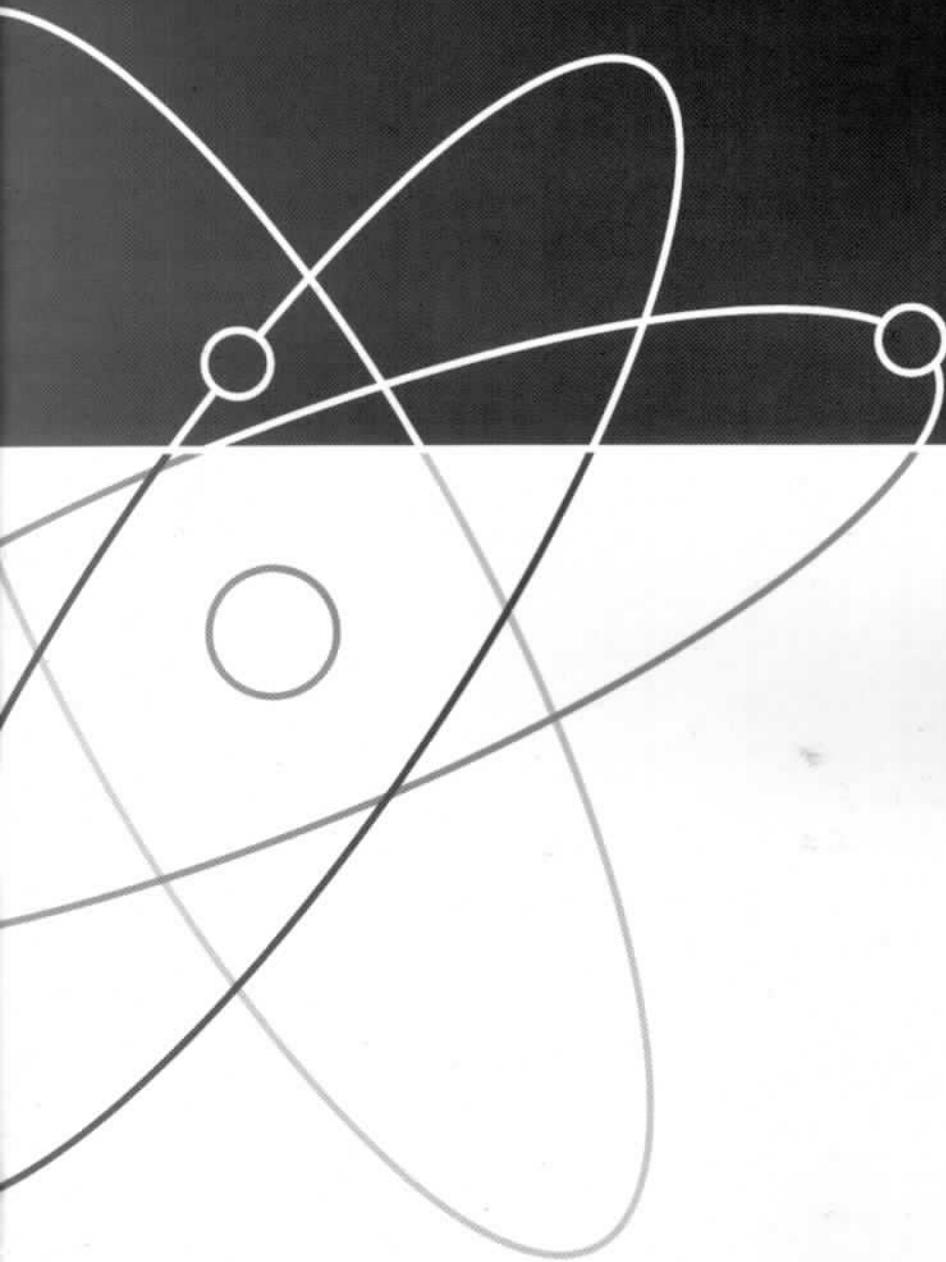


Том 56, № 3
март 2013

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ



И З Д А Н И Е
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
У К Р А И Н Ы
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

УДК 621.391

ТРИФОНОВ А.П., ЗИМОВЕЦ К.А., КОРЧАГИН Ю.Э.

