

Том 55, № 9
сентябрь 2012

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ



ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

МЕЖДУНАРОДНЫЙ ЕЖЕМЕСЯЧНЫЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ

ИЗДАЕТСЯ С ЯНВАРЯ 1958 г.

ИЗДАНИЕ НАЦИОНАЛЬНОГО ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ»

Том 55, № 9

Киев

Сентябрь 2012

СОДЕРЖАНИЕ

Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Кондратович П. А., Трифонов М. В. Оценка амплитуды сигнала с неизвестной длительностью	3
Залевский Г. С., Музыченко А. В., Сухаревский О. И. Метод радиолокационного обнаружения и идентификации металлических и диэлектрических объектов резонансных размеров, расположенных в диэлектрической среде	11
Яворский И. Н., Юзефович Р. М., Мацько И. Й., Закжевски З. Когерентные оценки корреляционных характеристик взаимосвязанных периодически коррелированных случайных процессов	26
Колчев А. А., Недопекин А. Е., Хобер Д. В. Применение методик выделения аномальных отсчетов при обработке КВ сигнала с ЛЧМ.	37
Кирсанов Э. А., Сирота А. А. Разделение и оценивание группового набора задержек по времени прихода при приеме последовательностей сигналов в пространственно-распределенных системах радиомониторинга	47

УДК 621.321

ТРИФОНОВ А. П., КОРЧАГИН Ю. Э., КОНДРАТОВИЧ П. А., ТРИФОНОВ М. В.

ОЦЕНКА АМПЛИТУДЫ СИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНОЙ ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ

Воронежский государственный университет,
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., 1

Аннотация. Синтезированы квазиправдоподобный и максимально правдоподобный алгоритмы оценки амплитуды сигнала произвольной формы с неизвестной длительностью. Найдены характеристики синтезированных алгоритмов

Abstract. Quasimaximum likelihood and maximum likelihood algorithms for estimating the amplitude of arbitrary waveform signal with unknown duration have been synthesized. Characteristics of the synthesized algorithms have been also found

Ключевые слова: оценка максимального правдоподобия, длительность, амплитуда, смещение, рассеяние, maximum likelihood estimate, quasimaximum likelihood algorithm, duration, amplitude, bias, scattering, estimation characteristics

Задача оценки амплитуды сигнала с неизвестными параметрами, актуальная для многих приложений радиолокации навигации и связи, рассматривалась в ряде работ [1–3] и др. В [1, 2] исследованы алгоритмы оценки амплитуды сигнала с неизвестными неэнергетическими параметрами, а в [3] исследованы алгоритмы оценки амплитуды сигнала прямоугольной формы с неизвестной длительностью. Однако, реальные условия генерации и распространения приводят к необходимости оценки амплитуды сигналов, форма которых отличается от прямоугольной. Ниже выполнен синтез и анализ квазиправдоподобного и максимально правдоподобного алгоритмов оценки амплитуды сигнала произвольной формы с неизвестной длительностью.

Пусть на интервале времени $[0, T]$ доступна наблюдению реализация

$$\xi(t) = s(t, a_0, \tau_0) + n(t)$$

аддитивной смеси полезного сигнала

$$s(t, a_0, \tau_0) = \begin{cases} a_0 f(t), & 0 \leq t \leq \tau_0, \\ 0, & t < 0, t > \tau_0, \end{cases} \quad (1)$$

и гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Здесь a_0, τ_0 — неизвестные амплитуда и длительность принимаемого сигнала соответственно, $f(t)$ — функция, описывающая его форму. Полагаем, что длительность сигнала принимает значения из априорного интервала $\tau \in [T_1, T_2]$. Располагая наблюдаемой реализацией $\xi(t)$ необходимо сформировать оценку амплитуды a_0 полезного сигнала (1).

