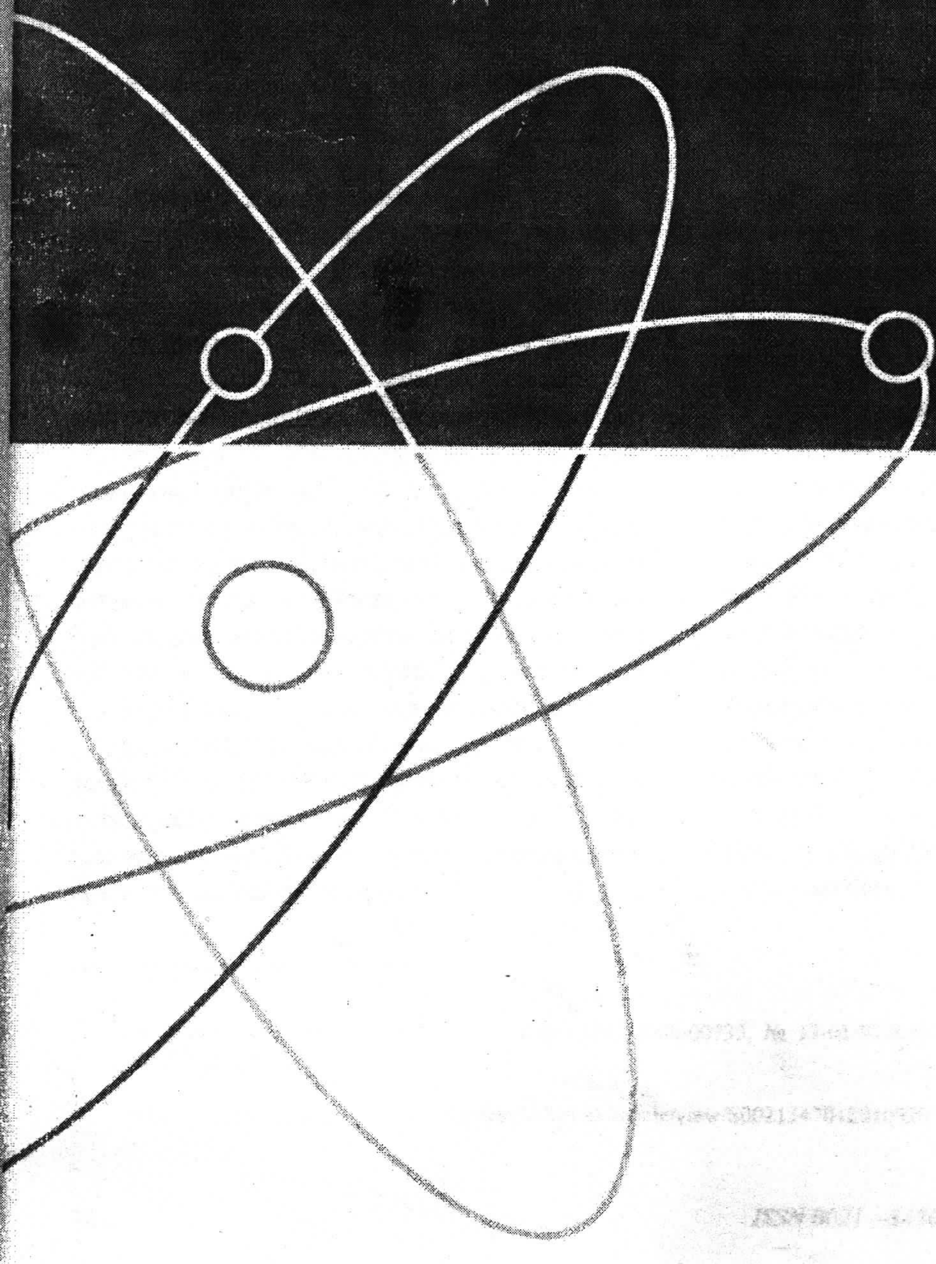
299

Том 56, № 1
январь 2013

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ



ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

УДК 621.396

ТРИФОНОВ А.П., БЕСПАЛОВА М.Б., КУРБАТОВ А.В.

КВАЗИПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ЦЕЛИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ*

Воронежский государственный университет,
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1

Аннотация. Получены характеристики квазиправдоподобных оценок дальности, скорости и ускорения цели при зондировании последовательностью оптических импульсов. Найдены потери в точности квазиправдоподобных оценок по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия

Ключевые слова: дальность, скорость, ускорение, квазиправдоподобная оценка, состоятельность оценок, корреляционная матрица

В системах оптической локации [1–4] широко применяются последовательности оптических импульсов. В [3] исследована потенциальная точность оценок дальности, скорости и ускорения. При этом предполагалось, что форма интенсивности импульсов рассеянной целью последовательности априори известна. Однако, в реальных условиях флуктуации цели, а также физические эффекты, сопровождающие рассеяние и распространение света, приводят к тому, что форма интенсивности сигнала искажается. Поскольку, часто на практике форма интенсивности сигнала известна неточно, важно знать, как влияет неполное знание формы сигнала на характеристики оценки.