ХАРАКТЕРИСТИКИ КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЙ ОЦЕНКИ ПЛОЩАДИ ИЗОБРАЖЕНИЯ ПРИ НАЛИЧИИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ШУМА*

Воронежский государственный университет,
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1

Аннотация. Методом локально-марковской аппроксимации получены асимптотические выражения для характеристик квазиправдоподобной оценки площади изображения. Показано, что точность оценки площади определяется величиной скачка интенсивности на контуре, ограничивающем область, занятую изображением

Ключевые слова: площадь изображения, квазиправдоподобная оценка, смещение, рассеяние, метод локально-марковской аппроксимации

В [1–3] и др. рассмотрена задача оценки площади изображений, распределение интенсивности которых априори точно известно. В реальных задачах условия дистанционного формирования радио или оптических изображений обычно не обеспечивают априорного знания точного распределения интенсивности изображения. В связи с этим представляет интерес задача оценки площади неоднородного изображения, распределение интенсивности которого известно неточно.

Положим, что в области G обработке доступна реализация случайного поля:

$$\xi(x, y) = S_0(x, y, \chi_0) + n(x, y), \quad x, y \in G. \quad (1)$$

где

$$S_0(x, y, \chi_0) = F_0(x, y)I(x, y, \chi_0) \quad (2)$$

— полезное изображение с интенсивностью $F_0(x, y)$, которое занимает область $\Omega(\chi_0)$

$\Omega(\chi_0)$ с площадью χ_0 . Форма области $\Omega(\chi)$ с площадью χ , занимаемой изображением описывается индикатором

$$I(x, y, \chi) = \begin{cases} 1, & x, y \in \Omega(\chi), \\ 0, & x, y \notin \Omega(\chi). \end{cases}$$

В (1) $n(x, y)$ — реализация гауссовского пространственного белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0 , а неизвестная площадь изображения χ_0 принимает значения из априорного интервала $[\chi_{\min}, \chi_{\max}]$.

Во многих прикладных задачах обработки изображений распределение $F_0(x, y)$ интенсивности изображения известно неточно. Поэтому для синтеза алгоритма оценки площади полезного изображения по методу максимального правдоподобия используем изображение

$$S(x, y, \chi) = F(x, y)I(x, y, \chi), \quad (3)$$

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 13-01-97504 и 13-08-00735).

Электронный вариант статьи: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347013030060>

где $F(x, y)$ описывает ожидаемое (прогнозируемое) распределение интенсивности изображения, причем в общем случае $F(x, y) \neq F_0(x, y)$.

В соответствии с методом максимального правдоподобия [4] для получения оценки χ_m площади χ_0 изображения (2) необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП) [5]

$$L(\chi) = \frac{2}{N_0} \times \quad (4)$$

$$\iint_G \xi(x, y) S(x, y; \chi) dx dy - \frac{1}{N_0} \iint_G S^2(x, y; \chi) dx dy,$$

для всех значений $\chi \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}]$. Реализация наблюдаемых данных (1) содержит изображение (2), которое в общем случае отличается от изображения (3), для которого формируется логарифм ФОП. Поэтому оценка χ_m площади χ_0 изображения (2), определяемая как положение абсолютного (наибольшего) максимума функции (4)

$$\chi_m = \operatorname{argsup} L(\chi), \quad \chi \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}] \quad (5)$$

не является оценкой максимального правдоподобия (ОМП). Эту оценку можно назвать квазиправдоподобной оценкой (КПО) [6], поскольку она совпадает с ОМП при $F(x, y) \equiv F_0(x, y)$.

