

280
P6434

T.52/9

280
ISSN 0021-2402

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОФИЗИКА

2009
ТОМ 52
9

ИЗДАНИЕ НИЖЕГОРОДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
УНИВЕРСИТЕТА И НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО
РАДИОФИЗИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

УДК 621.391.1

ОБНАРУЖЕНИЕ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА НА ФОНЕ БЕЛОГО ШУМА

А. П. Трифонов, П. Е. Руднев

Воронежский госуниверситет, г. Воронеж, Россия

Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобного обнаружителя сверхширокополосного квазирadiосигнала, длительность которого может составлять несколько периодов или даже долю периода гармонического колебания с неизвестными амплитудой и фазой. Найдены характеристики классического квадратурного обнаружителя при приёме сверхширокополосного квазирadiосигнала. Сформулированы условия применимости модели узкополосного радиосигнала для решения задачи обнаружения с заданной точностью.

ВВЕДЕНИЕ

Задача оптимального приёма узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой на фоне белого шума достаточно подробно изучена и её уже можно назвать классической для статистической радиофизики [1, 2]. Под узкополосными понимаются сигналы, относительная полоса которых, т. е. отношение полосы частот к центральной частоте их спектра, много меньше единицы. С этой точки зрения, так называемые широкополосные сигналы (радиосигналы с большой базой) также являются узкополосными. Узкополосные (квазигармонические) радиосигналы долгое время являлись одним из основных объектов исследования в радиофизике [1–3].

В последние годы всё больший интерес и применение в радиофизике и её приложениях находят так называемые сверхширокополосные сигналы (сигналы без несущей) [4–6]. У этих сигналов относительная полоса частот может быть порядка единицы и более. При таких значениях относительной полосы обычные определения огибающей и фазы теряют ясный физический смысл, что может привести к нецелесообразности их использования. Поэтому известные результаты по обнаружению радиосигналов с неизвестными амплитудой и фазой, существенно использующие их узкополосность, не могут быть применены к сверхширокополосным сигналам. Среди множества сверхширокополосных сигналов [4–6] выделим в отдельный класс сверхширокополосные сигналы, структура которых подобна структуре узкополосных радиосигналов. Назовём их сверхширокополосными квазирadiосигналами.

Как известно [1, 2], узкополосный радиосигнал (без фазовой модуляции) можно записать в виде

$$s(t, a_0, \varphi_0) = a_0 f(t) \cos(\omega_0 t - \varphi_0). \quad (1)$$

Если полоса частот $\Delta\omega$ сигнала $s(t, a_0, \varphi_0)$ и частота ω_0 удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega_0, \quad (2)$$

то сигнал (1) является узкополосным радиосигналом. Тогда a_0 , ω_0 , φ_0 — амплитуда, частота и начальная фаза, а $f(t)$ — нормированная ($\max(f(t)) = 1$) огибающая узкополосного радиосигнала (1). Отметим, что a_0 , ω_0 , φ_0 и $f(t)$ могут быть найдены по заданному узкополосному радиосигналу $s(t, a_0, \varphi_0)$ [1, 2]. Очевидно, что сигнал вида (1) можно получить с помощью простейшего модулятора, показанного на рис. 1. Здесь 1 — генератор гармонического колебания

$$a_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0), \quad (3)$$

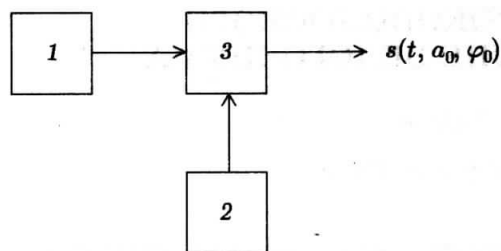


Рис. 1

2 — генератор функции $f(t)$, 3 — перемножитель. Выбором модулирующей функции $f(t)$ можно обеспечить полосу частот $\Delta\omega$ сигнала (1), близкую к частоте ω_0 . В этом случае формула (1) описывает сверхширокополосный квазирадiorисигнал. Соответственно, a_0 , ω_0 , φ_0 являются параметрами гармонического колебания (3), используемого для формирования сверхширокополосного квазирадiorисигнала (1). Эти параметры можно определить по сверхширокополосному квазирадiorисигналу $s(t, a_0, \varphi_0)$ только если модулирующая функция $f(t)$ априори известна, что предполагается в дальнейшем.

Таким образом, изменение модулирующей функции $f(t)$ позволяет описать формулой (1) как сверхширокополосные квазирадiorисигналы с большой относительной полосой частот, так и узкополосные радиосигналы, для которых выполняется (2). В частности, при малой длительности модулирующей функции получаем сверхширокополосный квазирадiorисигнал, у которого на интервале, равном длительности сигнала, размещается лишь несколько периодов или даже доли периода гармонического колебания (3).

В данной работе синтезирован максимально правдоподобный обнаружитель сверхширокополосного квазирадiorисигнала с неизвестными амплитудой и фазой. Найдены его характеристики и характеристики известного [1, 2] квадратурного обнаружителя, синтезированного в предположении, что выполняется (2). Полученные результаты позволили в частности сформулировать количественно условия применимости модели узкополосного радиосигнала в задаче обнаружения, при которых обеспечивается необходимая точность классического решения задачи обнаружения [1, 2].

1. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ ОБНАРУЖИТЕЛЬ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала (1) на фоне гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Наблюдаемую смесь сигнала (1) и шума $n(t)$ представим в виде

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \varphi_0) + n(t), \quad t \in [0, T], \quad (4)$$

где $[0, T]$ — интервал наблюдения, γ_0 — дискретный параметр состояния, принимающий значение $\gamma_0 = 0$ при отсутствии сигнала в наблюдаемых данных или $\gamma_0 = 1$ — при наличии сигнала. Тогда задача обнаружения сводится к оценке параметра состояния γ_0 на основе наблюдаемых данных (4).

Для синтеза алгоритма обнаружения сигнала (оценки параметра γ_0) воспользуемся методом максимального правдоподобия [2, 7]. Согласно этому методу, по наблюдаемым данным (4) надо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) $L(\gamma, a, \varphi)$, зависящий от параметра состояния γ и неизвестных значений a и φ . Тогда оценка максимального правдоподобия $\hat{\gamma}$ параметра γ_0 определяется как значение γ , при котором логарифм ФОР достигает абсолютного (наибольшего) максимума. Согласно [2, 7] имеем, что максимально правдоподобный алгоритм обнаружения сигнала (оценки параметра γ_0) можно представить в виде

$$\hat{\gamma} = \begin{cases} 1, & L > h; \\ 0, & L < h, \end{cases} \quad (5)$$

здесь

$$L = \sup L(a, \varphi) = L(\hat{a}, \hat{\varphi}), \quad (6)$$

$L(a, \varphi) = L(\gamma = 1, a, \varphi)$, а $(\hat{a}, \hat{\varphi}) = \arg \sup L(a, \varphi)$ — оценки максимального правдоподобия неизвестных амплитуды и фазы гармонического колебания (3). Порог h в (5) выбирается в соответствии с заданным критерием оптимального обнаружения [2, 7].

При помехе в виде гауссовского белого шума логарифм ФОП можно записать как [2]

$$L(a, \varphi) = \frac{2}{N_0} \int_0^T \xi(t) s(t, a, \varphi) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^T s^2(t, a, \varphi) dt. \quad (7)$$

Подставим в (7) явный вид сверхширокополосного квазирadiосигнала (1) и преобразуем к виду

$$L(a, \varphi) = a (X \cos \varphi + Y \sin \varphi) - Q a^2 [1 + \rho_c \cos(2\varphi) + \rho_s \sin(2\varphi)]/2, \quad (8)$$

$$X = \frac{2}{N_0} \int_0^T \xi(t) f(t) \cos(\omega_0 t) dt, \quad Y = \frac{2}{N_0} \int_0^T \xi(t) f(t) \sin(\omega_0 t) dt, \quad Q = \frac{1}{N_0} \int_0^T f^2(t) dt,$$

$$\rho_c = \frac{1}{Q N_0} \int_0^T f^2(t) \cos(2\omega_0 t) dt, \quad \rho_s = \frac{1}{Q N_0} \int_0^T f^2(t) \sin(2\omega_0 t) dt. \quad (9)$$

Для получения решающей статистики (6), найдём оценки максимального правдоподобия $\hat{a}$ и $\hat{\varphi}$ амплитуды и фазы сигнала (1). Решая систему уравнений правдоподобия

$$\left. \frac{\partial L(a, \varphi)}{\partial a} \right|_{\hat{a}, \hat{\varphi}} = 0, \quad \left. \frac{\partial L(a, \varphi)}{\partial \varphi} \right|_{\hat{a}, \hat{\varphi}} = 0$$

и подставляя найденные оценки в (8), имеем

$$L = \max L(a, \varphi) = \frac{X^2 (1 - \rho_c) + Y^2 (1 + \rho_c) - 2XY \rho_s}{2Q (1 - \rho_c^2 - \rho_s^2)}. \quad (10)$$

Максимально правдоподобный обнаружитель сверхширокополосного квазирadiосигнала (5), (10) можно реализовать на основе блок-схемы, приведённой на рис. 2.

На рис. 2 обозначено: 1 — перемножитель; 2 — интегратор; 3 — квадратор; 4 — сумматор; 5 — делитель; 6 — пороговое устройство. Пороговое устройство осуществляет сравнение логарифма ФОП L (6), (10) с некоторым пороговым значением h согласно (5).

Если полоса частот $\Delta\omega$ сигнала много меньше ω_0 , т. е. обнаруживается узкополосный радиосигнал и выполняется (2), то $\rho_c \ll 1$ и $\rho_s \ll 1$. Тогда, положив в (10) $\rho_c = \rho_s = 0$, получим следующее выражение для логарифма ФОП:

$$\tilde{L} = \frac{X^2 + Y^2}{2Q}. \quad (11)$$

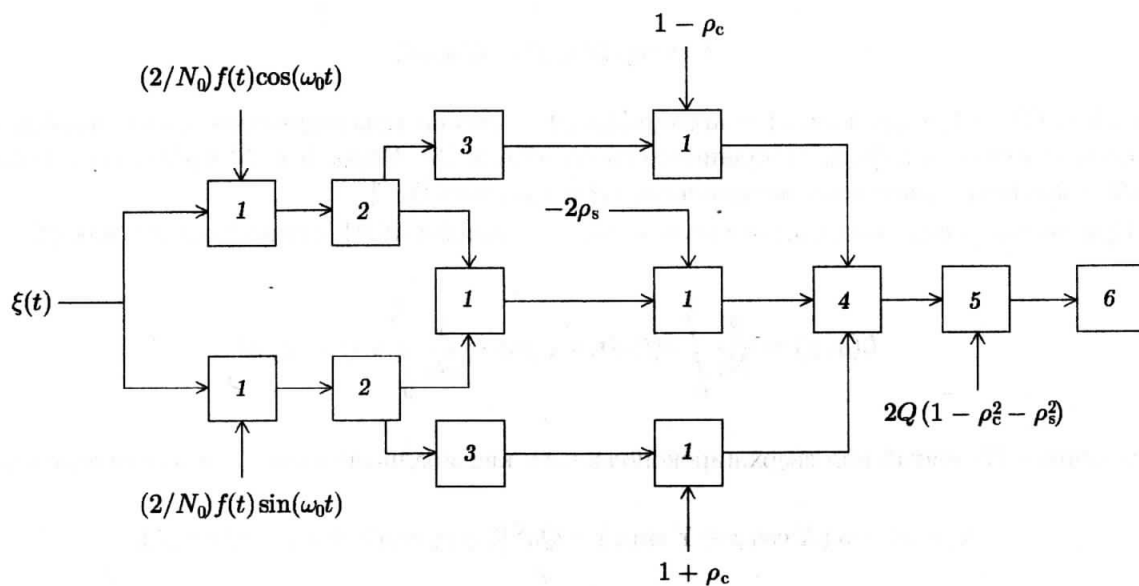


Рис. 2

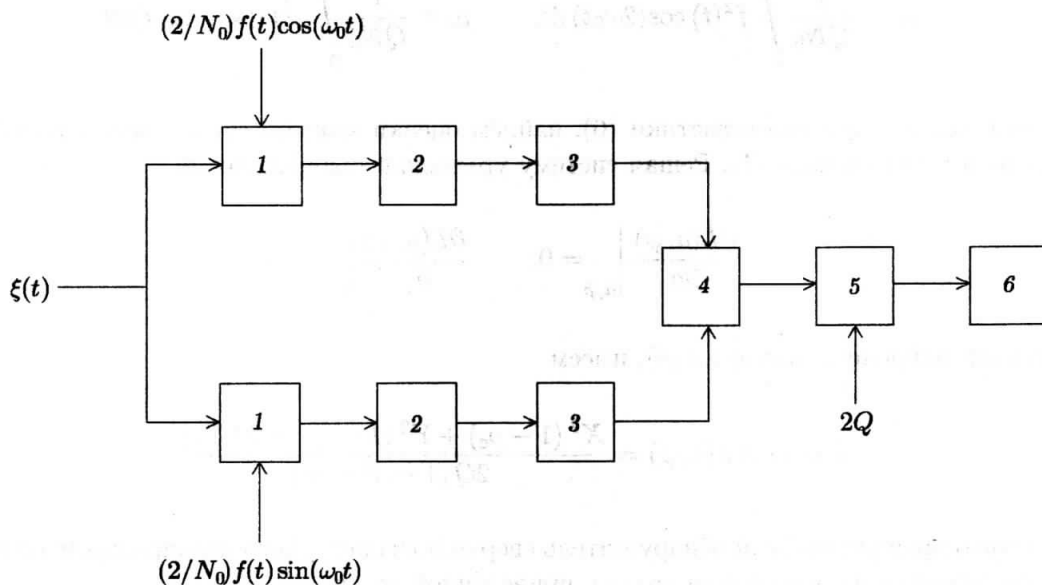


Рис. 3

Алгоритм обнаружения узкополосного радиосигнала аналогично (5) можно записать в виде

$$\tilde{\gamma} = \begin{cases} 1, & \tilde{L} > h; \\ 0, & \tilde{L} < h. \end{cases} \quad (12)$$

Формула (11), полученная как частный случай (10) в предположении, что выполняется (2), совпадает с известной формулой для логарифма ФОР при обнаружении узкополосного радиосиг-

нала с неизвестными амплитудой и начальной фазой [2]. Блок-схема, реализующая обнаружитель (11), (12), показана на рис. 3. Обозначения блоков на рис. 3 соответствуют рис. 2.

Из сопоставления рис. 2 и 3 видим, что обнаружитель (5), (10) имеет заметно более сложную структуру, чем обнаружитель (11), (12). В результате, структура максимально правдоподобного обнаружителя сверхширокополосного квазирadiосигнала (рис. 2) существенно отличается от структуры классического квадратурного обнаружителя узкополосного радиосигнала (рис. 3).

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

Эффективность обнаружителя обычно характеризуется величинами вероятности ошибок 1-го рода (ложной тревоги) α и вероятности ошибок 2-го рода (пропуска сигнала) β [1, 2]. Вероятности ошибок можно вычислить, если известна плотность вероятности решающей статистики (10) при $\gamma_0 = 0$ и $\gamma_0 = 1$. Найдём условную плотность вероятности $W(L | \gamma_0)$ случайной величины (10). Для этого вначале преобразуем формулу (10). Введём замену

$$P = -\rho_s X + (1 + \rho_c)Y, \quad Z = gX, \quad (13)$$

где $g^2 = 1 - \rho_c^2 - \rho_s^2$. Тогда логарифм ФОП (10) примет вид

$$L = [Z^2 + P^2]/[2Qg^2(1 + \rho_c)]. \quad (14)$$

Поскольку L (14) — это функция случайной величины (13), то плотность вероятности L можно найти, зная совместную плотность вероятности случайных величин Z и P .