В настоящей работе исследуется оценка дальности, скорости и ускорения, когда форма интенсивности рассеянного целью сигнала известна неточно. Для этого использован метод квазиправдоподобной оценки [4, 5].

Идея метода квазиправдоподобной оценки состоит в том, что для синтеза алгоритма оценки используется не принимаемый сигнал $s(t,\vec{l}\,)$, а некоторый, отличающийся от него, предполагаемый (ожидаемый) сигнал $s_1(t,\vec{l}\,)$. Здесь $\vec{l}=(R,V,A)$ — вектор оцениваемых параметров: дальности R, скорости V и ускорения A. Квазиправдоподобная оценка используется, когда форма сигнала известна неточно, а также в качестве альтернативы оценке максимального правдоподобия сигнала с неизвестными неинформативными параметрами. Квазиправдоподобный алгоритм позволяет существенно упростить техническую реализацию приемника, а именно, исключить из него элементы, отвечающие за «настройку» приемника на неизвестные неинформативные параметры. При этом возможны потери в точности оценок информативных параметров.

* «Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 13-08-00735, № 13-01-97504) и Минобрнауки РФ (соглашение 14.B37.21.2032)»

Электронный вариант статьи: http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347013010020

Положим, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(t-(k-\mu)\theta-\lambda), \qquad (1)$$

где $\hat{s}(t)$ — функция, описывающая интенсивность отдельного оптического импульса, θ — период следования импульсов, λ — временное положение последовательности. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ. Так, при $\mu=0$ величина λ представляет собой временное положение первого импульса, при $\mu=(N-1)/2$ — временное положение середины последовательности (1), при $\mu=N-1$ — временное положение последнего импульса последовательности.

Предположим, что принимаемый (обрабатываемый) сигнал является результатом рассеяния последовательности оптических импульсов (1) объектом, находящимся на дальности R_0, движущимся со скоростью V_0 и ускорением A_0. Воспользуемся приведенным в [1, 2] описанием физических процессов в фотоприемнике. Тогда интенсивность принимаемого сигнала имеет вид [1, 3]

$$s(t,\vec{l}_0) = s(t,R_0,V_0,A_0) =$$
$$= \sum_{k=0}^{N-1} s(t-2R_0/c-(k-\mu)(1+2V_0/c)\theta -$$
$$-A_0(k-\mu)^2\theta^2/c), \qquad (2)$$

где функция $s(t)$ описывает форму интенсивности одного рассеянного оптического импульса последовательности и, в общем случае, отличается от $\hat{s}(t)$ в (1), c — скорость света, причем $|V_0| << c$ и $N\theta|A_0| << c$. Индексом ноль отмечены истинные значения неизвестных параметров R, V и A принимаемой последовательности оптических импульсов.

Предположим, что сигнал с интенсивностью (2) наблюдается на интервале времени $[0;T]$ на фоне оптического шума, представляющего собой стационарный пуассоновский процесс с интенсивностью $\nu>0$. Физические механизмы возникновения и способы описания оптического шума изложены, например, в [6]. В результате, доступный для обработки сигнал $\pi(t)$ представляет собой пуассоновский процесс с интенсивностью $\beta(t,\vec{l}) = s(t,\vec{l}) + \nu$, где значение векторного параметра $\vec{l} = (R,V,A)$ подлежит оценке, а величина ν возможно неизвестна. При использовании приемника с непосредственным фотодетектированием процесс $\pi(t)$ равен числу фотоэлектронов на выходе фотодетектора за время $[0;t]$. Соответственно, интенсивность этого процесса $\beta(t,\vec{l})$ представляет собой среднее число фотоэлектронов в единицу времени, так что $\beta(t,\vec{l})\mathrm{d}t$ — среднее число фотоэлектронов на интервале времени $[t;t+\mathrm{d}t]$ [1, 2].

Синтез приемника проводился для предполагаемого сигнала с интенсивностью $\beta_1(t,\vec{l}) = s_1(t,\vec{l}) + \nu_1$, где ν_1 — предполагаемая интенсивность оптического шума.

Если бы форма принимаемого сигнала $s(t,\vec{l})$ и интенсивность шума ν были априори известны, тогда для оценки вектора $\vec{l}$ возможно было бы воспользоваться методом максимального правдоподобия [7]. Для чего необходимо взять в качестве оценки положение наибольшего максимума логарифма функционала отношения правдоподобия [3]

$$L_F(\vec{l}) = \int_0^T \ln\left(1+s(t,\vec{l})/\nu\right)\mathrm{d}\pi(t) - \int_0^T s(t,\vec{l})\mathrm{d}t. \qquad (3)$$

Если форма сигнала известна неточно, тогда в (3) в качестве опорного сигнала $s(t,\vec{l})$ и интенсивности шума ν используются ожидаемые сигнал $s_1(t,\vec{l})$ и интенсивность шума

ν_1. Таким образом, получаем следующее выражение для решающей статистики:

$$L(\vec{l}) = \int_0^T \ln\left(1 + s_1(t,\vec{l}) / \nu_1\right) \mathrm{d}\pi(t) - \int_0^T s_1(t,\vec{l}) \mathrm{d}t. \quad (4)$$

В качестве оценки $\vec{l}_m$ принимается значение вектора $\vec{l}$, соответствующее наибольшему максимуму решающей статистики (4). Получаемую оценку будем называть квазиправдоподобной. Действительно, в случае совпадения принимаемого сигнала $s(t,\vec{l})$ и ожидаемого сигнала $s_1(t,\vec{l})$, а также истинной интенсивности оптического шума ν с предполагаемой ν_1 решающая статистика (4) совпадает с логарифмом функционала отношения правдоподобия (3). Соответственно, квазиправдоподобная оценка переходит в оценку максимального правдоподобия.