Для определения характеристик КПО (5) площади представим (4) в виде суммы сигнальной составляющей и шумовой функции [4]

$$L(\chi) = S(\chi) + N(\chi), \quad (6)$$

$$S(\chi) = S(\chi_0, \chi) - Q(\chi)/2, \quad (7)$$

$$N(\chi) = \frac{2}{N_0} \iint_G n(x, y) S(x, y; \chi) dx dy, \quad (8)$$

$$Q(\chi) = \frac{2}{N_0} \iint_G S^2(x, y; \chi) dx dy, \quad (9)$$

$$S(\chi_0, \chi) = \frac{2}{N_0} \iint_G S_0(x, y; \chi_0) S(x, y; \chi) dx dy \quad (10)$$

— сигнальная функция. Шумовая функция $N(\chi)$ является реализацией центрированного гауссовского случайного процесса, обладающего корреляционной функцией

$$B(\chi_1, \chi_2) = \langle N(\chi_1), N(\chi_2) \rangle = \\ = \frac{2}{N_0} \iint_G S(x, y; \chi_1) S(x, y; \chi_2) dx dy. \quad (11)$$

Пусть сигнальная составляющая $S(\chi)$ (7) достигает максимума в некоторой точке

$$\tilde{\chi} = \operatorname{argsup} S(\chi), \quad \chi \in [\chi_{\min}, \chi_{\max}] \quad (12)$$

Тогда отношение сигнал–шум [4] имеет вид

$$z^2 = S^2(\tilde{\chi}) / B(\tilde{\chi}, \tilde{\chi}) = S^2(\tilde{\chi}) / Q(\tilde{\chi}). \quad (13)$$

Положим отношение сигнал–шум (13) достаточно большим, так что КПО площади обладает высокой апостериорной точностью. В этом случае для определения характеристик КПО достаточно исследовать поведение функций (7), (9), (10), (11) в малой окрестности точки $\tilde{\chi}$ (12).

Обозначим через $\Omega_{\min}(\chi_1, \chi_2)$ ту область из двух областей $\Omega(\chi_1)$ и $\Omega(\chi_2)$, которая обладает меньшей площадью. Подставляя далее (2) и (3) в (7), (9)–(11) имеем

$$S(\chi_0, \chi) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega_{\min}(\chi_0, \chi)} F_0(x, y) F(x, y) dx dy, \quad (14)$$

$$Q(\chi) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega(\chi)} F^2(x, y) dx dy, \quad (15)$$

$$B(\chi_1, \chi_2) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega_{\min}(\chi_1, \chi_2)} F^2(x, y) dx dy. \quad (16)$$

Для исследования локального поведения функций (14)–(16) в малой окрестности точки $\tilde{\chi}$ (10) введем вспомогательную функцию

$$\tilde{S}(\chi_1, \chi_2) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega_{\min[\chi_1, \chi_2]}} \tilde{F}(x, y) dx dy, \quad (17)$$

где $\tilde{F}(x, y) \geq 0$ и ограничена во всей области наблюдения G . Подставляя в (17) соответствующие функции вместо $\tilde{F}(x, y)$ получим (14), (15), (16). Обозначим

$$\Delta = \min[\chi_1 - \tilde{\chi}, \chi_2 - \tilde{\chi}]$$

Тогда, в соответствии с определением

$$\Omega_{\min}(\chi_1, \chi_2) = \Omega(\tilde{\chi} + \Delta)$$

и (17) перепишется как

$$\tilde{S}(\chi_1, \chi_2) = \frac{2}{N_0} \iint_{\Omega(\tilde{\chi} + \Delta)} \tilde{F}(x, y) dx dy. \quad (18)$$

Рассмотрим асимптотическое поведение (18) полагая, что

$$\delta = \max[|\chi_1 - \tilde{\chi}|, |\chi_2 - \tilde{\chi}|] \rightarrow 0. \quad (19)$$