Для синтеза алгоритма оценки амплитуды воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [1, 2], согласно которому оценка амплитуды совпадает с положением абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОР). Однако при неизвестных как длительности, так и амплитуде логарифм ФОР зависит от двух неизвестных параметров [1, 2]

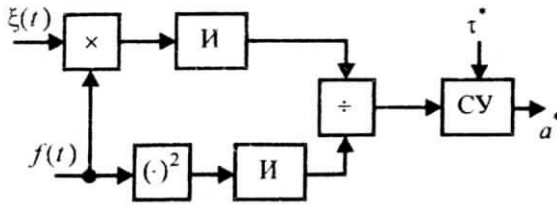


Рис. 1

$$L(a, \tau) = \frac{2a}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) f(t) dt - \frac{a^2}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) dt. \quad (2)$$

Таким образом, имеется априорная параметрическая неопределенность относительно длительности. Одним из способов преодоления этой неопределенности является применение квазиправдоподобного (КП) алгоритма оценивания [4]. Квазиправдоподобный приемник формирует логарифм ФОП (2) для некоторой ожидаемой длительности τ^*

$$L^*(a) = L(a, \tau^*) = \frac{2a}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) dt - \frac{a^2}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) dt \quad (3)$$

и находит КП оценку амплитуды как положение абсолютного максимума решающей статистики (3)

$$a^* = \operatorname{argsup} L^*(a). \quad (4)$$

Выражения (3), (4) определяют структуру приемного устройства. Оценку амплитуды сигнала можно найти аналитически. Для этого приравняем производную функции (3) по a к нулю

$$\left. \frac{\partial L_2(a, \tau)}{\partial a} \right|_{a^*} = \frac{2}{N_0} \int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) dt - \frac{2a^*}{N_0} \int_0^{\tau^*} f^2(t) dt = 0$$

и решаем полученное уравнение правдоподобия относительно a^*

$$a^* = \frac{\int_0^{\tau^*} \xi(t) f(t) dt}{\int_0^{\tau^*} f^2(t) dt}. \quad (5)$$

На рис. 1 изображена блок-схема КП измерителя амплитуды (5), где: И — интеграторы, осуществляющие интегрирование на интервале времени $[0, t]$, где $t \in [0, T_2]$, СУ — стробирующее устройство, осуществляющее выборку значения оценки амплитуды a^* в момент времени τ^* .

Выполним анализ КП алгоритма оценки амплитуды (4). Для этого найдем математическое ожидание величины (5)

$$M_a = \langle a^* \rangle = a_0 \left[1 - \eta(\tau^* - \tau_0) + \eta(\tau^* - \tau_0) / (1 + \delta_\tau) \right], \quad (6)$$

где

$$\eta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$$

$$\delta_\tau = (q(\tau^*) - q(\tau_0)) / q(\tau_0), \quad (7)$$

$$q(\tau) = \frac{2a_0^2}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) dt \text{ — отношение сигнал шум}$$

(ОСШ) для сигнала длительностью τ . Величину δ_τ (7) будем называть обобщенной расстройкой по длительности. Она характеризует относительное отличие энергии сигнала с ожидаемой длительностью τ^* от энергии сигнала с истинным значением длительности τ_0 . Согласно (6), КП оценка амплитуды обладает смещением

$$B_a = \langle a^* - a_0 \rangle = -a_0 \delta_\tau \eta(\tau^* - \tau_0) / (1 + \delta_\tau). \quad (8)$$

Выполняя усреднение, получаем выражения для дисперсии и рассеяния оценки (5)

$$D_a = \langle (a_m^* - \langle a_m^* \rangle)^2 \rangle = a_0^2 / z_0^2 (1 + \delta_\tau), \quad (9)$$

$$V_a = \langle (a_m^* - a_0)^2 \rangle = a_0^2 / z_0^2 (1 + \delta_\tau) + a_0^2 \delta_\tau^2 \eta(\tau^* - \tau_0) / (1 + \delta_\tau)^2, \quad (10)$$

где

$$z_0^2 = q(\tau_0) = \frac{2a_0^2}{N_0} \int_0^{\tau_0} f^2(t) dt \text{ — ОСШ для принятого сигнала.}$$

Если ожидаемая длительность совпадает с ее истинным значением, т.е. $\tau^* = \tau_0$, тогда КП оценка совпадает с МП оценкой амплитуды при априори известной длительности [1]

$$a_{0m} = \int_0^{\tau_0} \xi(t) f(t) dt / \int_0^{\tau_0} f^2(t) dt. \quad (11)$$

Смещение и рассеяние оценки (11) найдены в [1]

$$B = \langle a_{0m} - a_0 \rangle = 0,$$

$$V = \langle (a_{0m} - a_0)^2 \rangle = a_0^2 / z_0^2, \quad (12)$$

что совпадает с (8) и (10) при $\delta_\tau = 0$.