Для нахождения характеристики квазиправдоподобной оценки, представим решающую статистику (4) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [7]

$$L(l) = S(l_0, l) + N(l) + C. \quad (5)$$

Сигнальная функция в (5) определяется из соотношения

$$S(\vec{l}_0, \vec{l}) = \langle L(\vec{l}_0) \rangle - C,$$

где символом $\langle \cdot \rangle$ обозначено условное математическое ожидание в предположении, что принимаемый сигнал $\pi(t)$ соответствует значению $\vec{l}_0$ параметра $\vec{l}$ интенсивности сигнала $\beta(t,\vec{l}) = s(t,\vec{l}) + \nu$, а величина C определяется выражением

$$C = -\int_0^T s_1(t,\vec{l}) \mathrm{d}t + \nu \int_0^T \ln\left(1 + s_1(t,\vec{l}) / \nu_1\right) \mathrm{d}t.$$

Поскольку параметры $\vec{l} = (R, V, A)$ являются неэнергетическими, величина C не зависит от оцениваемых параметров $\vec{l}$.

Таким образом, для сигнальной функции имеем выражение

$$S(\vec{l}_0, \vec{l}) = \int_0^T s(t,\vec{l}_0) \ln\left(1 + s_1(t,\vec{l}) / \nu_1\right) \mathrm{d}t. \quad (6)$$

Шумовая функция $N(\vec{l})$ определяется выражением

$$N(\vec{l}) = L(l) - \langle L(\vec{l}) \rangle = L(\vec{l}) - S(\vec{l}_0, \vec{l}) - C.$$

Соответственно, из (5), (6) для шумовой функции получаем представление

$$N(\vec{l}) = \int_0^T \ln\left(1 + s_1(t,\vec{l}) / \nu_1\right) \left(\pi'(t) - s(t,\vec{l}_0) - \nu\right) \mathrm{d}t. \quad (7)$$

Отметим, что математическое ожидание шумовой функции равно нулю, а ее корреляционная функция имеет вид

$$B_N(\vec{l}_1, \vec{l}_2) = \langle N(\vec{l}_1) N(\vec{l}_2) \rangle =$$
$$= \int_0^T [s(t,\vec{l}_0) + \nu] \ln[1 + s_1(t,\vec{l}_1) / \nu_1] \times$$
$$\times \ln[1 + s_1(t,\vec{l}_2) / \nu_1] \mathrm{d}t. \quad (8)$$

Пусть сигнальная функция $\hat{S}(\vec{l}_0, \vec{l})$ (6) при фиксированном $\vec{l}_0$ достигает наибольшего значения в точке $\vec{l}_*$ и имеет только один ярко выраженный максимум. Тогда отношение сигнал–шум на выходе квазиправдоподобного приемника можно записать как [7]

$$z^2 = S^2(\vec{l}_0, \vec{l}_*) / B_N(\vec{l}_*, \vec{l}_*). \quad (9)$$

В дальнейшем полагаем, что отношение сигнал–шум достаточно велико, так что квазиправдоподобная оценка обладает высокой апостериорной точностью [7]. Пусть к тому же принимаемый $s(t,\vec{l}\,)$ и предполагаемый $s_1(t,\vec{l}\,)$ сигналы дифференцируемы по всем оцениваемым параметрам. Тогда квазиправдоподобную оценку $\vec{l}_m$ можно найти из решения системы уравнений [7]

$$\left[\frac{\partial L(\vec{l}\,)}{\partial l_i}\right]_{\vec{l}=\vec{l}_m} = 0, \quad i = 1,2,3. \tag{10}$$

Для решения системы уравнений (10) воспользуемся методом малого параметра [7], в качестве которого используем величину, обратную отношению сигнал–шум, т.е. малый параметр $\varepsilon = 1/z$ (9). Ограничившись первым приближением, для квазиправдоподобной оценки получаем представление

$$\vec{l}_m = \vec{l}_* + \mathbf{I}^{-1}\vec{n}, \tag{11}$$

где векторная случайная величина $\vec{n}$ в силу формулы (5) состоит из координат

$$n_i = \left.\frac{\partial N(\vec{l}\,)}{\partial l_i}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*}, \quad i = 1,2,3.$$

В (11) $\mathbf{I}$ — квазиинформационная матрица, определяемая выражением

$$\mathbf{I} = \left\| -\left.\frac{\partial^2 S(\vec{l}_0,\vec{l}\,)}{\partial l_i \partial l_j}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*} \right\|, \quad i,j = 1,2,3. \tag{12}$$