Тогда очевидно $\Delta \rightarrow 0$. Обозначим Ω_E — область единичной площади, которая имеет форму области, занимаемой изображением. Пусть заданы уравнения $x = f(\phi)$, $y = \psi(\phi)$ контура C_E , ограничивающего область Ω_E ($0 \leq \phi \leq 2\pi$). Тогда уравнения контура $C(\chi)$, ограничивающего область $\Omega(\chi)$ имеют вид

$$x = f(\phi)\sqrt{\chi}, \quad y = \psi(\phi)\sqrt{\chi}. \quad (20)$$

Используя (20), можно переписать (18) в полярной системе координат как

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\chi_1, \chi_2) &= \\ &= \frac{2}{N_0} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\sqrt{(\tilde{\chi} + \Delta)(f^2(\phi) + \psi^2(\phi))}} \tilde{F}(\rho \cos \phi, \rho \sin \phi) \rho d\rho. \end{aligned} \quad (21)$$

Разлагая (21) в степенной ряд по Δ и ограничиваясь первыми двумя членами ряда, полу-

чаем асимптотическое разложение для функции (18) при выполнении (19)

$$\begin{aligned} \tilde{S}(\chi_1, \chi_2) &= \tilde{S}(\tilde{\chi}, \tilde{\chi}) + \\ &+ \tilde{A}(\tilde{\chi}) \min[\chi_1 - \tilde{\chi}, \chi_2 - \tilde{\chi}] + o(\delta), \end{aligned} \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{A}(\tilde{\chi}) &= \frac{1}{N_0} \int_0^{2\pi} \tilde{F}\left(\sqrt{\tilde{\chi}(f^2(\phi) + \psi^2(\phi))}\right) \cos \phi = \\ &= \frac{1}{N_0 \tilde{\chi}} \int_{C(\tilde{\chi})} \tilde{F}(x, y) (xdy - ydx) = \\ &= \frac{1}{N_0 \tilde{\chi}} \oint_{C(\tilde{\chi})} \tilde{F}(x, y) \sqrt{x^2 + y^2} ds \end{aligned} \quad (23)$$

— коэффициент, величина которого определяется только значениями функции $\tilde{F}(x, y)$ в (18) на контуре $C(\tilde{\chi})$, ограничивающем область $\Omega(\tilde{\chi})$ с площадью $\tilde{\chi}$. Действительно, согласно (23) на величину коэффициента $\tilde{A}(\tilde{\chi})$ не влияют значения функции $\tilde{F}(x, y)$ (18), которые она принимает во внутренних точках области $\Omega(\tilde{\chi})$. В дальнейшем ограничимся использованием главных членов асимптотического разложения (22). Тогда, для сигнальной составляющей (7) и корреляционной функции (11) шумовой функции (8) в малой окрестности точки $\tilde{\chi}$ справедливы приближенные выражения:

$$\begin{aligned} S(\chi) &= S(\chi_0, \tilde{\chi}) - Q(\tilde{\chi})/2 + \\ &+ A_0(\tilde{\chi}) \min[\chi_0 - \tilde{\chi}, \chi - \tilde{\chi}] - A(\tilde{\chi})(\chi - \tilde{\chi})/2, \end{aligned} \quad (24)$$

$$B(\chi_1, \chi_2) = B(\tilde{\chi}, \tilde{\chi}) + A(\tilde{\chi}) \min[\chi_1 - \tilde{\chi}, \chi_2 - \tilde{\chi}], \quad (25)$$

где

$$A_0(\tilde{\chi}) = \frac{1}{N_0 \tilde{\chi}} \int_{C(\tilde{\chi})} F_0(x, y) F(x, y) (xdy - ydx),$$

$$A(\tilde{\chi}) = \frac{1}{N_0 \tilde{\chi}} \int_{C(\tilde{\chi})} F^2(x, y) (xdy - ydx). \quad (26)$$

