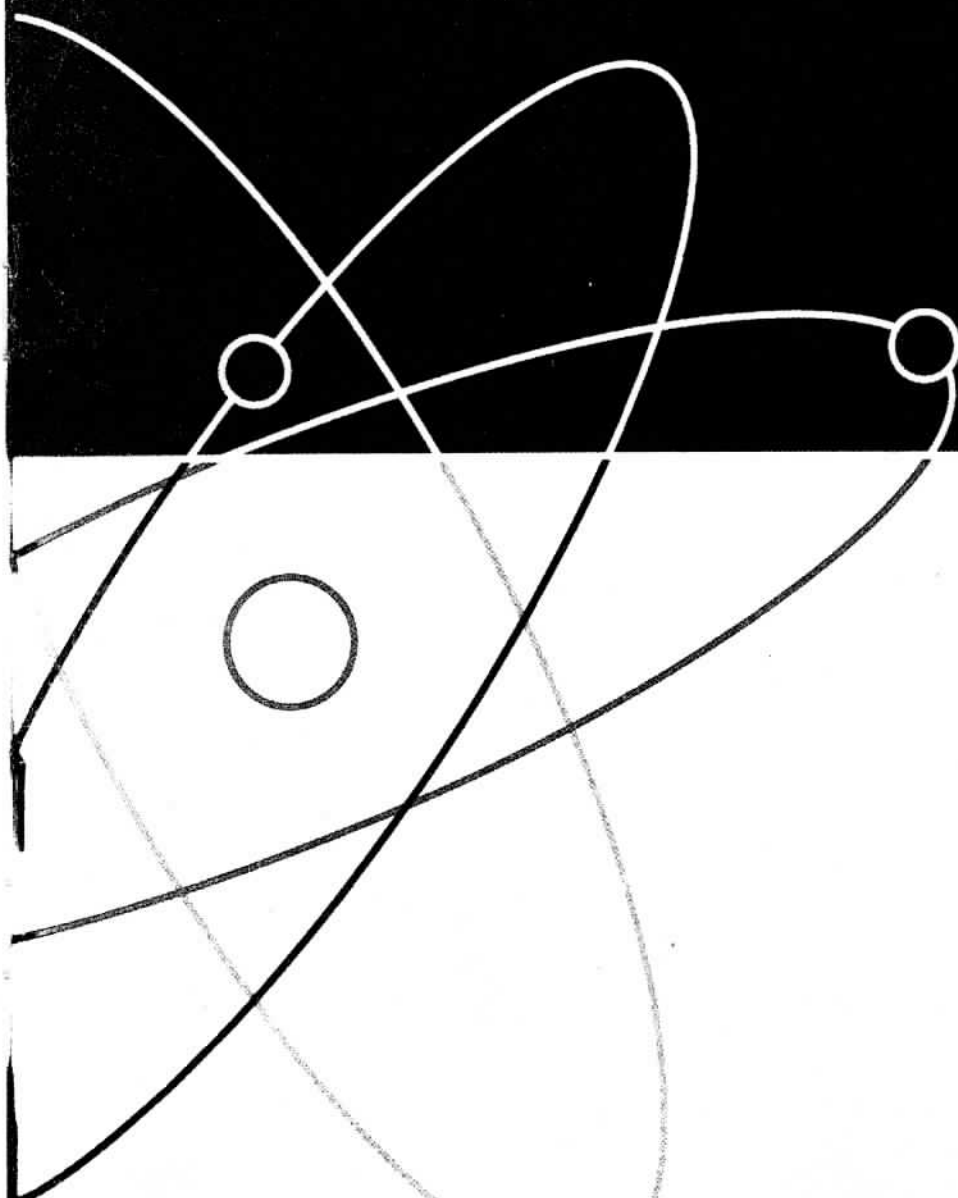
Том 54, № 6
июнь 2011

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ



ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ «КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А.П., РУДНЕВ П.Е.

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОЦЕНКИ ЧАСТОТЫ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА

Воронежский государственный университет
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., 1

Аннотация. Выполнены синтез и анализ максимально правдоподобных алгоритмов оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными параметрами, длительность которого может составлять несколько периодов или долю периода гармонического колебания. Найдены дисперсии синтезированных оценок

Abstract. Synthesis and analysis of maximum likelihood algorithm for estimating the frequency of ultrawideband quasiradiosignal have been realized. Which duration is equal to several periods or several parts of harmonic oscillation period. Dispersions estimates have been found

Ключевые слова: частота, оценка, сверхширокополосный квазирадиосигнал, оценка максимального правдоподобия, дисперсия оценки, frequency, estimate, ultra–wideband quasi–radio signal, maximum likelihood estimate, dispersion of estimate

Задача оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными параметрами на фоне белого шума достаточно подробно изучена и ее уже можно назвать классической для статистической радиотехники [1–3]. Под узкополосными понимаются сигналы, относительная полоса которых, то есть отношение полосы частот к центральной частоте их спектров, много меньше единицы. С этой точки зрения, так называемые широкополосные сигналы (радиосигналы с большой базой) так же являются узкополосными. Узкополосные (квазигармонические) радиосигналы долгое время являлись одним из основных объектов исследования в радиоэлектронике [1–3].

