305
Р5014
Т. 58 № 12/2013

305

ISSN 0033-8494

Том 58, Номер 12 Декабрь 2013

ЖУРНАЛ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

http://www.naukaran.ru
http://www.maik.ru

"НАУКА"

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА, 2013, том 58, № 12, с. 1212–1219

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

УДК 621.391

ВЛИЯНИЕ НАЛИЧИЯ НЕИНФОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ НА ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЦЕЛИ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ

© 2013 г. **А. П. Трифонов, А. В. Курбатов**

Воронежский государственный университет
Российская Федерация, 394006, Воронеж, Университетская пл., 1
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Поступила в редакцию 24.08.2011 г.

Получены характеристики эффективных оценок дальности, скорости и ускорения при наличии конечного числа произвольных неизвестных неинформативных параметров. Найдены потери в точности оценок вследствие наличия неинформативных параметров.

DOI: 10.7868/S0033849413100045

В системах оптической локации широко применяются последовательности оптических импульсов [1–4]. В работе [4] исследована потенциальная точность оценок таких параметров движения цели, как дальность, скорость и ускорение. При этом предполагалось, что все параметры рассеянной целью последовательности, кроме оцениваемых, априори известны. Однако в реальных условиях флуктуации цели, а также физические эффекты, сопровождающие рассеяние и распространение света в различных средах, приводят к тому, что интенсивность отдельных оптических импульсов может зависеть от конечного числа неизвестных неинформативных параметров, в оценке которых нет необходимости [5]. Однако их наличие может влиять на точность оценки информативных параметров, в качестве которых выступают дальность, скорость и ускорение. Поэтому рассмотрим эффективность оценок дальности, скорости и ускорения цели при наличии конечного числа произвольных неинформативных параметров у рассеянной последовательности оптических импульсов.

Полагаем, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} s_0\left(t - (k-\mu)\theta - \lambda\right), \tag{1}$$

где $s_0(t)$ – функция, описывающая интенсивность отдельного оптического импульса, λ – временное положение последовательности, θ – период повторения импульсов. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ. Так, при $\mu = 0$ величина λ представляет собой временное положение первого импульса, при

$$\mu = (N-1)/2 \tag{2}$$

– временное положение середины последовательности (1), а при $\mu = N-1$ – временное положение последнего импульса последовательности.

В результате рассеяния зондирующей последовательности (2) целью, дальность R_0, скорость V_0 и ускорение A_0 которой надо оценить, интенсивность принимаемого сигнала будет иметь вид [1, 2, 4]

$$s(t, R_0, V_0, A_0, \vec{l}_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s\left[t - 2R_0/c - (k-\mu) \times \times (1 + 2V_0/c)\theta - A_0(k-\mu)^2\theta^2/c, \vec{l}_0\right]. \tag{3}$$

Здесь функция $s(t, \vec{l}_0)$ описывает форму интенсивности одного рассеянного оптического импульса последовательности (3) и в общем случае отличается от $s_0(t)$ в (1), $\vec{l}_0 = \| l_{01}, \ldots, l_{0p} \|$ – вектор p неинформативных параметров, неизвестных в силу влияния флуктуаций цели и среды распространения, c – скорость света, причем $|V_0| \ll c$ и $N\theta|A_0| \ll c$. Здесь и далее индексом "нуль" отмечены истинные значения неизвестных параметров принимаемой последовательности оптических импульсов с интенсивностью (3).