Согласно (25), реализация шумовой функции $N(\chi)$ (8) непрерывна с вероятностью 1 [7]. Поэтому при неограниченном увеличении ОСШ z (13) КПО (5) состоятельна, если

$$\tilde{\chi} = \chi_0. \quad (27)$$

Используя асимптотическое разложение (24) найдем условия, при которых КПО (5) состоятельна и выполняется (27). Из (24) для производной сигнальной составляющей в точке χ_0 справа ($\chi \geq \chi_0$) получаем

$$\left. dS(\chi) / d\chi \right|_{\chi_0+0} = -A(\chi_0) / 2.$$

Согласно (26), всегда $A(\chi_0) > 0$, следовательно сигнальная составляющая (7) в малой окрестности χ_0 при $\chi \geq \chi_0$ является убывающей функцией. Для производной сигнальной составляющей (7) в точке χ_0 слева, т.е. при $\chi \leq \chi_0$ из (24) имеем

$$\left. dS(\chi) / d\chi \right|_{\chi_0-0} = \rho,$$

где

$$\rho = \frac{1}{N_0 \chi_0} \times \quad (28)$$

$$\times \int_{C(\chi_0)} F(x, y) \left\{ F_0(x, y) - \frac{1}{2} F(x, y) \right\} (xdy - ydx).$$

Если

$$\rho > 0 \quad (29)$$

тогда сигнальная составляющая $S(\chi)$ (7) в малой окрестности χ_0 при $\chi \leq \chi_0$ является возрастающей функцией, которая достигает максимума в точке χ_0 . Таким образом (29) является не-

обходимым и достаточным условием состоятельности КПО (5) и из (29) следует выполнение (27). Проверка необходимого и достаточного условия (29) состоятельности КПО требует вычисления контурного интеграла (28), что не всегда является достаточно простой задачей. Поэтому укажем еще одно простое и легко проверяемое достаточное условие состоятельности КПО. Очевидно, (29) всегда выполняется, если

$$F_0(x, y) > F(x, y) / 2, \quad (x, y) \in G.$$

Если же это условие не выполняется, следует проверить необходимое и достаточное условие (29).

Конкретизируем полученные общие соотношения для частного случая однородного наблюдаемого изображения

$$F_0(x, y) \equiv D_0 = \text{const} \quad (30)$$

и однородного ожидаемого изображения

$$F(x, y) \equiv D = \text{const}. \quad (31)$$

При выполнении (30), (31) приближенные выражения (24), (25), асимптотически точные в малой окрестности точки $\tilde{\chi}$ переходят в точные формулы [1], а необходимое и достаточное условие состоятельности КПО (29) принимает вид

$$D_0 > D / 2. \quad (32)$$

Будем далее полагать, что условие (32) состоятельности КПО (5) выполняется и имеет место равенство (27). Тогда, асимптотические разложения сигнальной составляющей (24) и корреляционной функции (25) шумовой функции возможно записать в виде

$$S(\chi) = S(\chi_0, \chi_0) - \frac{Q(\chi_0)}{2} + \\ + (\chi - \chi_0) \begin{cases} a_1, \chi < \chi_0, \\ -a_2, \chi > \chi_0, \end{cases} \\ B(\chi_1, \chi_2) = B(\chi_0, \chi_0) +$$

$$+2a_2 \min[\chi_1 - \chi_0, \chi_2 - \chi_0], \quad (33)$$

где

$$a_1 = \rho, \quad a_2 = A(\chi_0)/2. \quad (34)$$

Согласно (33), процесс (4), (6) в малой окрестности истинного значения площади χ_0 является гауссовским марковским случайным процессом [7]. В этой окрестности, коэффициенты сноса и диффузии процесса $L(\chi)$ имеют вид [7]

$$K_1 = \begin{cases} a_1, & \chi < \chi_0, \\ -a_2, & \chi > \chi_0, \end{cases} \quad K_2 = 2a_2. \quad (35)$$