В последние годы все больший интерес и применение в радиоэлектронике и ее приложениях находят так называемые сверхширокополосные сигналы (сигналы без несущей) [4–7]. У этих сигналов относительная полоса частот может быть порядка единицы и более. При таких значениях относительной полосы обычные определения огибающей и фазы теряют ясный физический смысл, что может привести к нецелесообразности их использования. Поэтому, известные результаты по оценке параметров радиосигналов, существенно использующие их узкополосность, не могут быть применены к сверхширокополосным сигналам. Среди множества сверхширокополосных сигналов [4–7] выделим в отдельный класс сверхширокополосные сигналы, структура которых подобна структуре узкополосных радиосигналов. Назовем их сверхширокополосными квазирадиосигналами.

Как известно узкополосный радиосигнал можно записать в виде [1]

$$s(t,\omega_0,a_0,\varphi_0)=a_0 f(t)\cos(\omega_0 t-\varphi_0), \quad (1)$$

причем предполагается, что полоса частот $\Delta\omega$ функции $f(t)$ много меньше несущей частоты ω_0, т.е. $\Delta\omega \ll \omega_0$. Для узкополосного радиосигнала a_0 — амплитуда, $f(t)$ — нормированная

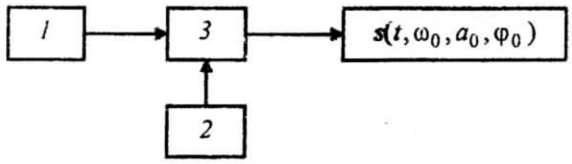


Рис. 1

огибающая ($\max f(t)=1$), φ_0 — начальная фаза.

По аналогии с узкополосным радиосигналом сверхширокополосный сигнал будем описывать формулой (1), однако, теперь не требуя выполнения условия $\Delta\omega \ll \omega_0$. Сверхширокополосный сигнал, допускающий представление в виде (1) будем называть сверхширокополосным квазирадиосигналом. На рис. 1 показана блок-схема формирования сверхширокополосного квазирадиосигнала, где *1* — генератор гармонического колебания $a_0\cos(\omega_0 t-\varphi_0)$, *2* — генератор модулирующей функции $f(t)$, *3* — перемножитель.

Для узкополосных радиосигналов понятие огибающей и фазы сопоставимо с напряжением на выходах амплитудного и фазового детекторов. Для сверхширокополосных квазирадиосигналов, когда на интервале времени равном длительности сигнала умещается только несколько периодов или даже доли периода колебания, такое соответствие утрачивается. Поскольку условие узкополосности $\Delta\omega \ll \omega_0$ далее может не выполняться, функция $f(t)$ в (1) не является огибающей в общепринятом смысле [1], а описывает модулирующую функцию в схеме рис. 1 формирования сверхширокополосного квазирадиосигнала. Соответственно, параметры a_0, ω_0, φ_0 сигнала (1) не являются амплитудой, частотой и начальной фазой этого сигнала в общепринятом смысле [1], а представляют собой амплитуду, частоту и начальную фазу гармонического колебания вырабатываемого генератором *1* в схеме рис. 1 формирования сверхширокополосного квазирадиосигнала. Тем не менее, для краткости далее будем называть a_0, ω_0, φ_0 амплитудой, частотой и начальной фазой сверхширокополосного квазирадиосигнала (1). Эти параметры можно определить по сверхширокополосному кавазирадиосигналу $s(t,\omega_0,a_0,\varphi_0)$ только если модулирующая функция $f(t)$ априори известна, что предполагается в дальнейшем.

В данной работе синтезированы максимально правдоподобные алгоритмы оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными параметрами. Найдены характеристики синтезированных алгоритмов оценки.