Введем в рассмотрение величину $\chi = V_a / V$, характеризующую увеличение рассеяния КП оценки амплитуды в случае неизвестной длительности по сравнению с рассеянием МП оценки амплитуды при известной длительности сигнала

$$\chi = V_a / V = 1 / (1 + \delta_\tau) + z_0^2 \delta_\tau^2 \eta(\tau^* - \tau_0) / (1 + \delta_\tau)^2. \quad (13)$$

Как видно из выражения (13), если ожидаемая длительность τ^* сигнала меньше истинного значения длительности τ_0 , тогда проигрыш χ в точности КП оценки по сравнению с точностью МП оценки не зависит от ОСШ для принимаемого сигнала. При $\tau^* > \tau_0$ проигрыш в точности КП оценки увеличивается с ростом ОСШ.

В качестве примера рассмотрим характеристики оценки амплитуды сигнала, имеющего форму прямоугольника со скошенной вершиной [5]

$$f(t) = \frac{1 + bt / T_2}{\sqrt{1 + b + b^2 / 3}}, \quad (14)$$

где величина b характеризует наклон скошенной вершины. Множитель $(1 + b + b^2 / 3)^{-1/2}$ введен для того, чтобы энергия сигнала максимальной длительности не зависела от наклона вершины импульса, что дает возможность сравнивать точность оценивания амплитуды сигналов с разным наклоном вершины, но одинаковой энергией.

Обобщенная расстройка (7) для сигнала (14) принимает вид (15) (см. внизу с. 5), где $T_0 = \tau_0 / T_2$, $\Delta_\tau = (\tau^* - \tau_0) / \tau_0$, $\Delta_\tau \in [(T_1 - \tau_0) / \tau_0, (T_2 - \tau_0) / \tau_0]$

Введем в рассмотрение величину $z_r^2 = 2a_0^2 T_2 / N_0$ — ОСШ для прямоугольного импульса амплитуды a_0 и длительности T_2 . Выразим ОСШ z_0^2 для принятого сигнала через ОСШ z_r^2

$$z_0^2 = z_r^2 T_0 \frac{1 + bT_0 + b^2 T_0^2 / 3}{1 + b + b^2 / 3}. \quad (16)$$

$$\delta_\tau = \frac{(1 + \Delta_\tau)(1 + b(1 + \Delta_\tau)T_0 + b^2(1 + \Delta_\tau)^2 T_0^2 / 3)}{1 + bT_0 + b^2 T_0^2 / 3} - 1. \quad (15)$$

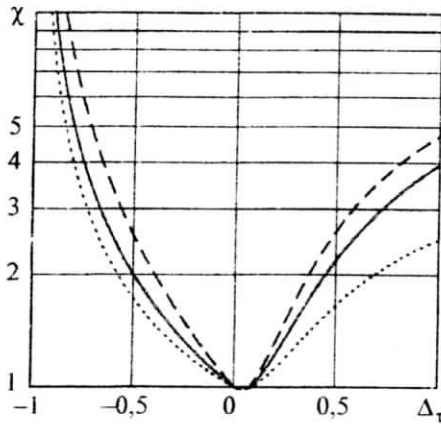


Рис. 2

Выберем истинное значение длительности сигнала посередине априорного интервала $\tau_0 = (T_1 + T_2)/2$, тогда $T_0 = (k+1)/2k$, где $k = T_2/T_1$ — динамический диапазон изменения неизвестной длительности.