Случайные величины (13) — гауссовские, т. к. они являются линейными комбинациями случайных величин X и Y (9), а последние являются линейными функционалами от гауссовского белого шума $n(t)$. Совместная плотность вероятности случайных величин Z и P определяется формулой [2]

$$W_{ZP}(Z, P) = \frac{1}{2\pi\sigma_z\sigma_p} \exp \left[-\frac{(Z - m_z)^2}{2\sigma_z^2} - \frac{(P - m_p)^2}{2\sigma_p^2} \right],$$

где $m_z = \gamma_0 g S_c$; $m_p = \gamma_0 (-\rho_s S_c + (1 + \rho_c) S_s)$; $\sigma_z^2 = Qg^2(1 + \rho_c)$; $\sigma_p^2 = Qg^2(1 + \rho_c)$; $S_c = a_0 Q [(1 + \rho_c) \cos \varphi_0 + \rho_s \sin \varphi_0]$; $S_s = a_0 Q [(1 - \rho_c) \sin \varphi_0 + \rho_s \cos \varphi_0]$. Сделаем замену переменных в (14): $Z = \Lambda \cos \theta$, $P = \Lambda \sin \theta$. Тогда

$$L = \Lambda^2/[2Qg^2(1 + \rho_c)]. \quad (15)$$

Выполним переход от совместной плотности вероятности случайных величин Z и P к совместной плотности вероятности случайных величин Λ и θ . Для этого воспользуемся формулой [2]

$$W_{\Lambda\theta}(\Lambda, \theta) = W_{ZP}(Z = \Lambda \cos \theta, P = \Lambda \sin \theta) |D|, \quad (16)$$

где якобиан преобразования

$$|D| = \begin{vmatrix} \frac{\partial(\Lambda \cos \theta)}{\partial \Lambda} & \frac{\partial(\Lambda \cos \theta)}{\partial \theta} \\ \frac{\partial(\Lambda \sin \theta)}{\partial \Lambda} & \frac{\partial(\Lambda \sin \theta)}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \Lambda. \quad (17)$$

Запишем выражение для совместной плотности вероятности Λ и θ :

$$W_{\Lambda\theta}(\Lambda, \theta) = \frac{\Lambda}{2\pi Qg^2(1 + \rho_c)} \exp \left[-\frac{\Lambda^2 + \gamma_0(m_z^2 + m_p^2 - 2\Lambda(m_z \cos \theta + m_p \sin \theta))}{2Qg^2(1 + \rho_c)} \right]. \quad (18)$$

Чтобы определить вероятность ложной тревоги, нужно найти $W(L | \gamma_0 = 0)$ — плотность вероятности случайной величины (15) при условии, что $\gamma_0 = 0$. Для этого в формуле (18) полагаем $\gamma_0 = 0$ и интегрируем полученное выражение по θ , в результате чего находим плотность вероятности случайной величины Λ

$$W_{\Lambda}(\Lambda | \gamma_0 = 0) = \frac{\Lambda}{Qg^2(1 + \rho_c)} \exp \left[-\frac{\Lambda^2}{2Qg^2(1 + \rho_c)} \right].$$

Затем переходим от плотности вероятности случайной величины Λ к плотности вероятности случайной величины L (15)

$$W(L | \gamma_0 = 0) = W_{\Lambda}(\Lambda = \Lambda(L) | \gamma_0 = 0) |\tilde{D}|, \quad (19)$$

$$|\tilde{D}| = |\partial \Lambda(L) / \partial L|. \quad (20)$$

В итоге получаем

$$W(L | \gamma_0 = 0) = \exp(-L). \quad (21)$$

Используя (21), находим вероятность ложной тревоги обнаружителя (5), (10):

$$\alpha_1 = \int_h^{\infty} W(L | \gamma_0 = 0) dL = \exp(-h). \quad (22)$$

Для определения вероятности пропуска сигнала необходимо знать $W(L | \gamma_0 = 1)$ — плотность вероятности случайной величины (14) при условии, что $\gamma_0 = 1$. В формуле (18) полагаем $\gamma_0 = 1$ и интегрируем полученное выражение по θ , используя определение функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента [2]. В результате получим плотность вероятности случайной величины Λ

$$W_{\Lambda}(\Lambda | \gamma_0 = 1) = \frac{\Lambda}{Qg^2(1 + \rho_c)} \exp \left[-\frac{\Lambda^2 + m_z^2 + m_p^2}{2Qg^2(1 + \rho_c)} \right] I_0 \left[\frac{2\Lambda \sqrt{m_z^2 + m_p^2}}{2Qg^2(1 + \rho_c)} \right].$$

Здесь $I_0(z)$ — функция Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента.

Затем, переходя от плотности вероятности случайной величины Λ к плотности вероятности случайной величины L (15) по формулам (19) и (20), имеем

$$W(L | \gamma_0 = 1) = \exp(-Qa_0^2 V/2) \exp(-L) I_0(a_0 \sqrt{2LQV}), \quad (23)$$

$$V = 1 + \rho_c \cos(2\varphi_0) + \rho_s \sin(2\varphi_0).$$

С учётом (23), находим вероятность пропуска сигнала обнаружителем (5):

$$\beta_1 = \int_0^h W(L | \gamma_0 = 1) dL = \exp(-Qa_0^2 V/2) \int_0^h \exp(-L) I_0(a_0 \sqrt{2LQV}) dL.$$

Введём $z_0^2 = (a_0^2/N_0) \int_0^T f^2(t) dt$ — отношение удвоенной энергии сигнала (1) при выполнении (2) к спектральной плотности белого шума [2], тогда

$$\beta_1 = \exp(-z_0^2 V/2) \int_0^h \exp(-L) I_0(z_0 \sqrt{2LV}) dL. \quad (24)$$

Если выполняется (2), т. е. сигнал является узкополосным, то $\rho_c \ll 1$ и $\rho_s \ll 1$. Положив в (22) и (24) $\rho_c = \rho_s = 0$, можно убедиться, что вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала определяются формулами

$$\alpha_0 = \exp(-h); \quad (25)$$

$$\beta_0 = \exp(-z_0^2/2) \int_0^h \exp(-L) I_0(z_0 \sqrt{2L}) dL. \quad (26)$$

Формулы (25) и (26), полученные как частный случай (22), (24) при выполнении (2), совпадают с известными формулами для вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала при обнаружении узкополосного радиосигнала квадратурным обнаружителем (11), (12) [2].

3. ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАДРАТУРНОГО ОБНАРУЖИТЕЛЯ

Максимально правдоподобный обнаружитель свехширокополосного квазирadiосигнала, показанный на рис. 2, имеет более сложную структуру, чем квадратурный обнаружитель узкополосного радиосигнала, показанный на рис. 3. Поэтому может оказаться целесообразным использование более простого квадратурного обнаружителя для обнаружения свехширокополосного квазирadiосигнала. Найдём характеристики квадратурного обнаружителя, показанного на рис. 3, когда обнаруживаемый сигнал (1), возможно, не удовлетворяет условию узкополосности (2). Анализ этих характеристик позволяет, в частности, сформулировать условия применимости модели узкополосного радиосигнала для решения задачи его обнаружения с заданной точностью. Чтобы найти вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала, необходимо знать плотность вероятности случайной величины $\tilde{L}$, определяемой формулой (11). Так как $\tilde{L}$ — это функция случайных величин X и Y (9), то плотность вероятности $\tilde{L}$ можно найти, зная совместную плотность вероятности гауссовских случайных величин X и Y [2]. Согласно [2] совместная плотность вероятности X и Y имеет вид

$$\tilde{W}_{XY}(X, Y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-R^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2(1-R^2)} \left[\frac{(X-m_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(Y-m_y)^2}{\sigma_y^2} - \frac{2R(X-m_x)(Y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} \right] \right\},$$

где $m_x = \gamma_0 S_c$; $m_y = \gamma_0 S_s$; $\sigma_x^2 = Q(1+\rho_c)$; $\sigma_y^2 = Q(1-\rho_c)$; $R = \langle (X-m_x)(Y-m_y) \rangle / (\sigma_x\sigma_y) = \rho_s / \sqrt{1-\rho_c^2}$.

Введём новые случайные величины Λ и θ , которые определим следующим образом:

$$X = \Lambda \cos \theta; \quad Y = \Lambda \sin \theta.$$

Тогда логарифм ФОП (11) примет вид

$$\tilde{L} = \Lambda^2 / (2Q).$$

Совершим переход от совместной плотности вероятности случайных величин X и Y к совместной плотности вероятности случайных величин Λ и θ , используя формулы (16) и (17). Получим выражение для совместной плотности вероятности Λ и θ :

$$\tilde{W}_{\Lambda\theta}(\Lambda, \theta) = \frac{\Lambda}{2\pi Q \sqrt{1-\rho_c^2-\rho_s^2}} \exp \left\{ -\frac{Q\Lambda^2 [1-\rho_c \cos(2\theta) - \rho_s \sin(2\theta)] + \gamma_0 B}{2Q^2 (1-\rho_c^2-\rho_s^2)} \right\}, \quad (27)$$

где $B = Qa_0^2 [1 + \rho_c \cos(2\varphi_0) + \rho_s \sin(2\varphi_0)] - \Lambda a_0 \cos(\theta - \varphi_0)/2$.

Чтобы определить вероятность ложной тревоги нужно найти $W(\tilde{L} | \gamma_0 = 0)$ — плотность вероятности случайной величины $\tilde{L}$ (11) при условии, что $\gamma_0 = 0$. Для этого в формуле (27) полагаем $\gamma_0 = 0$. Интегрируя полученное выражение по θ , используем определение функции Бесселя нулевого порядка от мнимого аргумента [2]. Затем, переходя от плотности вероятности Λ к плотности вероятности $\tilde{L}$ по формулам (19) и (20), получаем

$$W(\tilde{L} | \gamma_0 = 0) = \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}} \exp\left(-\frac{\tilde{L}}{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}\right) I_0\left(\frac{\tilde{L} \sqrt{\rho_c^2 + \rho_s^2}}{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}\right). \quad (28)$$

Используя (28), находим вероятность ложной тревоги для обнаружителя (11), (12):

$$\alpha_2 = \int_h^\infty W(\tilde{L} | \gamma_0 = 0) d\tilde{L} = \frac{1}{\sqrt{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}} \int_h^\infty \exp\left(\frac{-\tilde{L}}{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}\right) I_0\left\{\frac{\tilde{L} \sqrt{\rho_c^2 + \rho_s^2}}{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}\right\} d\tilde{L}. \quad (29)$$