Подставляя (6) в (12), получаем явное выражение для квазиинформационной матрицы:

$$\mathbf{I} = \left\| \int_0^T \frac{s(t,\vec{l}_0)}{(s_1(t,\vec{l}_*)+\nu_1)^2} \left.\frac{\partial s_1(t,\vec{l}\,)}{\partial l_i}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*} \left.\frac{\partial s_1(t,\vec{l}\,)}{\partial l_j}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*} \mathrm{d}t - \right.$$

$$\left. -\int_0^T \frac{s(t,\vec{l}_0)}{s_1(t,\vec{l}_*)+\nu_1} \left.\frac{\partial^2 s_1(t,\vec{l}\,)}{\partial l_i \partial l_j}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*} \mathrm{d}t \right\|, \quad i,j = 1,\ 2,\ 3. \tag{13}$$

В случае $\nu = \nu_1$ и совпадения формы принимаемого сигнала $s(t,\vec{l}\,)$ и ожидаемого сигнала $s_1(t,\vec{l}\,)$ квазиинформационная матрица совпадает с информационной матрицей Фишера [3].

Введем в рассмотрение матрицу

$$\mathbf{I}^0 = \left\| \int_0^T \frac{s(t,\vec{l}_0)+\nu}{(s_1(t,\vec{l}_*)+\nu_1)^2} \left.\frac{\partial s_1(t,\vec{l}\,)}{\partial l_i}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*} \times \right.$$

$$\left. \times \left.\frac{\partial s_1(t,\vec{l}\,)}{\partial l_j}\right|_{\vec{l}=\vec{l}_*} \mathrm{d}t \right\|, \quad i,j = 1,2,3, \tag{14}$$

которую назовем укороченной квазиинформационной матрицей. Обратим внимание на то, что укороченная матрица состоит из вторых частных производных корреляционной функции $B_N(\vec{l}_1,\vec{l}_2)$ (8) шумовой функции $N(\vec{l}\,)$ (7):

$$\mathbf{I}^0 = \left\| \frac{\partial^2 B_N(\vec{l}_1,\vec{l}_2)}{\partial l_{1i} \partial l_{2j}} \right\|_{\vec{l}_1=\vec{l}_*,\vec{l}_2=\vec{l}_*}, \quad i,j = 1,2,3.$$

Матрицы $\mathbf{I}$ и $\mathbf{I}^0$ позволяют получить следующее выражение для корреляционной матрицы квазиправдоподобных оценок [7]:

$$\mathbf{K} = \mathbf{I}^{-1}\mathbf{I}^0\mathbf{I}^{-1}. \tag{15}$$

Конкретизируем ожидаемый сигнал $s_1(t,\vec{l}\,)$, записав его в виде, аналогичном принимаемому сигналу (2):

$$s_1(t,\vec{l}\,) = s_1(t,R,V,A) =$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} s_1(t - 2R/c - (k-\mu)(1+2V/c)\theta -$$

$$-A(k-\mu)^2\theta^2 / c). \qquad (16)$$

Здесь функция $s_1(t)$ описывает форму интенсивности одного ожидаемого оптического импульса, причем в общем случае $s_1(t)\neq s(t)$ из (2).

Полагаем, что длительность функций $s(t)$ и $s_1(t)$ меньше периода повторения импульсов θ, так что скважность последовательностей (2) и (16) не менее 3…4. Кроме того необходимо, чтобы функции $s(t)$ и $s_1(t)$ были дифференцируемы. Это обеспечивает дифференцируемость сигналов $s(t,\vec{l})$ (2) и $s_1(t,\vec{l})$ (16) по всем оцениваемым параметрам. Подставляя (2) и (16) в (13) и (14), получаем, что квазиинформационные матрицы возможно представить в виде

$$\mathbf{I}=\frac{1}{c^2}\begin{pmatrix} 4\hat{M}_0 & 4\theta\hat{M}_1 & 2\theta^2\hat{M}_2 \\ 4\theta\hat{M}_1 & 4\theta^2\hat{M}_2 & 2\theta^3\hat{M}_3 \\ 2\theta^2\hat{M}_2 & 2\theta^3\hat{M}_3 & \theta^4\hat{M}_4 \end{pmatrix}, \qquad (17)$$

$$\mathbf{I}^0=\frac{1}{c^2}\begin{pmatrix} 4\hat{M}_0^0 & 4\theta\hat{M}_1^0 & 2\theta^2\hat{M}_2^0 \\ 4\theta\hat{M}_1^0 & 4\theta^2\hat{M}_2^0 & 2\theta^3\hat{M}_3^0 \\ 2\theta^2\hat{M}_2^0 & 2\theta^3\hat{M}_3^0 & \theta^4\hat{M}_4^0 \end{pmatrix}, \qquad (18)$$

где

$$\hat{M}_n=\sum_{k=0}^{N-1}\alpha_k(k-\mu)^n,\ \ \hat{M}_n^0=\sum_{k=0}^{N-1}\alpha_k^0(k-\mu)^n,$$

$$\alpha_k^0=\int_0^T\frac{s(t+\Delta_k)+\nu}{(s_1(t)+\nu_1)^2}\left(\frac{\mathrm{d}s_1(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2\mathrm{d}t,$$

$$\alpha_k=\int_0^T\frac{1}{s_1(t)+\nu_1}\frac{\mathrm{d}s(t+\Delta_k)}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}s_1(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t, \qquad (19)$$

$$\Delta_k=2(R_*-R_0)/c+2(k-\mu)\theta(V_*-V_0)/c+$$
$$+(k-\mu)^2\theta^2(A_*-A_0)/c,$$

где R_*, V_*, A_* — значения параметров движения цели, при которых сигнальная функция (6) достигает максимального значения.