Рассмотрим задачу оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными параметрами на фоне шума. Пусть принятое колебание $\xi(t)$ представляет собой аддитивную смесь полезного сверхширокополосного квазирадиосигнала $s(t,\omega_0,a_0,\varphi_0)$, который описывается формулой (1) и частота ω_0 которого неизвестна, и гауссового белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0

$$\xi(t)=s(t,\omega_0,a_0,\varphi_0)+n(t),\quad 0\le t\le T.$$

Для синтеза алгоритмов оценки частоты используем метод максимального правдоподобия [2, 3]. В соответствии с этим методом необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия [2]:

$$L(\omega,a,\varphi)=\frac{2}{N_0}\int_0^T \xi(t)s(t,\omega,a,\varphi)\,dt-$$

$$-\frac{1}{N_0}\int_0^T s^2(t,\omega,a,\varphi)\,dt. \qquad (2)$$

Полагая, что время наблюдения T больше длительности сигнала (1), введем обозначения:

$$Q=(1/N_0)\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,dt,$$

$$\begin{Bmatrix}\rho_{cn}(\omega)\\ \rho_{sn}(\omega)\end{Bmatrix}=\int\limits_{-\infty}^{\infty}t^n f^2(t)\begin{Bmatrix}\cos\\ \sin\end{Bmatrix}(\omega t)dt\,/\int\limits_{-\infty}^{\infty}f^2(t)dt,$$

$$\begin{Bmatrix}X(\omega)\\ Y(\omega)\end{Bmatrix}=(2/N_0)\int\limits_0^T\xi(t)f(t)\begin{Bmatrix}\cos\\ \sin\end{Bmatrix}(\omega t)dt.$$

Подставляя (1) в (2) и используя введенные обозначения, получаем:

$$L(\omega,a,\varphi)=a[X(\omega)\cos\varphi+Y(\omega)\sin\varphi]-$$
$$-\frac{Qa^2}{2}(1+\rho_{c0}(2\omega)\cos2\varphi+\rho_{s0}(2\omega)\sin2\varphi).\quad(3)$$

В частном случае, когда для всех ω справедливо $\Delta\omega<<\omega$, положив в (3) $\rho_{c0}(2\omega)=$ $=\rho_{s0}(2\omega)=0$ получим известное значение логарифма функционала отношения правдоподобия для узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой, фазой и частотой [2]:

$$\widetilde{L}(\omega,a,\varphi)=a[X(\omega)\cos\varphi+Y(\omega)\sin\varphi]-Qa^2/2.$$

Если все параметры сигнала $s(t,\omega_0,a_0,$ $\varphi_0)$, кроме частоты ω_0, априори известны, то оценка максимального правдоподобия частоты имеет вид:

$$\hat{\omega}_1=\mathrm{argsup}L_1(\omega)=\mathrm{argsup}L(\omega,a_0,\varphi_0),\quad(4)$$

где

$$L_1(\omega)=a_0(X(\omega)\cos\varphi+Y(\omega)\sin\varphi)-$$
$$-z_0^2(1+\rho_{c0}(2\omega)\cos2\varphi_0+\rho_{s0}(2\omega)\sin2\varphi_0)/2,$$

а a_0 и φ_0 — известные амплитуда и фаза сигнала (1), $z_0^2=Qa_0^2$ — отношение сигнал–шум для узкополосного радиосигнала [1–3].

Введем параметр $\kappa=\omega\tau/2\pi$ — число периодов гармонического колебания частоты ω, умещающихся на временном отрезке, равном длительности сигнала τ. Здесь $\tau=\int_{-\infty}^{\infty}f^2(t)dt$ — эквивалентная длительность сигнала (1). Тогда условие $\Delta\omega<<\omega$ можно записать в виде $\kappa>>1$.

В случае, когда для всех ω справедливо $\Delta\omega<<\omega$, т.е. $\kappa>>1$, положив в (4) $\rho_{c0}(2\omega)=\rho_{s0}(2\omega)=0$, получим известный алгоритм оценки частоты узкополосного радиосигнала с известными амплитудой и фазой [2]

$$\hat{\hat{\omega}}_1=\mathrm{argsup}\widetilde{L}(\omega,a_0,\varphi_0)=$$
$$=\mathrm{argsup}(a_0(X(\omega)\cos\varphi_0+Y(\omega)\sin\varphi_0)-z_0^2/2).$$