Для определения вероятности пропуска сигнала необходимо знать $W(\tilde{L} | \gamma_0 = 1)$ — плотность вероятности случайной величины $\tilde{L}$ (11) при условии, что $\gamma_0 = 1$. В формулу (27) подставляем $\gamma_0 = 1$ и интегрируем полученное выражение по θ . Затем переходим от плотности вероятности Λ к плотности вероятности $\tilde{L}$ с помощью (19), (20) и получаем

$$W(\tilde{L} | \gamma_0 = 1) = \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}} \exp\{-Qa_0^2 [1 + \rho_c \cos(2\varphi_0) + \rho_s \sin(2\varphi_0)]/2\} \times \\ \times \int_{-\pi}^{+\pi} \exp\left\{a_0 \sqrt{2\tilde{L}Q} \cos(\theta - \varphi_0) - \frac{\tilde{L} [1 - \rho_c \cos(2\theta) - \rho_s \sin(2\theta)]}{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}\right\} d\theta.$$

Следовательно, вероятность пропуска сигнала для обнаружителя (11), (12) определяется выражением

$$\beta_2 = \int_0^h W(\tilde{L} | \gamma_0 = 1) d\tilde{L} = \frac{1}{2\pi \sqrt{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}} \exp\{-z_0^2 [1 + \rho_c \cos(2\varphi_0) + \rho_s \sin(2\varphi_0)]/2\} \times \\ \times \int_0^h \int_{-\pi}^{+\pi} \exp\left\{z_0 \sqrt{2\tilde{L}} \cos(\theta - \varphi_0) - \frac{\tilde{L} [1 - \rho_c \cos(2\theta) - \rho_s \sin(2\theta)]}{1 - \rho_c^2 - \rho_s^2}\right\} d\theta d\tilde{L}. \quad (30)$$

Таким образом, если обнаруживаемый сигнал (1) не является узкополосным, то формулы для характеристик квадратурного обнаружителя (29), (30) существенно отличаются от классических формул (25), (26), известных из литературы [1, 2, 7] и др. Если же полоса $\Delta\omega$ сигнала много меньше ω_0 , т. е. обнаруживается узкополосный сигнал и выполняется (2), то формулы (29), (30) переходят в (25), (26). Действительно, пусть обнаруживаемый сигнал (1) является узкополосным, так что выполняется (2). Полагая в (29), (30) $\rho_c = \rho_s = 0$ опять приходим к формулам (25), (26) для характеристик квадратурного обнаружителя при обнаружении узкополосного радиосигнала.

4. СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК ОБНАРУЖИТЕЛЕЙ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА

В качестве примера рассмотрим обнаружение сверхширокополосного квазирadiосигнала, который задан формулой $s(t, a_0, \varphi_0) = a_0 \cos(\omega_0 t - \varphi_0)$, $0 \leq t \leq T$, т. е. представляет собой отрезок

гармонического колебания (3). Основными параметрами этой модели сигнала, определяющими эффективность обнаружения при фиксированных a_0 и φ_0 являются

$$z_0^2 = a_0^2 T / N_0; \quad \rho_c = \sin(4\pi\kappa) / (4\pi\kappa); \quad \rho_s = [1 - \cos(4\pi\kappa)] / (4\pi\kappa).$$

Здесь $\kappa = T\omega_0 / (2\pi)$ — число периодов гармонического колебания на временном отрезке $0 \leq t \leq T$, равном длительности сигнала.

Сравним эффективность обнаружения узкополосного радиосигнала с помощью алгоритма (12) с эффективностью обнаружения сверхширокополосного квазирадисигнала обнаружителем (5). Из формул (22) и (25) следует равенство вероятностей ложной тревоги обнаружителей (5) и (12), если пороги в (22) и (25) идентичны. Проведём сравнение вероятностей пропуска сигнала обнаружителями (5) и (12) при равных вероятностях ложной тревоги (22), (25). Введём обозначение

$$z_q^2 = z_0^2 [1 + \rho_c \cos(2\varphi_0) + \rho_s \sin(2\varphi_0)].$$

Тогда формула (24) для вероятности пропуска β_1 сверхширокополосного квазирадисигнала обнаружителем (5) примет вид

$$\beta_1 = \exp(-z_q^2/2) \int_0^h \exp(-L) I_0(z_q \sqrt{2L}). \quad (31)$$

Полученная формула (31) совпадает с выражением (24) для вероятности пропуска узкополосного радиосигнала обнаружителем (11), (12) при замене z_q на z_0 . Значит, эффективность обнаружения зависит от соотношения между z_q и z_0 : если $z_q^2 > z_0^2$, то $\beta_1 < \beta_0$, и наоборот.

На рис. 4 приведены зависимости $\chi = z_q^2 / z_0^2 = 1 + \rho_c \cos(2\varphi_0) + \rho_s \sin(2\varphi_0)$ от κ . На рис. 4 кривая 1 соответствует зависимости χ от κ при $\varphi_0 = 0$; кривая 2 — при $\varphi_0 = \pi/8$; кривая 3 — при $\varphi_0 = \pi/4$; кривая 4 — при $\varphi_0 = \pi/2$. Если $\chi > 1$, то при таких κ вероятность пропуска сигнала для обнаружителя (5) меньше вероятности пропуска сигнала для обнаружителя (12). Также из графика видно, что с увеличением κ различие между z_q^2 и z_0^2 становится незначительным: начиная с $\kappa = 1,5$ отличие составляет менее 10%; с ростом κ это отличие ещё больше уменьшается: при $\kappa > 16$ различие не более 1%.

Таким образом, в зависимости от фазы гармонического колебания (3), эффективность обнаружения сверхширокополосного квазирадисигнала может быть как выше, так и ниже эффективности обнаружения узкополосного радиосигнала. Отметим, что эффективность обнаружения узкополосного радиосигнала не зависит от значения фазы колебания (3).