Таким образом, дисперсии и корреляции квазиправдоподобных оценок в общем случае возможно получить из (15) при подстановке (17) и (18). Для этого необходимо обращать и перемножать матрицы размером 3×3, что может потребовать громоздких выкладок. Кроме того, определение величин R_*, V_*, A_* требует численного решения системы трансцендентных уравнений $[\partial S(\vec{l}_0,\vec{l})/\partial l_i]_{\vec{l}=\vec{l}_*}=0, i=1,2,3$ [7]. Смещения квазиправдоподобных оценок параметров сигнала (11) имеют вид

$$b(R)=\langle R_m-R_0\rangle=R_*-R_0,$$

$$b(V)=\langle V_m-V_0\rangle=V_*-V_0,$$

$$b(A)=\langle A_m-A_0\rangle=A_*-A_0,$$

и в общем случае не равны нулю. Более того, поскольку смещения оценок не зависят от отношения сигнал–шум, а определяются формой интенсивности принимаемого $s(t)$ и ожидаемого $s_1(t)$ сигналов, в общем случае квазиправдоподобные оценки не состоятельны [7]. Сопоставление результатов расчета по формуле (15) с корреляционной матрицей оценок максимального правдоподобия, полученной в [3], позволяет найти потери в точности квазиправдоподобных оценок дальности, скорости и ускорения по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия.

Рассмотрим частный случай состоятельных квазиправдоподобных оценок. Из анализа сигнальной функции (6) следует, что квазиправдоподобные оценки дальности, скорости и ускорения состоятельные и несмещенные, если интенсивности принимаемого $s(t)$ и ожидаемого $s_1(t)$ сигналов удовлетворяют условиям:

— обе эти функции имеют максимум в одной и той же точке t_0;

— они убывают на (t_0,∞);

— являются четными относительно t_0.

Если эти условия выполняются, то $R_* = R_0$, $V_* = V_0$, $A_* = A_0$, квазиправдоподобные оценки несмещенные и состоятельные, а в (19) $\Delta_k = 0$, $k = 0, \ldots, N-1$.

Указанным условиям удовлетворяют в частности квазипрямоугольные импульсы вида [8]

$$s_2(t,\tau,\delta) = \tag{20}$$

$$= a\begin{cases} \exp\left[-\dfrac{\pi}{2\delta^2}\left(\dfrac{t}{\tau} - \dfrac{1-\delta}{2}\right)^2\right], & \dfrac{t}{\tau} \ge \dfrac{1-\delta}{2}, \\ 1, & \dfrac{|t|}{\tau} \le \dfrac{1-\delta}{2}, \\ \exp\left[-\dfrac{\pi}{2\delta^2}\left(\dfrac{t}{\tau} + \dfrac{1-\delta}{2}\right)^2\right], & \dfrac{t}{\tau} \le -\dfrac{1-\delta}{2}, \end{cases}$$

$$s_3(t,\tau,\delta) = \tag{21}$$

$$= a\begin{cases} \left\{1 + \left[\dfrac{\pi}{2\delta}\left(\dfrac{t}{\tau} - \dfrac{1-\delta}{2}\right)\right]^2\right\}^{-1}, & \dfrac{t}{\tau} \ge \dfrac{1-\delta}{2}, \\ 1, & \dfrac{|t|}{\tau} \le \dfrac{1-\delta}{2}, \\ \left\{1 + \left[\dfrac{\pi}{2\delta}\left(\dfrac{t}{\tau} + \dfrac{1-\delta}{2}\right)\right]^2\right\}^{-1}, & \dfrac{t}{\tau} \le -\dfrac{1-\delta}{2}, \end{cases}$$

где $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\mathrm{d}t \,/\, [\max s(t)]^2$ — эквивалентная длительность импульса, $\delta\ (0 < \delta \le 1)$ — параметр, равный относительной доле энергии импульса, сосредоточенной в его фронтах.

Примеры функций, удовлетворяющих сформулированным условиям, приведены также в [4].