Если помимо частоты неизвестна также амплитуда сверхширокополосного квазирадиосигнала, то логарифм функционала отношения правдоподобия можно получить из (3), подставив значение $\varphi=\varphi_0$, где φ_0 — известная фаза сигнала (1). Соответствующий логарифм функционала отношения правдоподобия $L(\omega,a,\varphi_0)$ зависит от двух неизвестных параметров ω и a. Таким образом, для получения алгоритма оценки частоты сигнала (1) с неизвестной амплитудой по методу максимального правдоподобия, необходимо в $L(\omega,a,\varphi_0)$ неизвестное значение амплитуды заменить на ее оценку максимального правдоподобия. Максимизируя с этой целью логарифм функционала отношения правдоподобия $L(\omega,a,\varphi_0)$ по значениям неизвестной амплитуды, получим следующий алгоритм оценки частоты сигнала (1) с неизвестной амплитудой:

$$\hat{\omega}_2=\mathrm{argsup}\{L_2(\omega)\}=\mathrm{argsup}\{\sup_a L(\omega,a,\varphi_0)\},\quad(5)$$

где

$$L_2(\omega)=(X(\omega)\cos\varphi_0+Y(\omega)\sin\varphi_0)^2/$$
$$/[2Q(1+\rho_{c0}(2\omega)\cos2\varphi_0+\rho_{s0}(2\omega)\sin2\varphi_0)].$$

В частном случае, когда $\kappa>>1$, положив в (5) $\rho_{c0}(2\omega)=\rho_{s0}(2\omega)=0$, получим известный алгоритм оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестной амплитудой [2]:

$$\hat{\tilde{\omega}}_2 = \operatorname{argsup}\{\sup_{a} \tilde{L}(\omega, a, \varphi_0)\} =$$

$$= \operatorname{argsup}[(X(\omega)\cos\varphi_0 + Y(\omega)\sin\varphi_0)^2 / 2Q].$$

В случае, когда помимо частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала неизвестна также его фаза, логарифм функционала отношения правдоподобия можно получить из (3), подставив значение $a = a_0$, где a_0 — известная амплитуда сигнала (1). Соответствующий логарифм функционала отношения правдоподобия $L_3(\omega,\varphi) = L(\omega, a_0, \varphi)$ зависит от двух неизвестных параметров ω и φ. Таким образом, чтобы получить алгоритм оценки частоты сигнала (1) с неизвестной фазой по методу максимального правдоподобия необходимо в $L_3(\omega,\varphi)$ неизвестное значение фазы заменить на ее оценку максимального правдоподобия. Максимизируя с этой целью логарифм функционала отношения правдоподобия $L_3(\omega,\varphi)$ по значениям неизвестной фазы, получим следующий алгоритм оценки частоты сигнала (1) с неизвестной фазой φ:

$$\hat{\omega}_3 = \operatorname{argsup}\{\sup_{\varphi} L_3(\omega,\varphi)\} =$$

$$= \operatorname{argsup}\{\sup_{\varphi} L(\omega, a_0, \varphi)\}. \qquad (6)$$

Допустим что $\kappa >> 1$, тогда положив в (6) $\rho_{c0}(2\omega) = \rho_{s0}(2\omega) = 0$ получим известный алгоритм оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестной фазой [2, 3]

$$\tilde{\omega}_3 = \operatorname{argsup}\{\sup_{\varphi} \tilde{L}(\omega, a_0, \varphi)\} =$$

$$= \operatorname{argsup}\{a_0\sqrt{X^2(\omega) + Y^2(\omega)} - z_0^2 / 2\}.$$

Если же и амплитуда и фаза сверхширокополосного квазирадиосигнала неизвестны, то чтобы получить алгоритм оценки частоты сигнала (1) с неизвестными амплитудой и фазой по методу максимального правдоподобия необходимо в логарифме фукнционала отношения правдоподобия $L(\omega, a, \varphi)$ (3) заменить неизвестные значения амплитуды a и фазы φ на их оценки максимального правдоподобия. Максимизируя с этой целью $L(\omega, a, \varphi)$ (3) по неизвестным амплитуде и фазе получим следующий алгоритм оценки частоты сигнала (1) с неизвестными амплитудой и фазой:

$$\hat{\omega}_4 = \operatorname{argsup}\{\sup_{a,\varphi} L(\omega, a, \varphi)\} = \operatorname{argsup} L_4(\omega), \quad (7)$$

где

$$L_4(\omega) = [X^2(\omega)(1 - \rho_{c0}(2\omega)) +$$

$$+ Y^2(\omega)(1 + \rho_{c0}(2\omega)) - 2\rho_{s0}(\omega)X(\omega)Y(\omega)] /$$

$$/[2Q(1 - \rho_{c0}^2(2\omega) - \rho_{s0}^2(2\omega))].$$

В частном случае, когда $\kappa >> 1$, положив в (7) $\rho_{c0}(2\omega) = \rho_{s0}(2\omega) = 0$, имеем известный алгоритм оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой [1–3]

$$\tilde{\omega}_4 = \operatorname{argsup}\{\sup_{a,\varphi} \tilde{L}(\omega, a, \varphi)\} =$$

$$= \operatorname{argsup}([X^2(\omega) + Y^2(\omega)] / 2Q). \qquad (8)$$

Алгоритм оценки (7) можно реализовать, используя многоканальную обработку. На рис. 2 приведена блок-схема одного канала для формирования $L_4(\omega)$ при фиксированной частоте ω. Использованы обозначения: *1* — умножитель, *2* — интегратор на интервале времени T, *3* — квадратор, *4* — сумматор.