Установленные свойства сигнальной составляющей (7) и шумовой функции (8) позволяют для отыскания характеристик КПО χ_m (5) применить метод локально-марковской аппроксимации [9]. Решая, в соответствии с этим методом, уравнение Фоккера–Планка–Колмогорова [8] с коэффициентами (35), находим асимптотически (с ростом отношения сигнал/шум z) точные выражения для смещения (систематической ошибки) и рассеяния (среднего квадрата ошибки) КПО (5) выражения

$$\begin{aligned} b(\chi_m | \chi_0) &= \langle \chi_m - \chi_0 \rangle = \\ &= \frac{z_1^2(2R+1) - z_2^2 R(R+2)}{2z_1^2 z_2^2 (1+R)^2}, \end{aligned} \quad (36)$$

$$\begin{aligned} V(\chi_m | \chi_0) &= \langle (\chi_m - \chi_0)^2 \rangle = \\ &= \frac{z_2^4 R(2R^2 + 6R + 5) + z_1^4 (5R^2 + 6R + 2)}{2z_1^4 z_2^4 (1+R)^3}, \end{aligned} \quad (37)$$

где $z_1^2 = a_1^2 / 2a_2$, $z_2^2 = a_2 / 2$, $R = a_2 / a_1$.

В (36), (37) усреднение выполняется при фиксированном истинном значении χ_0 оцениваемой площади. Следовательно, эти выражения определяют условные смещение и рассеяние КПО площади. Полученные результаты позволяют, как частный случай, найти характеристики ОМП $\hat{\chi}$ площади χ_0 изображения

(2). Для реализации алгоритма максимального правдоподобия необходимо априори знать распределение $F_0(x, y)$ интенсивности изображения. Тогда, заменяя в (4) $S(x, y, \chi)$ (3) на $S_0(x, y, \chi)$ (2) получаем ОМП $\hat{\chi}$ из (5). Соответственно, характеристики ОМП можно найти полагая в (36), (37) $F(x, y) \equiv F_0(x, y)$. В результате имеем для смещения и рассеяния ОМП площади неоднородного изображения

$$\begin{aligned} b(\hat{\chi} | \chi_0) &= 0, \\ V(\hat{\chi} | \chi_0) &= 26 / A_0^2, \end{aligned} \quad (38)$$

где, аналогично (23)

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{1}{N_0} \int_0^{2\pi} F_0^2 \left(\sqrt{\chi_0(f^2(\phi) + \psi^2(\phi))} \cos \phi \right. \\ &\quad \left. \sqrt{\chi_0(f^2(\phi) + \psi^2(\phi))} \sin \phi \right) (f^2(\phi) + \psi^2(\phi)) d\phi = \\ &= \frac{1}{N_0 \chi_0} \int_{C(\chi_0)} F_0^2(x, y) (x dy - y dx) = \\ &= \frac{1}{N_0 \chi_0} \oint_{C(\chi_0)} F_0^2(x, y) \sqrt{x^2 + y^2} ds. \end{aligned} \quad (39)$$

Как следует из (2), на контуре $C(\chi_0)$, ограничивающем область $\Omega(\chi_0)$, занимаемую изображением, интенсивность неоднородного изображения претерпевает скачок от значения $F_0(x_c, y_c)$ с внутренней стороны контура $C(\chi_0)$ до нуля с внешней стороны контура. Здесь x_c, y_c — координаты точки, принадлежащей контуру $C(\chi_0)$. Формулы (38), (39) свидетельствуют, что рассеяние ОМП площади зависит только от интеграла по контуру $C(\chi_0)$, который «суммирует» квадрат величины скачка интенсивности при переходе через контур $C(\chi_0)$ по всем точкам этого контура. Соответственно, асимптотическое значение рассеяния (38) ОМП площади не зависит, от того, какие значения внутри контура $C(\chi_0)$, т.е. во внут-

ренных точках области $\Omega(\chi_0)$, принимает интенсивность изображения $F_0(x, y)$. Отсюда в частности следует, что при выборе ожидаемого (прогнозируемого) распределения интенсивности $F(x, y)$, используемого для получения КПО площади, желательно, выбирать $F(x, y)$ так, чтобы эта функция была максимально близка к истинной интенсивности $F_0(x, y)$ на контуре $C(\chi_0)$, ограничивающем изображение.