Сигнал с интенсивностью (3) наблюдается в течение времени $[0;T]$ на фоне оптического шума с интенсивностью ν. Следовательно, обработке доступна реализация пуассоновского процесса с интенсивностью

$$\beta(t, R_0, V_0, A_0, \vec{l}_0) = s(t, R_0, V_0, A_0, \vec{l}_0) + \nu. \tag{4}$$

Согласно [3] для расчета потенциальной точности совместных оценок неизвестных параметров последовательности оптических импульсов с интенсивностью (3) необходимо найти функцию неопределенности

$$H\left(R_1, R_2, V_1, V_2, A_1, A_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2\right) = \\ = \int_0^T \beta\left(t, R_0, V_0, A_0, \vec{l}_0\right) \ln\left[\frac{\beta\left(t, R_1, V_1, A_1, \vec{l}_1\right)}{\nu}\right] \times \\ \times \ln\left[\frac{\beta\left(t, R_2, V_2, A_2, \vec{l}_2\right)}{\nu}\right] dt. \tag{5}$$

Считаем, что интервал наблюдения $[0;T]$ больше длительности всей последовательности оптических импульсов, т.е. $T > N\theta$, и величина скважности последовательности (3) не менее двух, так что отдельные импульсы не перекрываются. Тогда, подставляя (3) в (4), а (4) в (5), получаем

$$H(R_1, R_2, V_1, V_2, A_1, A_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2) = \\ = \sum_{k=0}^{N-1} H_k(R_1, R_2, V_1, V_2, A_1, A_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2), \tag{6}$$

где

$$H_k\left(R_1, R_2, V_1, V_2, A_1, A_2, \vec{l}_1, \vec{l}_2\right) = \\ = \int_0^T \{\nu + s[t - 2R_0/c - (k-\mu)\theta(1 + 2V_0/c) - \\ - A_0(k-\mu)^2\theta^2/c, \vec{l}_0]\} \times \\ \times \ln\{1 + s[t - 2R_1/c - (k-\mu)\theta(1 + 2V_1/c) - \\ - A_1(k-\mu)^2\theta^2/c, \vec{l}_1]/\nu\} \times \\ \times \ln\{1 + s[t - 2R_2/c - (k-\mu)\theta(1 + 2V_2/c) - \\ - A_2(k-\mu)^2\theta^2/c, \vec{l}_2]/\nu\} dt. \tag{7}$$

Рассмотрим регулярный случай [6], когда интенсивности отдельных оптических импульсов дифференцируемы по t и по всем параметрам l_i, $i = 1, \ldots, p$. В этом случае потенциальная точность оценки всех неизвестных параметров последовательности оптических импульсов с интенсивностью (3) характеризуется корреляционной матрицей совместно эффективных оценок [3, 6]:

$$\mathbf{K}_p = \mathbf{I}^{-1}. \tag{8}$$

Здесь $\mathbf{I}$ – информационная матрица Фишера [3], которую представим в виде блочной (клеточной) матрицы:

$$\mathbf{I} = \begin{Vmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{D} \end{Vmatrix}, \tag{9}$$

где

$$\mathbf{A} = \begin{Vmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial R_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial R_1 \partial V_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial R_1 \partial A_2} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial V_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial V_1 \partial V_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial V_1 \partial A_2} \\ \frac{\partial^2 H}{\partial A_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial A_1 \partial V_2} & \frac{\partial^2 H}{\partial A_1 \partial A_2} \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{Vmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \\ \vec{B}_3 \end{Vmatrix},$$

$$\vec{B}_1 = \begin{Vmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial R_1 \partial l_{2i}} \end{Vmatrix}, \quad \vec{B}_2 = \begin{Vmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial V_1 \partial l_{2i}} \end{Vmatrix}, \quad \vec{B}_3 = \begin{Vmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial A_1 \partial l_{2i}} \end{Vmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{Vmatrix} \frac{\partial^2 H}{\partial l_{1i} \partial l_{2j}} \end{Vmatrix}.$$