Структура максимально правдоподобного алгоритма оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала (рис. 2) является более сложной и существенно отличается от структуры максимально правдоподобного квадратурного алгоритма оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой, описанного в [1–3] и реализующего оценку (8).

Таким образом, в зависимости от объема имеющейся априорной информации о сигнале (1), для получения оценки максимального

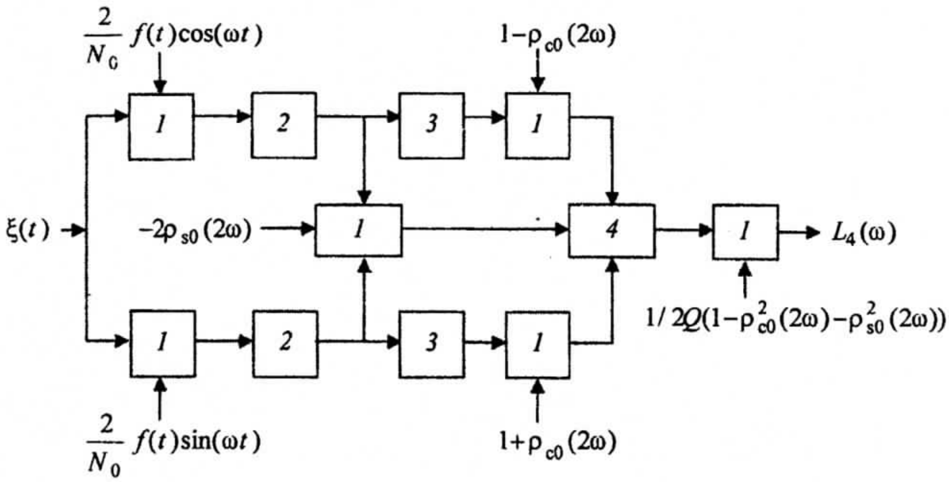


Рис. 2

правдоподобия его частоты можно использовать один из алгоритмов (4)–(7). Точность получаемых с помощью этих алгоритмов оценок будем характеризовать дисперсией соответствующих эффективных оценок [1–3]. Действительно, поскольку оценки максимального правдоподобия асимптотически эффективны, дисперсия эффективной оценки характеризует точность оценки максимального правдоподобия в условиях высокой апостериорной точности [1–3]. Найдем дисперсии эффективных оценок неизвестной частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала, используя матрицу Фишера [1–3]. Если сигнал $s(t,\vec{l}\,)$ содержит вектор неизвестных параметров $\vec{l}$, то, используя сигнальную функцию

$$S(\vec{l}_1,\vec{l}_2)=\frac{2}{N_0}\int_0^T s(t,\vec{l}_1)s(t,\vec{l}_2)\mathrm{d}t, \tag{9}$$

матрицу Фишера можно записать в виде:

$$\mathbf{F}=\left\|\frac{\partial^2 S(\vec{l}_1,\vec{l}_2)}{\partial l_{1i}\partial l_{2j}}\right\|_{\vec{l}_1=\vec{l}_2=\vec{l}_0}=\|F_{ij}\|,$$

$$i,j=1,2,3, \tag{10}$$

где $\vec{l}_0$ — вектор истинных значений параметров.