В случае состоятельной оценки величины α_k и α_k^0 становятся независимыми от k, а числа $\hat{M}_n$ и $\hat{M}_n^0$ превращаются в числа

$$\hat{M}_n = \alpha M_n, \quad \hat{M}_n^0 = \alpha^0 M_n,$$

где

$$M_n = \sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu)^n,$$

$$\alpha = \int_0^T \frac{1}{s_1(t)+\nu_1} \frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}s_1(t)}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t,$$

$$\alpha^0 = \int_0^T \frac{s(t)+\nu}{(s_1(t)+\nu_1)^2} \left(\frac{\mathrm{d}s_1(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2 \mathrm{d}t.$$

Таким образом, для (17) и (18) получаем соответственно представления

$$\mathbf{I} = \frac{\alpha}{c^2} \begin{pmatrix} 4M_0 & 4\theta M_1 & 2\theta^2 M_2 \\ 4\theta M_1 & 4\theta^2 M_2 & 2\theta^3 M_3 \\ 2\theta^2 M_2 & 2\theta^3 M_3 & \theta^4 M_4 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{I}^0 = \frac{\alpha^0}{c^2} \begin{pmatrix} 4M_0 & 4\theta M_1 & 2\theta^2 M_2 \\ 4\theta M_1 & 4\theta^2 M_2 & 2\theta^3 M_3 \\ 2\theta^2 M_2 & 2\theta^3 M_3 & \theta^4 M_4 \end{pmatrix}.$$

$$\mathbf{K} = c^2 \frac{\alpha^0}{\alpha^2} \frac{1}{(2M_1M_3 + M_0M_4)M_2 - M_2^3 - M_0M_3^2 - M_1^2M_4} \times$$
$$\times \begin{pmatrix} \dfrac{1}{4}(M_2M_4 - M_3^2) & \dfrac{1}{4\theta}(M_2M_3 - M_1M_4) & \dfrac{1}{2\theta^2}(M_1M_3 - M_2^2) \\ \dfrac{1}{4\theta}(M_2M_3 - M_1M_4) & \dfrac{1}{4\theta^2}(M_0M_4 - M_2^2) & \dfrac{1}{2\theta^3}(M_1M_2 - M_0M_3) \\ \dfrac{1}{2\theta^2}(M_1M_3 - M_2^2) & \dfrac{1}{2\theta^3}(M_1M_2 - M_0M_3) & \dfrac{1}{\theta^4}(M_0M_2 - M_1^2) \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Далее из (15) имеем (22) для корреляционной матрицы состоятельных квазиправдоподобных оценок дальности, скорости и ускорения (см. внизу с. 29).

Подставляя в (22) $s_1(t)=s(t)$ и $\nu_1=\nu$, получаем корреляционную матрицу (23) оценок максимального правдоподобия дальности, скорости и ускорения [3] (см. внизу с. 30).

В (23)

$$\hat{\alpha}=\int_0^T \frac{1}{s(t)+\nu}\left(\frac{\mathrm{d}s(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2 \mathrm{d}t.$$

Сравнивая (22) и (23), видим, что отличие только в коэффициентах перед матрицами. Таким образом, отношение χ соответствующих дисперсий и корреляций квазиправдоподобной состоятельной оценки и оценки максимального правдоподобия является одним и тем же для всех оцениваемых параметров движения (дальности, скорости и ускорения) и имеет вид

$$\chi=\frac{D^*}{D}=\frac{\hat{\alpha}\alpha^0}{\alpha^2},$$

где D^* — дисперсия квазиправдоподобной оценки одного из параметров R, V или A, а D — дисперсия оценки максимального правдоподобия того же параметра.

Для анализа величины χ удобно перейти к безразмерным переменным. Для этого представим форму интенсивности отдельных импульсов в виде $s(t)=af(t)$, $s_1(t)=a_1f_1(t)$, где символом a обозначен максимум сигнала $s(t)$, а символом a_1 — максимум сигнала $s_1(t)$. Таким образом максимумы функций $f(t)$ и $f_1(t)$ равны единице. Введем безразмерные величины, имеющие смысл отношения интенсивностей сигнал–фон

$$q=\frac{a}{\nu}, \quad q_1=\frac{a_1}{\nu_1}.$$

В этих обозначениях отношение χ соответствующих дисперсий и корреляций состоятельной квазиправдоподобной оценки и оценки максимального правдоподобия принимает вид (24) (см. внизу с. 30).

Введем вспомогательные функции

$$g(t)=\frac{1}{\sqrt{1+qf(t)}}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t},$$

$$\mathbf{K}_F=\frac{c^2}{\hat{\alpha}}\frac{1}{((2M_1M_3+M_0M_4)M_2-M_2^3-M_0M_3^2-M_1^2M_4)}\times$$

$$\times\begin{pmatrix} \frac{1}{4}(M_2M_4-M_3^2) & \frac{1}{4\theta}(M_2M_3-M_1M_4) & \frac{1}{2\theta^2}(M_1M_3-M_2^2) \\ \frac{1}{4\theta}(M_2M_3-M_1M_4) & \frac{1}{4\theta^2}(M_0M_4-M_2^2) & \frac{1}{2\theta^3}(M_1M_2-M_0M_3) \\ \frac{1}{2\theta^2}(M_1M_3-M_2^2) & \frac{1}{2\theta^3}(M_1M_2-M_0M_3) & \frac{1}{\theta^4}(M_0M_2-M_1^2) \end{pmatrix}. \qquad (23)$$

$$\chi=\frac{D^*}{D}=\frac{\hat{\alpha}\alpha^0}{\alpha^2}=\frac{\int_0^T \frac{1}{1+qf(t)}\left(\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2\mathrm{d}t\int_0^T \frac{1+qf(t)}{\left(1+q_1f_1(t)\right)^2}\left(\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t}\right)^2\mathrm{d}t}{\left(\int_0^T \frac{1}{1+q_1f_1(t)}\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t}\mathrm{d}t\right)^2} \qquad (24)$$

ISSN 0021—3470. Радиоэлектроника. 2013. № 1.