Здесь $\vec{B}_1$, $\vec{B}_2$ и $\vec{B}_3$ – векторы-строки, T – операция транспонирования. Все производные функции неопределенности (6) в формулах (9) вычисляются при $R_1 = R_2 = R_0$, $V_1 = V_2 = V_0$, $A_1 = A_2 = A_0$ и $\vec{l}_1 = \vec{l}_2 = \vec{l}_0$. Подставляя (7) в (6), а (6) в (9) и выполняя дифференцирование, находим

$$\mathbf{A} = \frac{\alpha}{c^2} \begin{Vmatrix} 4M_0 & 4\theta M_1 & 2\theta^2 M_2 \\ 4\theta M_1 & 4\theta^2 M_2 & 2\theta^3 M_3 \\ 2\theta^2 M_2 & 2\theta^3 M_3 & \theta^4 M_4 \end{Vmatrix}, \quad \mathbf{D} = M_0 \|D_{ij}\|,$$

$$\vec{B}_1 = -\frac{2}{c} M_0 \|\beta_i\|, \quad \vec{B}_2 = -\frac{2\theta}{c} M_1 \|\beta_i\|,$$

$$\vec{B}_3 = -\frac{\theta^2}{c} M_2 \|\beta_i\|,$$

$$\alpha = \int_0^T \frac{1}{\nu + s(t, \vec{l}_0)} \left[\frac{\partial s(t, \vec{l}_0)}{\partial t}\right]^2 dt, \quad M_n = \sum_{k=0}^{N-1} (k-\mu)^n, \tag{10}$$

$$\beta_i = \int_0^T \frac{1}{\nu + s(t, \vec{l}_0)} \left[\frac{\partial s(t, \vec{l})}{\partial t} \frac{\partial s(t, \vec{l})}{\partial l_i}\right]_{\vec{l} = \vec{l}_0} dt,$$

$$D_{ij} = \int_0^T \frac{1}{\nu + s(t, \vec{l}_0)} \left[\frac{\partial s(t, \vec{l})}{\partial l_i} \frac{\partial s(t, \vec{l})}{\partial l_j}\right]_{\vec{l} = \vec{l}_0} dt, \quad i, j = 1, \ldots, p.$$

Неизвестные параметры $\bar{l}_0$ предполагаются неинформативными, поэтому нет необходимости определять все элементы корреляционной матрицы (8). Достаточно найти элементы, расположенные на пересечении первых трех строк и столбцов матрицы (8), которые характеризуют потенциальную точность оценок дальности, скорости и ускорения.

Таким образом, матрица (8) содержит характеристики точности оценок всех неизвестных параметров, однако далее определяются лишь характеристики точности оценок информативных параметров: дальности, скорости и ускорения. Расчет элементов матрицы $\mathbf{K}_p$, характеризующих точность оценок неинформативных параметров $\bar{l}$, не проводится.

Матрицу, образованную из элементов матрицы (8), расположенных на пересечении ее первых трех строк и столбцов, обозначим

$$\mathbf{K} = \mathbf{F}^{-1}. \qquad (11)$$

Матрицу $\mathbf{F}$ в (11) можно найти при помощи формулы Фробениуса [7]. Полагая, что матрица $\mathbf{D}$ в (9) и (10) невырождена, получаем

$$\mathbf{F} = \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{B}^T = \begin{Vmatrix} F_{11} & F_{12} & F_{13} \\ F_{21} & F_{22} & F_{23} \\ F_{31} & F_{32} & F_{33} \end{Vmatrix}, \qquad (12)$$

где

$$\begin{gathered} F_{11} = 4\alpha(1-\rho_p)M_0/c^2, \\ F_{12} = F_{21} = 4\alpha\theta(1-\rho_p)M_1/c^2, \\ F_{22} = 4\alpha\theta^2(M_2 - \rho_p M_1^2/M_0)/c^2, \\ F_{13} = F_{31} = 2\alpha\theta^2(1-\rho_p)M_2/c^2, \\ F_{33} = \alpha\theta^4(M_4 - \rho_p M_2^2/M_0)/c^2, \\ F_{23} = F_{32} = 2\alpha\theta^3(M_3 - \rho_p M_1 M_2/M_0)/c^2. \end{gathered} \qquad (13)$$

Здесь

$$\rho_p = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p}\beta_i\beta_j\,\Delta_{ij}/\alpha, \qquad (14)$$

Δ_{ij} – элементы матрицы $\mathbf{\Delta} = \|\Delta_{ij}\|$, обратной к матрице $\|D_{ij}\|$, т.е. $\|\Delta_{ij}\| = \|D_{ij}\|^{-1}$, $i, j = 1,\ldots,p$.