Пусть неизвестны три параметра $\vec{l}=(\omega,a,\varphi)$, тогда сигнальная функция (9) будет иметь вид:

$$S(\omega_1,a_1,\varphi_1,\omega_2,a_2,\varphi_2)=$$
$$=a_1a_2Q[\rho_{c0}(\omega_1-\omega_2)\cos(\varphi_1-\varphi_2)+$$
$$+\rho_{s0}(\omega_1-\omega_2)\cos(\varphi_1-\varphi_2)+$$
$$+\rho_{c0}(\omega_1+\omega_2)\cos(\varphi_1+\varphi_2)+$$
$$+\rho_{s0}(\omega_1+\omega_2)\sin(\varphi_1+\varphi_2)]. \tag{11}$$

Вычисляя производные от (11) по неизвестным параметрам, получим элементы матрицы Фишера (10):

$$F_{11}=z_0^2(q_2-\tilde{\rho}_{c2}\cos2\varphi_0-\tilde{\rho}_{s2}\sin2\varphi_0),$$

$$F_{12}=F_{21}=\sqrt{Q}\,z_0(\tilde{\rho}_{c1}\sin2\varphi_0-\tilde{\rho}_{s1}\cos2\varphi_0),$$

$$F_{13}=F_{31}=-z_0^2[q_1-\rho_{c1}\cos2\varphi_0-\rho_{s1}\sin2\varphi_0],$$

$$F_{22}=Q(1+\tilde{\rho}_{c0}\cos2\varphi_0+\tilde{\rho}_{s0}\sin2\varphi_0),$$

$$F_{23}=F_{32}=\sqrt{Q}\,z_0(\tilde{\rho}_{s0}\cos2\varphi_0-\tilde{\rho}_{c0}\sin2\varphi_0),$$

$$F_{33} = z_0^2(1-\widetilde{\rho}_{c0}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s0}\sin 2\varphi_0),$$

где $q_1 = \rho_{c1}(0)$, $q_2 = \rho_{c2}(0)$, $\widetilde{\rho}_{c0} = \rho_{c0}(2\omega_0)$, $\widetilde{\rho}_{s0} = \rho_{s0}(2\omega_0)$, $\widetilde{\rho}_{c1} = \rho_{c1}(2\omega_0)$, $\widetilde{\rho}_{s1} = \rho_{s1}(2\omega_0)$, $\widetilde{\rho}_{c2} = \rho_{c2}(2\omega_0)$, $\widetilde{\rho}_{s2} = \rho_{s2}(2\omega_0)$.

Дисперсии оценок (4)–(7) частоты ω_0 сигнала (1) можно найти, используя формулу [3]:

$$D = A_{11}/|\mathbf{F}|, \tag{12}$$

где A_{11} — алгебраическое дополнение к элементу F_{11}, $|\mathbf{F}|$ — определитель матрицы $\mathbf{F}$.

Если все параметры сигнала (1) кроме частоты ω_0 известны, то матрица Фишера имеет только один элемент — F_{11} и дисперсия эффективной оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала (4) может быть найдена по формуле:

$$D_E(\hat{\omega}) = 1/F_{11} =$$

$$= z_0^{-2}(q_2 - \widetilde{\rho}_{c2}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s2}\sin 2\varphi_0)^{-1}. \tag{13}$$

Если кроме частоты ω_0 неизвестна амплитуда a_0, то матрица Фишера (10) имеет вид:

$$\mathbf{F} = \begin{Vmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{21} & F_{22} \end{Vmatrix}. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (12), выражение для дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала (5) при неизвестном значении амплитуды a_0 можем записать как (15) (см. внизу с. 8).

Если кроме частоты ω_0 неизвестна фаза φ_0, то матрица Фишера (10) принимает вид:

$$\mathbf{F} = \begin{Vmatrix} F_{11} & F_{13} \\ F_{31} & F_{33} \end{Vmatrix}. \tag{16}$$

Подставляя (16) в (12) для дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала (6) при неизвестном значении фазы φ_0, находим (17) (см. внизу с. 8).

Если кроме частоты ω_0 неизвестны параметры a_0 и φ_0, то для матрицы Фишера (10) получим:

$$\mathbf{F} = \begin{Vmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{Vmatrix}. \tag{18}$$

Подставляя (18) в (12) для дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала (7) при неизвестных параметрах a_0 и φ_0 получим (19) (см. внизу с. 8), где

$$B = \widetilde{\rho}_{c1}^2(1+\widetilde{\rho}_{c0}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s0}\sin 2\varphi_0) +$$

$$+\widetilde{\rho}_{s1}^2(1-\widetilde{\rho}_{c0}\cos 2\varphi_0 + \widetilde{\rho}_{s0}\sin 2\varphi_0) +$$

$$+2\widetilde{\rho}_{c1}\widetilde{\rho}_{s1}(\widetilde{\rho}_{c0}\sin 2\varphi_0 + \widetilde{\rho}_{s0}\cos 2\varphi_0) +$$

$$+q_1^2(1+\widetilde{\rho}_{c0}\cos 2\varphi_0 + \widetilde{\rho}_{s0}\sin 2\varphi_0) -$$

