного гауссовского случайного процесса $\Lambda_0(\varphi) = [\sqrt{\kappa} N(\varphi) - \xi] / \sqrt{\kappa-1}$.

Согласно (5), (6), случайный процесс $N(\varphi)$ является неоднородным, что не позволяет непосредственно воспользоваться результатами [7, 8] для определения функции распределения $F_N(u)$. Аналогично тому, как это сделано в [4, 10], разобьем априорную область U возможных значений угла φ на I отрезков $U_i = [\varphi_i, \varphi_i + \Delta\varphi_i]$ длиной $\Delta\varphi_i$, $i = 1, I$, так, что

$$d = \max_i \Delta\varphi_i \ll 1 \quad (11)$$

Тогда при $d \rightarrow 0$ на каждом отрезке U_i случайный процесс $N(\varphi)$ можно считать локально однородным. Потребуем кроме того, чтобы значения процесса $N(\varphi)$ на различных интервалах U_i были приближенно статистически независимы. Для этого достаточно, чтобы

$$\min_i (V_0 T \Delta\varphi_i) \gg l_{\max}, \quad (12)$$

где $l_{\max}$ — максимальный размер объекта. При выполнении (11), (12) вероятность $F_N(u)$ можно записать в виде

$$F_N(u) \approx \prod_{i=1}^I F_{N_i}(u), \quad (13)$$

где $F_{N_i}(u) = P[\sup \Lambda_0(\varphi) < u, \varphi \in U_i]$ — функция распределения величины абсолютного максимума случайного процесса $\Lambda_0(\varphi)$ в подобласти $U_i, i = \overline{1, I}$.

Будем считать порог u достаточно большим, так что вероятность $F_{N_i}(u)$ непревышения этого порога реализацией случайного процесса $\Lambda_0(\varphi)$ на интервале U_i определяется только локальным поведением его корреляционной функции $B_0(\varphi_1, \varphi_2) = [\kappa S(\varphi_1, \varphi_2) - 1] / (\kappa - 1)$ в окрестности максимума [7, 8]. При $\varphi_1, \varphi_2 \in U_i$ и $|\varphi_1 - \varphi_2| \rightarrow 0$ корреляционная функция $B_0(\varphi_1, \varphi_2)$ процесса $\Lambda_0(\varphi)$ допускает асимптотическое представление

$$B_0(\varphi_1, \varphi_2) = 1 - \frac{\kappa \delta(\varphi_i)}{\kappa - 1} |\varphi_1 - \varphi_2| + o(|\varphi_1 - \varphi_2|). \quad (14)$$

В [8] с использованием метода локально марковской аппроксимации получено асимптотическое выражение для функции распределения величины абсолютного максимума центрированного гауссовского случайного процесса, корреляционная функция которого допускает представление (14):

$$F_{N_i}(u) \approx \exp[-\Delta\varphi_i \kappa \delta(\varphi_i) u \exp(-u^2/2) / \sqrt{2\pi(\kappa - 1)}] \quad (15)$$

при $u \geq 1$, и $F_{N_i}(u) \approx 0$ при $u < 1$. Подставляя (15) в (13), получаем, что функция распределения величины абсолютного максимума случайного $\Lambda_0(\varphi)$ процесса при $\varphi \in [\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$ и отсутствии объекта в области наблюдения может быть записана в виде

$$F_N(u) \approx \exp\left[-\frac{\kappa u}{\sqrt{2\pi(\kappa - 1)}} \exp(-u^2/2) \sum_{i=1}^I \delta(\varphi_i) \Delta\varphi_i\right] \quad (16)$$

при $u \geq 1$, и $F_N(u) \approx 0$ при $u < 1$. При выполнении (11), (12) величина $\delta(\varphi_i)$ мало изменяется в пределах любого из отрезков U_i , а вероятность $F_N(u)$ не зависит от способа разбиения априорного интервала U на отрезки U_i . Эти обстоятельства позволяют заменить в (16) сумму соответствующим интегралом:

$$F_N(u) \approx \exp\left[-\frac{\kappa u}{\sqrt{2\pi(\kappa - 1)}} \exp(-u^2/2) \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \delta(\varphi) d\varphi\right] \quad (17)$$