В качестве примера рассмотрим оценку площади изображения с линейно изменяющейся интенсивностью. Пусть область, занимаемая изображением представляет собой круг с центром в начале координат и радиусом $\sqrt{\chi_0 / \pi}$. Положим, что интенсивность наблюдаемого изображения изменяется линейно вдоль оси x , так что

$$F_0(x, y) = \sqrt{\frac{E_0}{\chi_0} \left\{ \frac{(1-q_0)^2}{16} + \frac{(1+q_0)^2}{4} \right\}} \times \left(\frac{(1-q_0)}{2\sqrt{\frac{\chi_0}{\pi}}} x + \frac{(1+q_0)}{2} \right), \quad (40)$$

где $E_0 = \iint_{\Omega(\chi_0)} F_0^2(x, y) dx dy$ — энергия наблюдаемого изображения, параметр

$$q_0 = \frac{b_0}{a_0} \quad (41)$$

характеризует наклон функции, описывающей интенсивность,

$$a_0 = F_0(\sqrt{\chi_0 / \pi}, 0), \quad b_0 = F_0(-\sqrt{\chi_0 / \pi}, 0).$$

Полагаем, что ожидаемое изображение обладает интенсивностью

$$F(x, y) = \sqrt{\frac{E_0}{\chi_0} \left\{ \frac{(1-q)^2}{16} + \frac{(1+q)^2}{4} \right\}} \times \left(\frac{(1-q)}{2\sqrt{\frac{\chi_0}{\pi}}} x + \frac{(1+q)}{2} \right),$$

которая отличается от интенсивности наблюдаемого изображения только параметром q . Рассмотрим, как влияет отличие значений параметров q_0 и q на точность оценки площади круга с линейно изменяющейся интенсивностью. Подставляя (40) и (41) в (34), (39) находим:

$$a_1 = \frac{2}{N_0 \chi_0} \times \frac{\left\{ \frac{1}{8}(1-q_0)(1-q) + \frac{1}{4}(1+q_0)(1+q) \right\}}{\sqrt{\left\{ \frac{(1-q_0)^2}{16} + \frac{(1+q_0)^2}{4} \right\} \left\{ \frac{(1-q)^2}{16} + \frac{(1+q)^2}{4} \right\}}} - \frac{1}{N_0 \chi_0} \frac{\left\{ \frac{(1-q)^2}{8} + \frac{1}{4}(1+q)^2 \right\}}{\left\{ \frac{(1-q)^2}{16} + \frac{(1+q)^2}{4} \right\}},$$

$$a_2 = \frac{1}{N_0 \chi_0} \frac{E((1-q)^2 / 8 + (1+q)^2 / 4)}{((1-q)^2 / 16 + (1+q)^2 / 4)}, \quad (42)$$

$$A_0 = \frac{2}{N_0 \chi_0} \frac{E((1-q_0)^2 / 8 + (1+q_0)^2 / 4)}{((1-q_0)^2 / 16 + (1+q_0)^2 / 4)}. \quad (43)$$