$$D_E(\hat{\omega}|a_0) = z_0^{-2}\left\{q_2 - \widetilde{\rho}_{c2}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s2}\sin 2\varphi_0 - \frac{(\widetilde{\rho}_{s1}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{c1}\sin 2\varphi_0)^2}{1+\widetilde{\rho}_{c0}\cos 2\varphi_0 + \widetilde{\rho}_{s0}\sin 2\varphi_0}\right\}^{-1}. \tag{15}$$

$$D_E(\hat{\omega}|\varphi_0) = z_0^{-2}\left\{q_2 - \widetilde{\rho}_{c2}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s2}\sin 2\varphi_0 - \frac{(q_1 - \widetilde{\rho}_{c1}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s1}\sin 2\varphi_0)^2}{1-\widetilde{\rho}_{c0}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s0}\sin 2\varphi_0}\right\}^{-1}, \tag{17}$$

$$D_E(\hat{\omega}|a_0,\varphi_0) = z_0^{-2}\left\{q_2 - \widetilde{\rho}_{c2}\cos 2\varphi_0 - \widetilde{\rho}_{s2}\sin 2\varphi_0 - \frac{B}{1-\widetilde{\rho}_c^2 - \widetilde{\rho}_s^2}\right\}^{-1}, \tag{19}$$

$-2q_1(\widetilde{\rho}_{c1}\cos 2\varphi_0+\widetilde{\rho}_{s1}\sin 2\varphi_0+\widetilde{\rho}_{c0}\widetilde{\rho}_{c1}+\widetilde{\rho}_{s0}\widetilde{\rho}_{s1})$.

Из формул (13), (15), (17), (19) можно как частный случай, получить известные формулы [1–3] для дисперсий оценок частоты узкополосного радиосигнала.

Действительно, для узкополосного радиосигнала $\kappa_0=(\omega_0\tau/2\pi)>>1$, так что величины $\widetilde{\rho}_{c0}=\widetilde{\rho}_{s0}=0$, $\widetilde{\rho}_{c1}=\widetilde{\rho}_{s1}=0$, $\widetilde{\rho}_{c2}=\widetilde{\rho}_{s2}=0$. В результате для дисперсии оценки частоты узкополосного радиосигнала с априори известными амплитудой и фазой из (13) имеем

$$\widetilde{D}_E(\hat{\omega})=1/z_0^2q_2. \tag{20}$$

Если амплитуда априори неизвестна, то при известной фазе дисперсия оценки частоты узкополосного радиосигнала согласно (15) равна

$$\widetilde{D}_E(\hat{\omega}|a_0)=1/z_0^2q_2, \tag{21}$$

что совпадает с (20). Наконец, если фаза неизвестна, то как при известной, так и при неизвестной амплитуде из (17), (19) для дисперсии оценки частоты узкополосного радиосигнала имеем

$$\widetilde{D}_E(\hat{\omega}|\varphi_0)=\widetilde{D}_E(\hat{\omega}|a_0,\varphi_0)=$$

$$=1/z_0^2(q_2-q_1^2). \tag{22}$$

Сопоставление (13), (15), (17), (19)–(22) позволяет определить влияние нарушения условия узкополосности радиосигнала на точность оценки его частоты.

Конкретизируем найденные характеристики оценок частоты для сверхширокополосного квазирадиосигнала

$$s(t,\omega_0,a_0,\varphi_0)=a_0\cos(\omega_0t-\varphi_0),\ 0\le t\le\tau.$$

Для этого сигнала модулирующая функция $f(t)=1$, если $0\le t\le\tau$ и $f(t)=0$, если $t<0$, $t>\tau$.

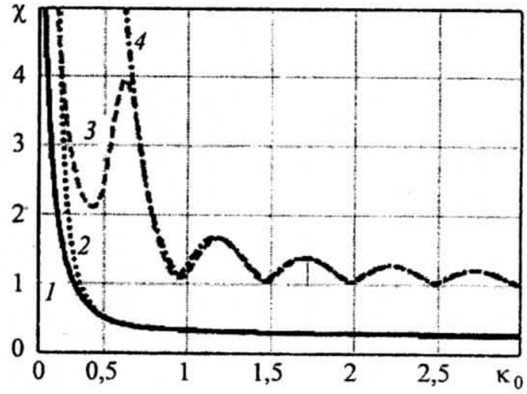


Рис. 3

Основными параметрами этой модели сигнала, определяющими эффективность оценок частоты при фиксированных a_0 и φ_0, являются:

$$q_1=\tau/2,\quad q_2=\tau^2/3,$$

$$\widetilde{\rho}_{c0}=\sin[4\pi\kappa_0]/(4\pi\kappa_0),$$

$$\widetilde{\rho}_{s0}=(1-\cos[4\pi\kappa_0])/(4\pi\kappa_0),$$

$$\widetilde{\rho}_{c1}=\tau(4\pi\kappa_0\sin[4\pi\kappa_0]-1+\cos[4\pi\kappa_0])/(4\pi\kappa_0)^2,$$

$$\widetilde{\rho}_{s1}=\tau(\sin[4\pi\kappa_0]-4\pi\kappa_0\cos[4\pi\kappa_0])/(4\pi\kappa_0)^2,$$

$$\widetilde{\rho}_{c2}=\tau^2\{\sin[4\pi\kappa_0]+2\cos[4\pi\kappa_0]/(4\pi\kappa_0)-$$

$$-2\sin[4\pi\kappa_0]/(4\pi\kappa_0)^2\}/(4\pi\kappa_0),$$

$$\widetilde{\rho}_{s2}=\tau^2\{-\cos[4\pi\kappa_0]+2\sin[4\pi\kappa_0]/(4\pi\kappa_0)+$$

$$+(2\cos[4\pi\kappa_0]-2)/(4\pi\kappa_0)^2\}/(4\pi\kappa_0),$$

$$z_0^2=a_0^2\tau/N_0,$$

где $\kappa_0=\omega_0\tau/2\pi$.

Сравним эффективность оценок частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с различными неизвестными параметрами. На рис. 3 изображены кривые χ_1, χ_2, χ_3, χ_4 как функции κ_0. Здесь:

$$\chi_1 = \max_{\varphi_0} D_E(\hat\omega) / \widetilde{D}_E(\hat\omega | a_0, \varphi_0),$$

χ_1 — отношение максимизированной по фазе φ_0 дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с априори известными амплитудой и фазой к дисперсии оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой,

$$\chi_2 = \max_{\varphi_0} D_E(\hat\omega | a_0) / \widetilde{D}_E(\hat\omega | a_0, \varphi_0),$$

χ_2 — отношение максимизированной по фазе φ_0 дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной амплитудой к дисперсии оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой,

$$\chi_3 = \max_{\varphi_0} D_E(\hat\omega | \varphi_0) / \widetilde{D}_E(\hat\omega | a_0, \varphi_0),$$

χ_3 — отношение максимизированной по фазе φ_0 дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной фазой к дисперсии оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой,

$$\chi_4 = \max_{\varphi_0} D_E(\hat\omega | a_0, \varphi_0) / \widetilde{D}_E(\hat\omega | a_0, \varphi_0),$$

χ_4 — отношение максимизированной по фазе φ_0 дисперсии оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой к дисперсии оценки частоты узкополосного радиосигнала с неизвестными амплитудой и фазой. Из рис. 3 следует, что при малых κ_0 дисперсия оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала может существенно превосходить дисперсию оценки частоты узкополосного радиосигнала. Однако, с ростом κ_0 отличие дисперсий оценок частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала от дисперсий оценок частоты узкополосного радиосигнала уменьшается и при $\kappa_0 > 3$ составляет не более 20%.

Таким образом, получены алгоритмы оценок частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными параметрами. Найдены дисперсии синтезированных оценок частоты. Показано, что невыполнение условия относительной узкополосности приводит к существенному отличию структуры и характеристик алгоритмов максимально правдоподобной оценки частоты сверхширокополосного квазирадиосигнала от структуры и характеристик алгоритмов максимально правдоподобной оценки частоты узкополосного радиосигнала.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника / В. И.Тихонов. — М.: Сов. радио, 1966. — 680 с.
2. *Куликов Е.И.* Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.
3. *Фалькович С.Е.* Оценка параметров сигнала / С. Е. Фалькович. — М. : Сов. радио, 1970. — 330 с.
4. *Астанин Л.Ю.* Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений / Л. Ю. Астанин, А. А. Костылев. — М. : Радио и связь, 1989. — 192 с.
5. *Taylor J.D.* Introduction to Ultrawideband Radar Systems / J. D. Taylor. — New–York : CRC Press, 1995.
6. *Кольцов Ю.В.* Методы и средства анализа и формирования сверхширокополосных сигналов / Ю. В. Кольцов. — М. : Радиотехника, 2004. — 128 с.
7. *Радзиевский В.Г.* Обработка сверхширокополосных сигналов и помех / В. Г. Радзиевский, П. А. Трифонов. — М. : Радиотехника, 2009. — 288 с.

Поступила в редакцию 22.02.2011