при $u \geq 1$, и $F_N(u) \approx 0$ при $u < 1$. Здесь

$$m = \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} \delta(\varphi) d\varphi = \frac{TV_0}{2G_{об}} \int_{\varphi_{\min}}^{\varphi_{\max}} I(\varphi) d\varphi \quad (18)$$

— приведенная длина априорного интервала возможных значений угла φ . Подставляя (17) в (10) и используя результат в (9), получаем, что вероятность

ложной тревоги при обнаружении движущегося в неизвестном направлении объекта в условиях априорной неопределенности относительно интенсивностей его изображения и фона, определяется выражением

$$\alpha_m \approx 1 - \exp \left[-\frac{2\kappa m}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h) \right] \quad (19)$$

при $h \geq 1/2$, и $\alpha_m \approx 1$ при $h < 1/2$. Точность формулы (19) повышается с увеличением параметра m и порога h .

Определим теперь вероятность пропуска объекта $\beta_m = P[\sup_{\varphi \in U} L_m(\varphi) < h | \gamma_0 = 1]$, полагая, что его изображение присутствует в наблюдаемой реализации, то есть в (4) $\gamma_0 = 1$. Представим (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [7, 11]:

$$L_m(\varphi) = \hat{S}(\varphi, \varphi_0) + \hat{N}(\varphi) + 1/2. \quad (20)$$

Здесь

$$\hat{S}(\varphi, \varphi_0) = \langle L_m(\varphi) \rangle - 1/2 = \frac{z^2 \kappa}{2(\kappa - 1)} \left[S(\varphi, \varphi_0) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \quad (21)$$

— сигнальная функция, негауссовская шумовая функция $\hat{N}(\varphi) = L_m(\varphi) - \langle L_m(\varphi) \rangle$ центрирована и обладает корреляционной функцией

$$\hat{B}(\varphi_1, \varphi_2) = \langle \hat{N}(\varphi_1) \hat{N}(\varphi_2) \rangle = \frac{\kappa^2}{(\kappa - 1)^2} \times \\ \times \left\{ z^2 \left[S(\varphi_1, \varphi_2) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[S(\varphi_1, \varphi_0) - \frac{1}{\kappa} \right] \left[S(\varphi_2, \varphi_0) - \frac{1}{\kappa} \right] + \frac{1}{2} \left[S(\varphi_1, \varphi_2) - \frac{1}{\kappa} \right]^2 \right\} \quad (22)$$

а функция $S(\varphi_1, \varphi_2)$ определена в (5).

Обозначим через U_S тот из отрезков множества отрезков $U_i, i = \overline{1, I}$, на котором сигнальная функция $\hat{S}(\varphi, \varphi_0)$ существенно отлична от нуля [7], а через U_N — множество отрезков, дополняющее U_S до U . Обозначим $M_S = \sup_{\varphi \in U_S} L_m(\varphi) = L_m(\hat{\varphi})$ и $M_N = \sup_{\varphi \in U_N} L_m(\varphi)$ — величины абсолютных максимумов случайного процесса (4) при $\gamma_0 = 1$ в подобластях U_S и U_N соответственно. Здесь $\hat{\varphi}$ — положение абсолютного максимума $L_m(\varphi)$ при $\varphi \in U_S$. При выполнении условия (12) величины M_S и M_N приближенно статистически независимы [8], так что для вероятности пропуска объекта имеем:

$$\beta_m \approx P[M_N < h]P[M_S < h] \approx F_0(h)F_S(h) = (1 - \alpha_m)F_S(h), \quad (23)$$

где $F_0(h)$ определяется формулами (10), (17), а $F_S(h) = P[M_S < h]$ — функция распределения величины абсолютного максимума логарифма ФОП на отрезке U_S .