На рис. 2 приведены зависимости от $\Delta\tau$ величины χ (13), характеризующей проигрыш в точности КП оценки амплитуды (5) по сравнению с точностью МП оценки амплитуды (11) для прямоугольного импульса со скошенной вершиной (14) при ОСШ $z_r = 5$ и разных наклонах скошенной вершины импульса. Сплошная линия соответствует $b = 0$ (прямоугольный импульс), штриховая — $b = 1$, пунктирная — $b = -0,5$. Из рис. 2 видно, что при нарастающей вершине импульса ($b = 1$) проигрыш в точности КП оценки больше чем в случае убывающей вершины импульса ($b = -0,5$).

На рис. 3 показаны зависимости величины χ (13) от $\Delta\tau$ для прямоугольного импульса со скошенной вершиной (14) при $b = 1$ и нескольких значениях ОСШ. Сплошной линией изображена зависимость для ОСШ $z_r = 5$, пунктирной — для $z_r = 8$, штриховой — для $z_r = 12$. Из рис. 3 видно, что при значении параметра $\Delta\tau \leq 0$ проигрыш в точности КП оценки не зависит от ОСШ. Для значений $\Delta\tau > 0$ проигрыш в точности КП оценки быстро увеличивается с ростом ОСШ. Согласно рис. 2 и 3, незнание длительности принимаемого сигнала может

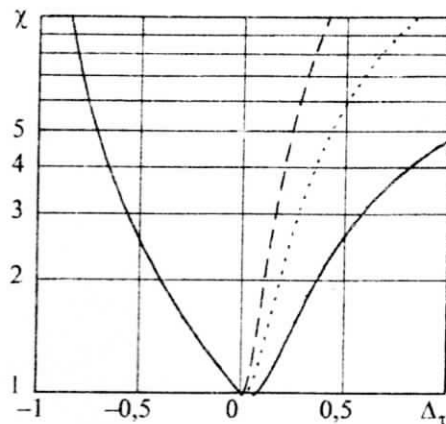


Рис. 3

приводить к существенному ухудшению точности оценки амплитуды.

С целью улучшения точности оценки амплитуды возможно применить МП алгоритм, основанный на поиске положения абсолютно-го максимума логарифма ФОП

$$a_m = \operatorname{argsup} L(a), \quad (17)$$

где $L(a) = L(a, \tau_m) = \sup_{\tau} L(a, \tau)$ — логарифм

ФОП, в котором вместо неизвестной длительности используется ее оценка максимального правдоподобия τ_m , что равносильно максимизации выражения (2) по длительности. В свою очередь МП оценка длительности определяется как положение максимума логарифма ФОП [6]

$$\tau_m = \operatorname{argsup} L(\tau), \quad (18)$$

где $L(\tau) = L(\hat{a}, \tau) = \sup_a L(a, \tau)$. Аналогично (5),

из уравнения $\left. \frac{\partial L(a, \tau)}{\partial a} \right|_{\hat{a}} = 0$, видно, что логарифм ФОП (2) достигает максимального значения когда

$$\hat{a}(\tau) = \frac{\int_0^{\tau} \xi(t) f(t) dt}{\int_0^{\tau} f^2(t) dt}. \quad (19)$$