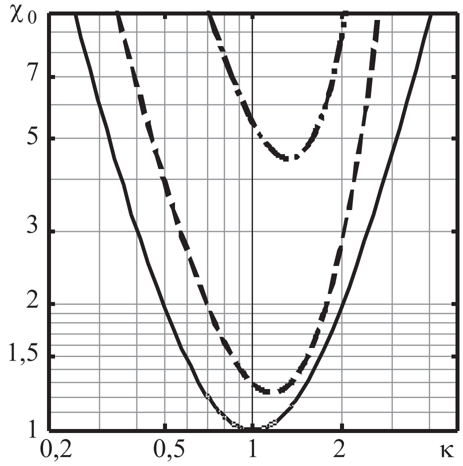


Рис. 1

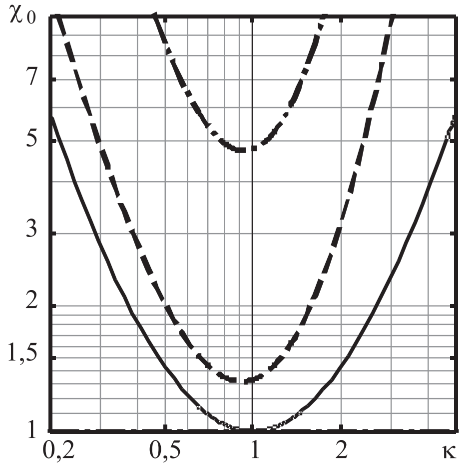


Рис. 2

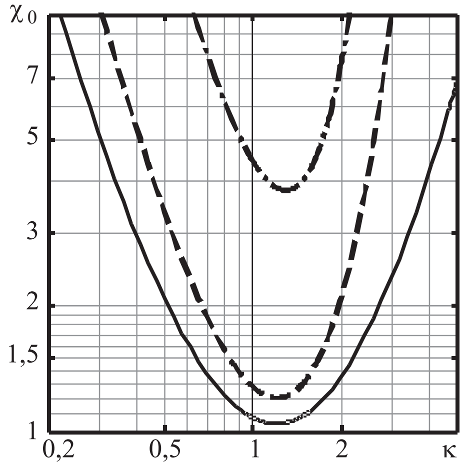


Рис. 3

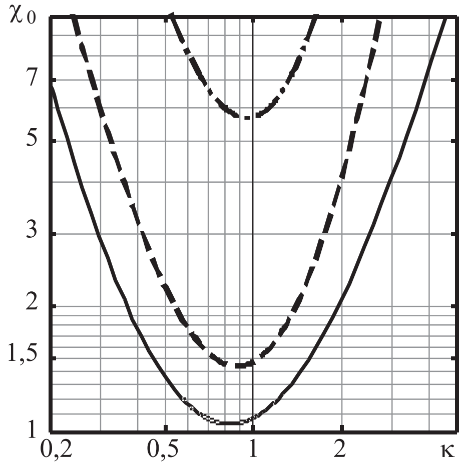


Рис. 4

$$g_1(t) = \frac{\sqrt{1+qf(t)}}{1+q_1 f_1(t)} \frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t}.$$

Выражая (24) через эти функции, получаем

$$\chi = \int_0^T g^2(t)\mathrm{d}t \int_0^T g_1^2(t)\mathrm{d}t \Big/ \left(\int_0^T g(t) g_1(t) \mathrm{d}t \right)^2 .$$

Отсюда в силу неравенства Буняковского–Шварца следует, что $\chi \geq 1$ и $\chi = 1$ только при $g_1(t) = \mathrm{const}\, g(t)$.

Конкретизируем (24) для случая слабых оптических импульсов, когда $a_0 << \nu$ и $a_1 << \nu_1$. Для этого переходим в (24) к пределу при $q \to 0$ и $q_1 \to 0$. В результате получим

$$\chi_0 = \chi\big|_{q_0 = q_1 = 0} =$$

$$= \frac{\int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \right)^2 \mathrm{d}t \int_0^T \left(\frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t} \right)^2 \mathrm{d}t}{\left(\int_0^T \frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \frac{\mathrm{d}f_1(t)}{\mathrm{d}t} \mathrm{d}t \right)^2}. \qquad (25)$$