Согласно (7), сигнальная функция (21) достигает максимума при $\varphi = \varphi_0$, следовательно, выходное отношение сигнал/шум (ОСШ) [7, 11] равно

$$\hat{z}^2 = \hat{S}^2(\varphi_0, \varphi_0) / \hat{B}(\varphi_0, \varphi_0) = z^4 / 2(2z^2 + 1 - 1/\kappa)(1 - 1/\kappa), \quad (24)$$

Положим, что выходное ОСШ (24) достаточно велико. Обозначим $\Delta = \max(|\varphi_1 - \varphi_0|, |\varphi_2 - \varphi_0|, |\varphi_2 - \varphi_1|)$. Устремляя $\Delta \rightarrow 0$ и учитывая (7), получаем, что в малой окрестности φ_0 для функций (21), (22) справедливы асимптотические разложения

$$\begin{aligned} \hat{S}(\varphi, \varphi_0) &= z^2 \frac{\kappa - 1}{2\kappa} \left(1 - \frac{2\kappa\delta(\varphi_0)}{\kappa - 1} |\varphi - \varphi_0| \right) + \alpha(|\varphi - \varphi_0|), \\ \hat{B}(\varphi_1, \varphi_2) &= \left[z^2 (\kappa - 1) / \kappa + 1/2 \right] \times \\ &\times \begin{cases} 1 - \frac{2\kappa\delta(\varphi_0)}{\kappa - 1} |\varphi_1 - \varphi_2| - \frac{2z^2\delta(\varphi_0)}{z^2(\kappa - 1) / \kappa + 1/2} \times \\ \times \min(|\varphi_1 - \varphi_0|, |\varphi_2 - \varphi_0|) + \alpha(\Delta), & (\varphi_1 - \varphi_0)(\varphi_2 - \varphi_0) > 0, \\ 1 - \frac{2\kappa\delta(\varphi_0)}{\kappa - 1} |\varphi_1 - \varphi_2| + \alpha(\Delta), & (\varphi_1 - \varphi_0)(\varphi_2 - \varphi_0) \leq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

Отметим, что при $\varphi = \varphi_0$ логарифм ФОП (20) обладает плотностью вероятности $w_0(L) = \exp(-L - z^2(\kappa - 1)/2\kappa) \text{ch}(z\sqrt{2L(\kappa - 1)/\kappa}) / \sqrt{\pi L}$ при $L \geq 0$, $w_0(L) = 0$ при $L < 0$ [6]. Для логарифма ФОП с такой плотностью вероятности, первые два момента которого допускают представления (25), (26), в [8] с использованием метода локально-марковской аппроксимации найдено приближенное выражение для функции распределения величины абсолютного максимума логарифма ФОП $L_m(\varphi)$ при $\varphi \in U_S$:

$$\begin{aligned} F_S(h) &\approx \\ &\approx \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp\left(-\frac{x^2/2 - h}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} \right) \right]^2 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2(\kappa - 1)/\kappa}{2} \right) \text{ch}\left(zx\sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right) dx. \end{aligned} \quad (27)$$

Точность формулы (27) растет с увеличением z и порога h .

Подставляя (27) в (23), находим вероятность пропуска объекта, движущегося с известной скоростью в неизвестном направлении, при неизвестных интенсивностях его изображения и фона:

$$\beta_m \approx \exp \left[-\frac{2\kappa m}{\kappa - 1} \sqrt{\frac{h}{\pi}} \exp(-h) \right] \times \\ \times \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp \left(-\frac{x^2/2 - h}{1 + \kappa/z^2(\kappa - 1)} \right) \right]^2 \exp \left(-\frac{x^2 + z^2(\kappa - 1)/\kappa}{2} \right) \operatorname{ch} \left(zx \sqrt{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right) dx \quad (28)$$

при $h \geq 1/2$, и $\beta_m \approx 0$ при $h < 1/2$

Из (18), (19), (28) следует, что характеристики обнаружения зависят от скорости движения объекта V_0 , причем эффективность обнаружения снижается при увеличении V_0 .