Подставляя (19) в (2) находим

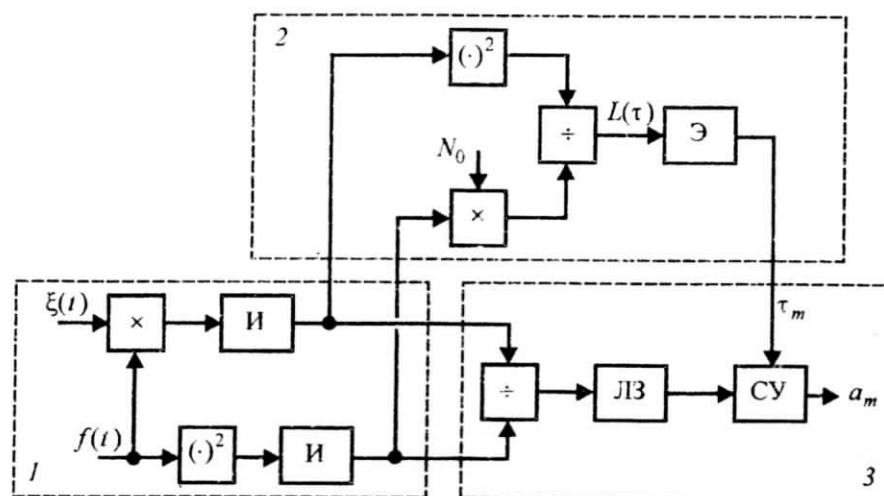


Рис. 4

$$L(\tau) = \sup_a L(a, \tau) = \left(\int_0^\tau \xi(t) f(t) dt \right)^2 / N_0 \int_0^\tau f^2(t) dt. \quad (20)$$

Учитывая (18) и (19), для МП оценки амплитуды (17) сигнала с неизвестной длительностью имеем

$$a_m = \hat{a}(\tau_m) = \int_0^{\tau_m} \xi(t) f(t) dt / \int_0^{\tau_m} f^2(t) dt, \quad (21)$$

где τ_m — МП оценка длительности сигнала с неизвестной амплитудой.

На рис. 4 приведена блок-схема устройства, формирующего МП оценку амплитуды принимаемого сигнала. Блоки в рамках 1 и 2 (рис. 4) формируют оценку длительности $\tau_m = \operatorname{argsup} L(\tau)$ на основании выражений (18), (20) [6], блоки в рамках 1 и 3 — оценку амплитуды a_m , согласно выражению (21). На блок-схеме обозначено: И — интеграторы, осуществляющие интегрирование на интервале времени $[0, t]$, где t принимает значения из интервала $[0, T_2]$, Э — экстрематор, определяет τ_m — положение максимального значения входного сигнала, ЛЗ — линия задержки, осуществляющая задержку сигнала на время T_2 ,

СУ — стробирующее устройство, осуществляющее выборку сформированного значения оценки амплитуды a_m в момент времени τ_m .

Сигнал (1) является регулярной (дифференцируемой) функцией амплитуды a и разрывной функцией длительности t . Таким образом, для сигнала (1) условия регулярности частично нарушаются [2]. В работе [7] показано, что асимптотически (с ростом ОСШ) точность МП оценки регулярного параметра (амплитуды) не зависит от априорного незнания разрывного параметра (длительности). Это означает, что смещение и рассеяние МП оценки амплитуды (17), при больших ОСШ асимптотически совпадают со смещением и рассеянием (12) оценки амплитуды (11) сигнала с априори известной длительностью. Следовательно, зависимости, приведенные на рис. 2, 3 можно интерпретировать как величины, характеризующие выигрыш в точности МП оценки (17) по сравнению с точностью КП оценки (4).

С целью проверки работоспособности синтезированных алгоритмов оценивания, а также с целью установления границ применимости найденных асимптотических выражений для рассеяния и смещения оценки выполнено статистическое моделирование на ЭВМ МП алгоритма оценки амплитуды прямоугольного импульса со скошенной вершиной (14).

Для моделирования логарифм ФОП (20) представлялся в виде

$$L(\eta) = \frac{[z_r S(\eta, \eta_0) + N(\eta)]^2}{2(1 + b\eta + b^2 \eta^2 / 3)},$$

$$S(\eta, \eta_0) = \min(\eta, \eta_0) \times$$

$$\times [1 + b \min(\eta, \eta_0) + b^2 \min^2(\eta, \eta_0) / 3] /$$

$$/\sqrt{1 + b + b^2 / 3},$$

$$N(\eta) = \sqrt{\frac{T_2}{N_0}} \int_0^\eta n(T_2 x)(1 + bx) dx,$$

где $\eta = \tau / T_2$, $\eta_0 = \tau_0 / T_2$. При моделировании с шагом $\Delta\eta = 10^{-6}$ вырабатывались отсчеты функции $N(\eta)$, на основе которых реализация логарифма ФОП аппроксимировалась ступенчатой функцией с максимальной относительной среднеквадратической погрешностью $\epsilon = 0,1$. Дискретные отсчеты логарифма ФОП представлены в виде

$$L(n\Delta\eta) =$$

$$= \frac{[z_r S(n\Delta\eta, n_0\Delta\eta) + \sqrt{\Delta\eta/2} \sum_{k=1}^n (1 + bk\Delta\eta)x_k]^2}{2(1 + bn\Delta\eta + b^2 n^2 \Delta\eta^2 / 3)},$$