Подставляя (42) в (36), (37) находим характеристики КПО площади. Подставляя далее (43) в (38) получаем характеристики ОМП площади круга

$$b(\hat{\chi}|\chi_0) = 0, \quad V(\hat{\chi}|\chi_0) = 26 / A_0^2.$$

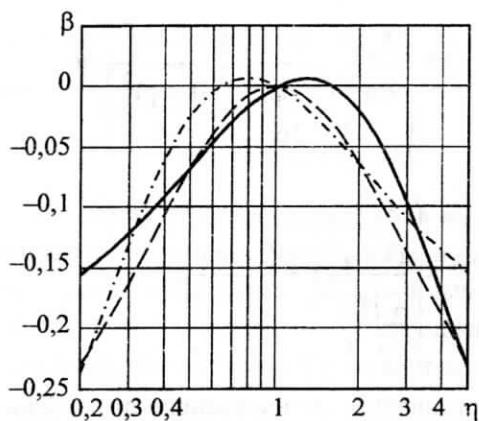


Рис. 1

На рис. 1 приведена зависимость нормированного смещения

$$\beta(\eta) = b(\chi_m | \chi_0) / \sqrt{V(\chi_m | \chi_0)}$$

КПО площади изображения с линейно изменяющейся интенсивностью от параметра $\eta = q / q_0$ при различных значениях q_0 . Сплошная кривая соответствует значению $q_0 = 0,5$; штриховая — $q_0 = 1$ и штрихпунктирная — $q_0 = 2$. На рис. 2 приведена зависимость проигрыша $\kappa(\eta) = V(\chi_m | \chi_0) / V(\hat{\chi} | \chi_0)$ в точности КПО по сравнению с точностью ОМП площади изображения с линейно изменяющейся интенсивностью. Обозначения кривых рис. 2 такие же как на рис. 1.

Из анализа кривых рис. 1, 2 следует что при $0,5 < \eta < 2$, т.е. $0,5q_0 < q < 2q_0$ КПО практически несмещенная, а ее рассеяние незначительно превышает рассеяние ОМП. Следовательно, КПО площади изображения с линейно изменяющейся интенсивностью практически не уступает в точности ОМП, если параметр q ожидаемого изображения отличается от истинного значения параметра q_0 наблюдаемого изображения не более чем в два раза.

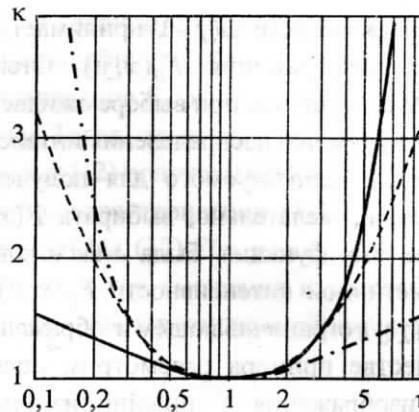


Рис. 2

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зюльков А. В. О точности нижней границы для рассеяния оценки площади оптического изображения / А. В. Зюльков // Техническая кибернетика. — 1980. — № 4. — С. 232. — (Изв. АН СССР).
2. Трифонов А. П. Оценка площади неоднородного изображения на фоне пространственного шума / А. П. Трифонов, К. А. Зимовец // Радиоэлектроника. — 2003. — Т. 46, № 10. — С. 3–14. — (Известия вузов).
3. Jahne B. Digital image processing / B. Jahne. — New York : Springer, 2002. — 586 p.
4. Куликов Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М. : Сов. радио, 1978. — 296 с.
5. Трифонов А. П. Характеристики оптимальных оценок параметров оптических сигналов на фоне пространственных помех / А. П. Трифонов, А. В. Зюльков, В. К. Маршаков // Радиоэлектроника. — 1981. — Т. 27, № 1. — С. 14–21. — (Известия вузов).
6. Мудров В. И. Методы обработки измерений / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М. : Радио и связь, 1983. — 304 с.
7. Крамер Г. Стационарные случайные процессы / Г. Крамер, М. Лидбеттер. — М. : Мир, 1969. — 398 с.
8. Тихонов В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. — М. : Радио и связь, 1974. — 488 с.
9. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М. : Радио и связь, 1986. — 264 с.

Поступила в редакцию 10.10.2012