Как следует из (25), проигрыш в точности оценки для слабых оптических импульсов не зависит от отличия их максимальных интенсивностей a и a_1. На рис. 1–4 для сигналов (20) и (21) приведена зависимость $\chi_0(\kappa)$ проигрыша (25) в точности квазиправдоподобной оценки по сравнению с точностью оценки максимального правдоподобия от отношения $\kappa = \tau / \tau_0$ длительностей предполагаемого и принимаемого сигналов. Сплошные линии рассчитаны для значения параметра $\delta = 1$, штриховые — $\delta = 0{,}5$, штрих-пунктирные — $\delta = 0{,}1$. Для рис. 1 выбран принимаемый сигнал $s(t,\tau_0) = \, = s_2(t,\tau_0,\delta = 1)$, а предполагаемый $s_1(t,\tau) = s_2(t,\tau,\delta)$. Для рис. 2 соответственно выбрано $s(t,\tau_0) = s_3(t,\tau_0,\delta = 1)$ и $s_1(t,\tau) = s_3(t,\tau,\delta)$. Для рис. 3 — $s(t,\tau_0) = \, = s_2(t,\tau_0,\delta = 1)$ и $s_1(t,\tau) = s_3(t,\tau,\delta)$, а для рис. 4 — $s(t,\tau_0) = s_3(t,\tau_0,\delta = 1)$ и $s_1(t,\tau) = s_2(t,\tau,\delta)$. Как следует из кривых (рис. 1–4), проигрыш в точности квазиправдоподобной оценки параметров движения может быть значительным.

Примеры расчета проигрыша в точности квазиправдоподобной оценки также приведены в [4], где ускорение предполагалось априори известным.

Найденные характеристики квазиправдоподобных оценок позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки и формы интенсивности ожидаемого сигнала в зависимости от имеющейся априорной информации и допустимого проигрыша в точности оценки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Воробьев В.И.* Оптическая локация для радиоинженеров / В. И. Воробьев. — М. : Радио и связь, 1983. — 176 с.

2. *Долинин Н. А.* Статистические методы в оптической локации / Н. А. Долинин, А. Ф. Терпугов. — Томск : ТГУ, 1982. — 256 с.

3. *Трифонов А. П.* Оценка дальности, скорости и ускорения при зондировании последовательностью оптических импульсов / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова, М. В. Максимов // Радиотехника. — 2001. — № 4. — С. 99–104.

4. *Трифонов А. П.* Квазиправдоподобная оценка дальности и скорости при зондировании последовательностью оптических импульсов / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова // Радиоэлектроника. — 1996. — Т. 39, № 8. — С. 23–30. — (Известия вузов).

5. *Мудров В. И.* Методы обработки измерений: Квазиправдоподобные оценки / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М. : Радио и связь, 1983. — 304 с.

6. *Хиндрикус Х. В.* Шумы в лазерных информационных системах / Х. В. Хиндрикус. — М. : Радио и связь, 1987. — 108 с.

7. *Куликов Е. И.* Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.

8. *Ярлыков М. С.* Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике / М. С. Ярлыков. — М. : Сов. радио, 1980. — 358 с.

Поступила после переработки 09.11.2012

INFORMATION ABOUT ARTICLE

QUAZI-LIKELIHOOD ESTIMATION OF MOTION PARAMETERS DURING THE TARGET PROBING WITH A SEQUENCE OF OPTICAL PULSES

A. P. Trifonov, trifonov@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Voronezh, Russia
M. B. Bespalova, bmb5@yandex.ru, Voronezh State University, Voronezh, Russia
A. V. Kurbatov, avkurbatov@gmail.com, Voronezh State University, Voronezh, Russia

Characteristics of quasi-likelihood estimates of the target range, velocity, and acceleration have been obtained during the probing with a sequence of optical pulses. The losses in accuracy of quasi-likelihood estimates as compared with the accuracy of maximum likelihood estimates were also found

The study was carried out with support of RFFI (Project No. 13-08-00735) and FGP “Researcha and Academic-Teaching Staff of

Keywords: range, velocity, acceleration, quasi-likelihood estimate, consistency of estimates, correlation matrix of estimates

REFERENCES

1. VOROB'EV, V.I. *Optical Detection and Raging for Radio Engineers*. Moscow: Radio i Svyaz', 1983. 176 p. [in Russian].

2. DOLININ N.A. AND TERPUGOV A.F. *Statistical Methods in Optical Detection and Raging*. Tomsk: TGU, 1982. 256 p. [in Russian].

3. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B.; MAKSIMOV, M.V. Estimation of the range, speed and acceleration during the probing with an optical pulse sequence. *Radiotekhnika,* n.4, p.99-104, 2001.

4. TRIFONOV A.P. AND BESPALOVA M.B. Quazi-likelihood estimation of the range and speed during the probing with optical pulse sequence. *Radioelectron. Commun*. Syst., v.39, n.8, p.17-23, 1996.

5. MUDROV V.I. AND KUSHKO V.L. *Measurement Processing Procedures: Quasi-Likelihood Estimates*. Moscow: Radio i Svyaz', 1983. 304 p. [in Russian].

6. KHINDRIKUS, KH.V. *Noises in Laser Information Systems*. Moscow: Radio i Svyaz', 1987. 108 p. [in Russian].

7. KULIKOV E.I. AND TRIFONOV A.P., *Estimation of Signal Parameters against the Background of Interferences*. Moscow: Sov. Radio, 1978. 296 p. [in Russian].

8. YARLYKOV, M.S. *Application of the Markov Nonlinear Filtration Theory in Radio Engineering*. Moscow: Sov. Radio, 1980. 358 p. [in Russian].

Received in final form November 9, 2012