Найдём условия применимости модели узкополосного радиосигнала для решения задачи его обнаружения с заданной точностью. Для этого определим такое $\kappa_{\alpha \min}$, чтобы вероятность ложной тревоги α_2 обнаружителя (12) при обнаружении сверхширокополосного квазирадисигнала отличалась от вероятности ложной тревоги α_0 обнаружителя (12) при обнаружении узкополосного радиосигнала не более, чем на 10%, 5% и 1%. Таким образом, получим минимальное число периодов гармонического колебания, уместающихся на временном отрезке, равном длительности сигнала, при котором данный сигнал можно считать узкополосным, и вероятность ложной тревоги α_0 , найденная из выражения (25), будет отличаться от действительной вероятности ложной тревоги α_2 (29) не более, чем на заданную величину.

На рис. 5 приведены зависимости $\kappa_{\alpha \min}$ от выбранного уровня вероятности ложной тревоги α_0 . Кривая 1 соответствует таким $\kappa_{\alpha \min}$, при которых отличие α_2 от α_0 составляет не более 10%, кривая 2 — не более 5%, а кривая 3 — не более 1%. Следует отметить, что величина $\kappa_{\alpha \min}$ возрастает с уменьшением требуемого значения вероятности ложной тревоги α_0 . Кроме того,

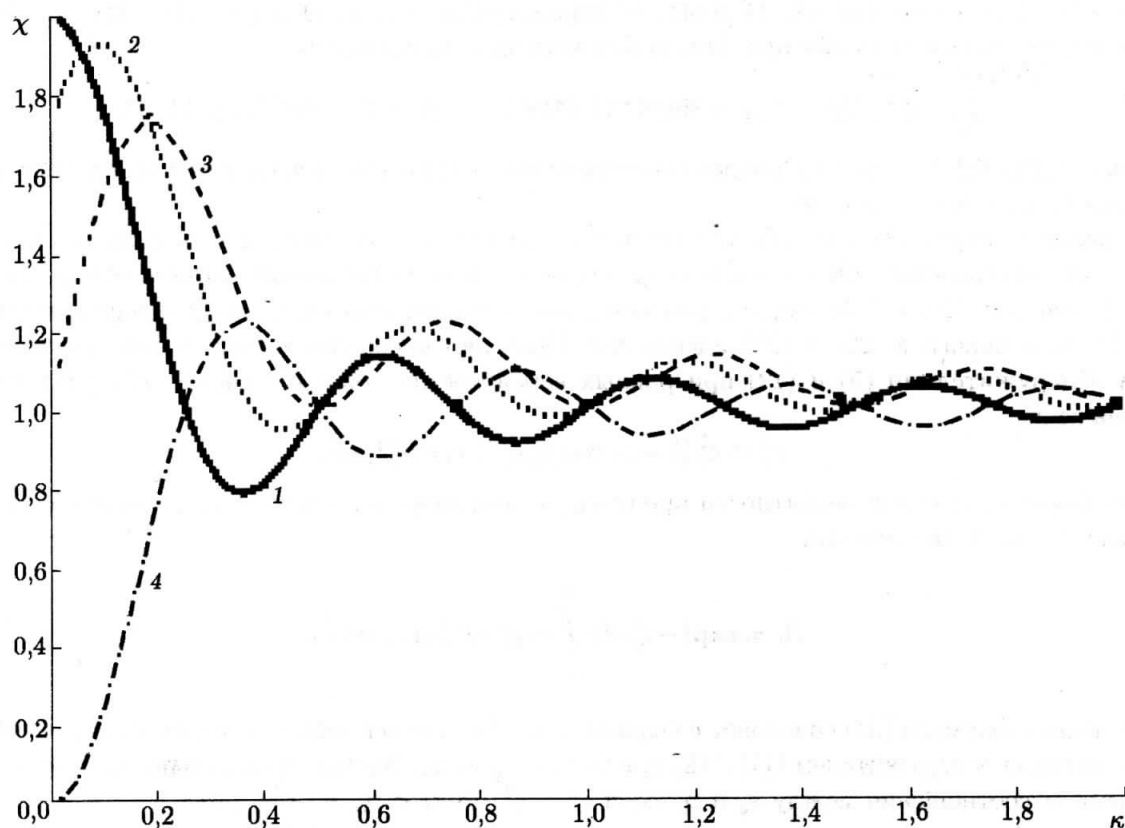


Рис. 4

величина $\kappa_{\alpha \min}$ увеличивается по мере роста необходимой точности классической формулы для вероятности ложной тревоги (25).

Определим такое $\kappa_{\beta \min}$, чтобы вероятность пропуска β_2 (30) обнаружителя (12) при обнаружении сверхширокополосного квазирадиосигнала отличалась от вероятности пропуска β_0 (26) обнаружителя (12) при обнаружении узкополосного радиосигнала не более, чем на 10 %, 5 % и 1 %. В результате получим такое $\kappa_{\beta \min}$, при котором вероятность пропуска сигнала β_0 , найденная из выражения (26), будет отличаться от действительной вероятности пропуска β_2 (30) не более чем на заданную величину. Выберем вероятность ложной тревоги $\alpha_0 = 10^{-2}$ и соответствующий порог, определяемый из (25), будем использовать при вычислении вероятности пропуска β_2 (30) и β_0 (26).