где x_k — гауссовские статистически независимые случайные величины с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией, $n = \overline{n_1, n_2}$, $n_1 = 1 / k\Delta\eta$, $n_2 = 1 / \Delta\eta$, $n_0 = \eta_0 / \Delta\eta$. В i -ом опыте на основе отсчетов $L_i(n\Delta\eta)$ вырабатывались величины $n_{mi} = \operatorname{argsup} L_i(n\Delta\eta)$, $\eta_{mi} = n_{mi} \Delta\eta$ и формировалась нормированная МП оценка амплитуды

$$\frac{a_{mi}}{a_0} = \frac{[S(n_{mi}\Delta\eta, n_0\Delta\eta) + \frac{\sqrt{\Delta\eta}}{z_r} \sum_{k=1}^{n_{mi}} (1 + bk\Delta\eta)x_k]}{2(1 + bn_{mi}\Delta\eta + b^2 n_{mi}^2 \Delta\eta^2 / 3)}.$$

В процессе моделирования было реализовано $N = 10^5$ циклов испытаний. Экспериментальные значения нормированных смещения и рассеяния МП оценки длительности рассчитывались по формулам

$$\frac{B_a}{a_0} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{a_{mk}}{a_0} - 1 \right),$$

$$\frac{V_a}{a_0^2} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \left(\frac{a_{mk}}{a_0} - 1 \right)^2.$$

На рис. 5–8 приведены нормированные на величину a_0^2 рассеяния оценок амплитуды. Маркерами обозначены экспериментально полученные нормированные рассеяния МП оценки амплитуды сигнала с неизвестной длительностью (17), сплошной, штриховой и пунктирными линиями — теоретические значения нормированных рассеяний МП оценок, рассчитанные по формулам (12).

Зависимости, показанные на рис 5 и 6 построены соответственно для возрастающего импульса с наклоном $b = 0,6$ и убывающего импульса с наклоном $b = -0,3$. Сплошные кривые на рис. 5 и 6 построены для значения $k = 2$, штриховые — для $k = 5$, пунктирные — для $k = 20$. Квадратиками, треугольниками и кружками нанесены зависимости нормированных рассеяний МП оценки амплитуды сигнала, полученные при моделировании, соответственно для значений $k = 2, 5, 20$.

На рис. 7 и 8 изображены зависимости нормированных рассеяний оценки амплитуды при $k = 5$ и $k = 20$ соответственно. Сплошные кривые на рис. 7 и 8 построены для значения $b = -0,3$, штриховые — для $b = 0$, пунктирные — для $b = 0,6$. Квадратиками, треугольниками и кружками нанесены полученные в ходе моделирования зависимости нормированных рассеяний МП оценки амплитуды сигнала соответственно для значений $b = -0,3, 0, 0,6$.