Следует отметить, что полученные выражения справедливы, если за время T объект не покидает область наблюдения, двигаясь со скоростью V_0 в секторе углов $[\varphi_{\min}, \varphi_{\max}]$. Минимальная площадь области наблюдения, при которой это условие выполняется, зависит от формы объекта и сектора возможных направлений его движения. Определим размеры области наблюдения, при которых это условие заведомо выполняется, то есть найдем минимальное значение площади области наблюдения, которую не покидает объект, двигаясь в любом направлении из сектора углов $[0, 2\pi]$. Пусть R — наименьший радиус окружности, полностью содержащей в себе изображение объекта. Тогда при $t \in [0, T]$ объект будет находиться внутри окружности радиуса $R + V_0 T$. Следовательно, площадь области наблюдения должна быть не меньше $\pi(R + V_0 T)^2$. В соответствии с (18), в этом случае $TV_0 = 2G_{06}m/\int_0^{2\pi} I(\varphi)d\varphi$, поэтому площадь области на-

блюдения должна быть не меньше $\pi \left(R + 2G_{06}m/\int_0^{2\pi} I(\varphi)d\varphi \right)^2$. Следовательно,

параметр κ принимает значения из бесконечного полуинтервала $[\kappa_{\min}, \infty)$, где $\kappa_{\min} = \frac{\pi}{G_{06}} \left(R + 2G_{06}m/\int_0^{2\pi} I(\varphi)d\varphi \right)^2$. Найдем нижнюю мажорирующую оценку

$\kappa_{\min}^*$ для величины $\kappa_{\min}$. Учитывая, что $\pi r^2 \leq G_{06} \leq \pi R^2$, $\int_0^{2\pi} I(\varphi)d\varphi = 4\pi r$, где r — наибольший радиус окружности, целиком содержащейся внутри изображения объекта, имеем $\kappa_{\min}^* = (1 + mR/2r)^2 (R/r)^2$. В частности, если изображение объекта является кругом, то есть $r = R$, то $\kappa_{\min}^* = (1 + m/2)^2$.

Характеристики обнаружения при априори известной интенсивности фона и неизвестной интенсивности изображения объекта, движущегося в неизвестном направлении, могут быть получены как частный случай из найденных выше выражений. Действительно, в этом случае решение выносится на основе сравнения абсолютного максимума логарифма ФОП [5]

$$L_{ma}(\varphi) = \sup_a L_1(a, b_0, \varphi) - L_0(b_0) =$$

$$= \left[\int_0^T \int_{\Omega} \Xi(x, y, t) s_1(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) dx dy dt \right]^2$$

$$N_0 \int_0^T \int_{\Omega} s_1^2(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) dx dy dt$$

$$- \frac{2b_0}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} \Xi(x, y, t) v_1(x, y) I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) dx dy dt +$$

$$+ \frac{b_0^2}{N_0} \int_0^T \int_{\Omega} v_1^2(x, y) I_{o6}(x - V_0 t \cos \varphi, y - V_0 t \sin \varphi) dx dy dt \quad (29)$$

с порогом h в соответствии с правилом (3), где $L = \sup_{\varphi \in U} L_{ma}(\varphi)$. Подставляя в (29) реализацию наблюдаемых данных (1), при $s_1(x, y) = 1$, $v_1(x, y) = 1$ логарифм ФОП $L_{ma}(\varphi)$ представим в виде

$$L_{ma}(\varphi) = [\gamma_0 z S(\varphi, \varphi_0) + N(\varphi)]^2 / 2. \quad (30)$$