На рис. 6 приведены зависимости $\kappa_{\beta \min}$ от β_0 . Кривая 1 соответствует таким $\kappa_{\beta \min}$, при которых отличие β_2 от β_0 составляет не более 10 %, кривая 2 — не более 5 %, а кривая 3 — не более 1 %. Поскольку вероятность пропуска сигнала β_2 зависит от φ_0 , то в зависимости от значений φ_0 меняется величина $\kappa_{\beta \min}$. Поэтому на рис. 6 приведены значения $\kappa_{\beta \min}$, рассчитанные для значений фазы φ_0 , которые обеспечивают максимальное отклонение β_2 от β_0 при фиксированных z_0^2 и h . Следует отметить, что с уменьшением β_0 значение $\kappa_{\beta \min}$ увеличивается. Величина $\kappa_{\beta \min}$ также возрастает с уменьшением допустимой погрешности расчёта вероятности пропуска сигнала по формуле (26). Кроме того, для выбранной вероятности ложной тревоги α_0 значения $\kappa_{\alpha \min}$, которые обеспечивают требуемую точность вычисления вероятности ложной тревоги по (25), не обеспечивают той же точности расчёта вероятности пропуска сигнала β_2 , найденной из

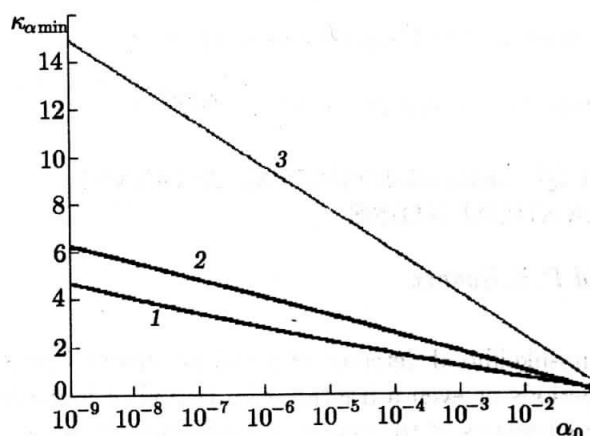


Рис. 5

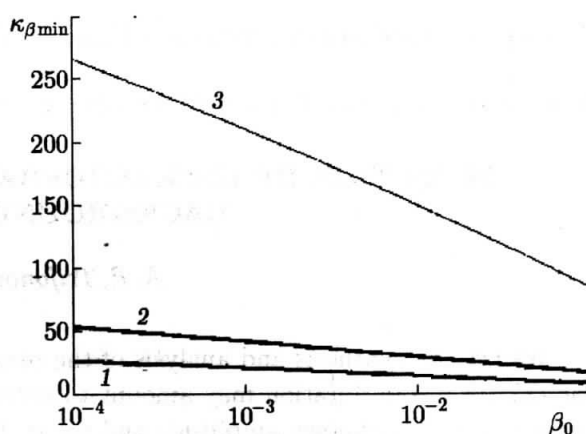


Рис. 6

(26). Следовательно, для определения β_2 с заданной точностью по (26), надо обеспечивать значение $\kappa_{\beta \min}$ большее, чем значение $\kappa_{\alpha \min}$, необходимое для расчёта вероятности ложной тревоги по (25) с той же точностью.

В литературе [1, 2, 7] считается, что результаты классического решения задачи обнаружения узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой справедливы уже при $\kappa \geq 10 \dots 100$. Однако, как следует из рис. 6, требуемая точность может не обеспечиваться при таком выборе κ . Например, при вероятности ошибок $\alpha_0 = \beta_0 = 10^{-2}$, классические формулы для их расчёта (25), (26) обладают относительной погрешностью не более 1%, если в длительности сигнала укладывается не менее 150 периодов гармонического колебания.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что невыполнение условия относительной узкополосности приводит к существенному отличию структуры максимально правдоподобного обнаружителя сверхширокополосного квазирадiorисигнала от структуры классического квадратурного обнаружителя узкополосного радиосигнала. Найденные точные формулы для характеристик обнаружения позволяют для конкретной формы сигнала сформулировать количественные ограничения, при которых классическое решение задачи обнаружения узкополосного радиосигнала обладает требуемой точностью.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 07-01-00042).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахманов С. А., Дьяков Ю. Б., Чиркин А. С. Введение в статистическую радиофизику и оптику. М.: Наука, 1981.
2. Тихонов В. И. Статистическая радиотехника. М.: Советское радио, 1966.
3. Ванжа А. В., Силаев А. М. // Изв. вузов. Радиофизика. 1995. Т. 38, № 12. С. 1257.
4. Астанин Л. Ю., Костылев А. А. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений. М.: Радио и связь, 1989.
5. Taylor J. D. Introduction to ultrawideband radar systems. New-York: CRC press, 1995.
6. Кольцов Ю. В. Методы и средства анализа и формирования сверхширокополосных сигналов. М.: Радиотехника, 2004.

7. Теория обнаружения сигналов / Под ред. П. А. Бакута. М.: Радио и связь, 1984.

Поступила в редакцию 22 июля 2009 г.; принята в печать 28 сентября 2009 г.

DETECTION OF ULTRAWIDEBAND QUASIRADIOSIGNAL AGAINST BACKGROUND RANDOM NOISE

A. P. Trifonov and P. E. Rudnev

We present synthesis and analysis of the maximum-likelihood detector of an ultrawideband quasiradiosignal whose duration may amount to several periods or even a fraction of a period of harmonic oscillation with unknown amplitude and phase. Characteristics of the classical quadrature detector on receipt of the ultrawideband quasiradiosignal are found. The applicability conditions of the narrowband radiosignal model for solving the detection problem to the specified accuracy are formulated.