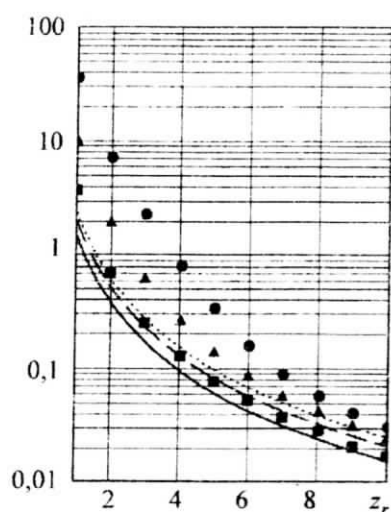


Рис. 5

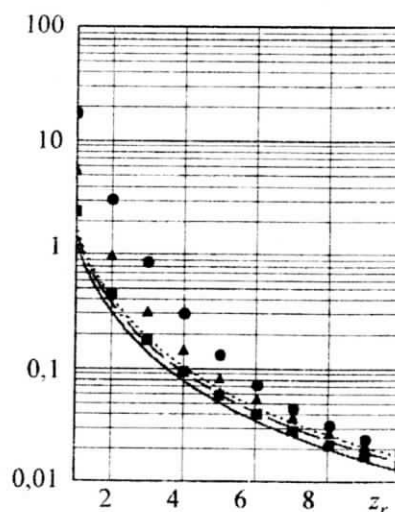


Рис. 6

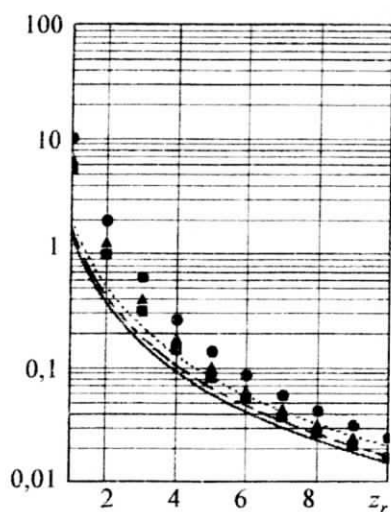


Рис. 7

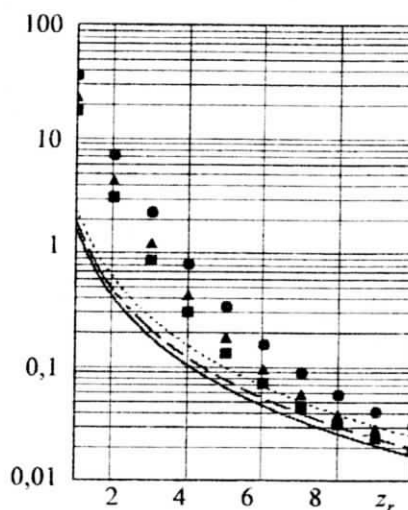


Рис. 8

Как и следовало ожидать, с ростом величины k , характеризующей динамический диапазон изменения неизвестной длительности, рассеяние МП оценки амплитуды увеличивается. Очевидно, что с ростом ОСШ рассеяние МП оценки амплитуды в случае неизвестной длительности асимптотически сходится к рассеянию МП оценки амплитуды в случае известной длительности. Асимптотические значения рассеяния оценки амплитуды лучше согласуются с результатами моделирования для сигнала с убывающей вершиной.

Полученные результаты синтеза и анализа алгоритмов оценки амплитуды сигнала с неизвестной длительностью позволяют сделать обоснованный выбор необходимого алгоритма оценки в зависимости от имеющейся априорной информации о длительности сигнала, а также от требований, предъявляемых к простоте реализации алгоритма и от требований к точности оценки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тихонов В. И. Оптимальный прием сигналов / В. И. Тихонов, — М. : Радио и связь, 1983. — 319 с.
2. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986. — 267 с.
3. Трифонов А. П. Прием сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью на фоне белого шума / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко // Радиоэлектроника. — 1981. — Т. 27, № 8. — С. 28–34. — (Известия вузов МВиссо СССР).
4. Мудров В. И. Методы обработки измерений / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М. : Радио и связь, 1983. — 304 с.
5. Грязнов М. И. Измерение параметров импульсов / М. И. Грязнов, М. А. Гуревич, М. А. Рябинин. — М. : Радио и связь, 1991. — 216 с.
6. Трифонов А. П. Эффективность оценки длительности сигнала с неизвестной амплитудой / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, П. А. Кондратович // Радиоэлектроника. — 2011. — Т. 54, № 11. — С. 3–12. — (Известия вузов).
7. Трифонов А. П. Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко // Радиотехника и электроника. — 1991. — Т. 36, № 2. — С. 319–327.

Поступила в редакцию 02.07.2012