Как следует из сопоставления логарифмов ФОП (4) и (30), $L_m(\varphi) \rightarrow L_{ma}(\varphi)$ при $\kappa \rightarrow \infty$, так как при неограниченном увеличении площади области наблюдения оценка интенсивности фона становится асимптотически точной. Тогда вероятности ошибок ложной тревоги α_{ma} и пропуска объекта β_{ma} для МП алгоритма обнаружения движущегося в неизвестном направлении объекта при неизвестной интенсивности его изображения и известной интенсивности фона могут быть найдены как пределы выражений (19), (28) при $\kappa \rightarrow \infty$:

$$\alpha_{ma} \approx 1 - \exp\left[-2m\sqrt{h/\pi} \exp(-h)\right], \quad (31)$$

при $h \geq 1/2$ и $\alpha_m \approx 1$ при $h < 1/2$,

$$\beta_{ma} \approx \exp\left[-2m\sqrt{h/\pi} \exp(-h)\right] \int_0^{\sqrt{2h}} \left[1 - \exp\left(\frac{x^2/2 - h}{1 + 1/z^2}\right)\right]^2 \exp\left(-\frac{x^2 + z^2}{2}\right) \text{ch}(zx) dx \quad (32)$$

при $h \geq 1/2$ и $\beta_m \approx 0$ при $h < 1/2$.

Для сравнения приведем характеристики обнаружения изображения движущегося в неизвестном направлении объекта при априори известных интенсивностях его изображения и фона [4]:

$$\alpha \approx 1 - \exp\left[-mu \exp(-u^2/2)/\sqrt{2\pi}\right] \quad (33)$$

при $u \geq 1$, и $\alpha \approx 1$ при $u < 1$,

$$\beta \approx \exp \left[-m \exp(-u^2/2) / \sqrt{2\pi} \right] \left\{ \Phi(u-z) - 2 \exp(3z^2/2 - uz) \times \right. \\ \left. \times \Phi(u-2z) + \exp(4z^2 - 2uz) \Phi(u-3z) \right\}, \quad (34)$$

при $u \geq 1$, и $\beta \approx 0$ при $u < 1$, где $u = h/z + z/2$ — нормированный порог. Здесь $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-g^2/2) dg / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности.

Исследуем влияние априорного незнания интенсивностей изображения объекта и фона на характеристики обнаружения объекта, движущегося в неизвестном направлении. На рис. 1 показаны рассчитанные с использованием формул (32), (34) зависимости от ОСШ z проигрыша $\chi_a = \beta_{ma} / \beta$ в величине вероятности пропуска движущегося в неизвестном направлении объекта, обусловленного априорным незнанием интенсивности его изображения при известной интенсивности фона. На рис. 2 показаны рассчитанные с использованием формул (28), (34) зависимости от ОСШ z проигрыша $\chi = \beta_m / \beta$ в величине вероятности пропуска движущегося в неизвестном направлении объекта, обусловленного априорным незнанием интенсивностей его изображения и фона. Порог выбирался на основании критерия Неймана-Пирсона [8] с использованием формул (19), (31) и (33). Сплошные кривые соответствуют вероятностям ложной тревоги $\alpha = \alpha_m = \alpha_{ma} = 10^{-1}$, штриховые — $\alpha = \alpha_m = \alpha_{ma} = 10^{-3}$. Кривые 1 соответствуют $m = 5$, кривые 2 — $m = 10$, кривые 3 — $m = 20$. При построении кривых на рис. 2 предполагалось, что объект имеет форму круга и может двигаться в любом направлении в диапазоне углов $[0, 2\pi]$, поэтому значение k выбиралось равным $k_{\min}^* = (1 + m/2)^2$.

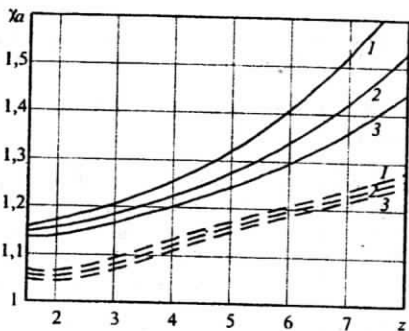


Рис. 1

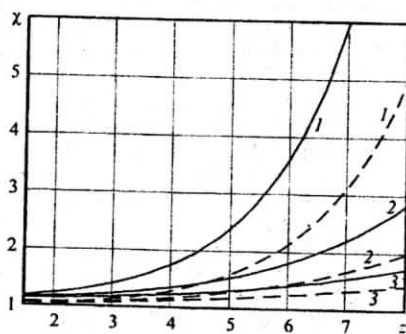


Рис. 2

Как следует из анализа кривых на рис. 1, при известной интенсивности фона применение максимально правдоподобного алгоритма обнаружения движущегося в неизвестном направлении объекта в условиях априорной неопреде-

ленности относительно интенсивности его изображения приводит к относительно небольшому проигрышу в эффективности обнаружения по сравнению со случаем, когда интенсивность изображения объекта априори известна. Из сравнения кривых на рис. 1 и 2 следует, что дополнительная априорная неопределенность относительно интенсивности фона может заметно снизить эффективность обнаружения при больших значениях отношения сигнал/шум. Так, для $m = 5$, $\alpha = 10^{-1}$ и $z = 7$ априорное незнание интенсивности изображения при известной интенсивности фона приводит к увеличению вероятности пропуска в 1,5 раза. Если к тому же неизвестна интенсивность фона, то вероятность пропуска возрастает в 6 раз. При этом увеличение вероятности пропуска объекта при фиксированной вероятности ложной тревоги наиболее существенно для небольших значений отношения площади области наблюдения к площади объекта k , которые возможны при малом числе разрешимых направлений движения m .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Красильников Н.Н. Теория передачи и восприятия изображений / Н.Н. Красильников — М.: Радио и связь, 1986. — 248 с.
2. Бычков А.А. Обнаружение изображений пространственно-протяженных затеняющих фон объектов / А.А. Бычков, В.А. Понькин // Автометрия. — 1992. — Т.28. — №4. — С. 33–40.
3. Ковалев Г.С. Потенциальные возможности обнаружения и маскирования движущихся объектов на неравномерных фонах / Г.С. Ковалев, В.А. Понькин, И.В. Лаптев, В.В. Ефремов // Информационно-измерительные и управляющие системы. — 2003. — №4. — С. 24–29.
4. Трифонов А.П. Эффективность обнаружения изображения объекта, движущегося в неизвестном направлении / А.П. Трифонов, Р.В. Куцов // Известия вузов. Радиоэлектроника. — 2008. — №9. — С. 70–80.
5. Трифонов А.П. Обнаружение движущегося пространственно-протяженного объекта на фоне с неизвестной интенсивностью / А.П. Трифонов, Р.В. Куцов // Автометрия. — 2005. — Т.41. — №1. — С. 3–18.
6. Трифонов А.П. Обнаружение движущегося с произвольной скоростью объекта при неизвестных интенсивностях изображения и фона / А.П. Трифонов, Р.В. Куцов // Автометрия. — 2006. — Т.42. — №4. — С. 3–16.
7. Трифонов А.П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А.П. Трифонов, Ю.С. Шинаков — М.: Радио и связь, 1986. — 268 с.
8. Акимов П.С. Теория обнаружения сигналов / П.С. Акимов, П.А. Бакут, В.А. Богданович и др.; под ред. П.А. Бакута — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.
9. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника / В.И. Тихонов — М.: Сов. радио, 1966. — 680 с.
10. Трифонов А.П. Оценка местоположения точечной цели в зоне Френеля приемной антенны / А.П. Трифонов, С.И. Шарапов // Радиотехника и электроника. — 1984. — Т. 29. — № 2. — С. 242–249.
11. Куликов Е.И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е.И. Куликов, А.П. Трифонов — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.