Формулы (11)–(14) позволяют найти характеристики раздельных и совместных оценок дальности, скорости и ускорения при наличии конечного числа произвольных неинформативных параметров.

Для этого в матрице (12) достаточно удалить строки и столбцы, соответствующие априори известным информативным параметрам, сократив ее размерность до числа неизвестных информативных параметров.

Рассмотрим вначале дисперсии оценок дальности. Полагаем, что скорость V_0 и ускорение A_0 цели априори известны и необходимо оценить лишь дальность цели. Тогда, согласно (11), дисперсия эффективной оценки дальности имеет вид

$$D(R \mid R_0, \bar{l}_0) = 1/F_{11} = c^2/4\alpha N(1-\rho_p). \qquad (15)$$

При отсутствии неинформативных параметров дисперсию эффективной оценки дальности запишем как [4]

$$D(R \mid R_0) = c^2/4\alpha N. \qquad (16)$$

Из выражений (15) и (16) следует, что проигрыш в точности эффективной оценки дальности вследствие наличия неинформативных параметров характеризуется величиной

$$\chi_R = D(R \mid R_0, \bar{l}_0)/D(R \mid R_0) = (1-\rho_p)^{-1}. \qquad (17)$$

Как видно из (17), проигрыш в точности эффективной оценки дальности не зависит от параметра μ, т.е. не зависит от того, с какой точкой последовательности (3) связано время прихода последовательности оптических импульсов.

Если скорость V_0 априори неизвестна, а ускорение A_0 известно, то дисперсия совместно эффективной оценки дальности принимает вид

$$D(R \mid R_0, V_0, \bar{l}_0) = \frac{F_{22}}{F_{11}F_{22} - F_{12}^2} = \frac{c^2(1-\rho_p r_1^2)}{4\alpha N(1-\rho_p)(1-r_1^2)}. \qquad (18)$$

Здесь

$$r_1 = r_1(\mu) = -M_1/\sqrt{M_0 M_2} \qquad (19)$$

– коэффициент корреляции совместно эффективных оценок дальности и скорости при отсутствии неинформативных параметров. Полагая в (18) $\rho_p = 0$, получаем дисперсию совместно эффективной оценки дальности при априори неизвестной скорости и отсутствии неинформативных параметров [4].

При априори неизвестном ускорении A_0 и априори известной скорости V_0 дисперсию совместно эффективной оценки дальности запишем как

$$D(R \mid R_0, A_0, \bar{l}_0) = \frac{F_{33}}{F_{11}F_{33} - F_{13}^2} = \frac{c^2(1-\rho_p r_2^2)}{4\alpha N(1-\rho_p)(1-r_2^2)}. \qquad (20)$$

Здесь

$$r_2 = r_2(\mu) = -M_2\big/\sqrt{M_0 M_4} \quad (21)$$

– коэффициент корреляции совместно эффективных оценок дальности и ускорения при отсутствии неинформативных параметров. Полагая в (20) $\rho_p = 0$, получаем дисперсию совместно эффективной оценки дальности при априори неизвестном ускорении и отсутствии неинформативных параметров [4].

Если априори неизвестны скорость V_0 и ускорение A_0, то, обращая матрицу в (11), находим для дисперсии оценки дальности следующее выражение:

$$D(R\,|\,R_0, V_0, A_0, \vec{l}_0) = \frac{c^2(1 - r_3^2 - \rho_p(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2r_3))}{4\alpha N d(1-\rho_p)}. \quad (22)$$

Здесь $d = 1 - r_1^2 - r_2^2 - r_3^2 - 2r_1r_2r_3$, $r_3 = r_3(\mu) = -M_3\big/\sqrt{M_2 M_4}$ – коэффициент корреляции совместно эффективных оценок скорости и ускорения при отсутствии неинформативных параметров. Полагая в (22) $\rho_p = 0$, получаем дисперсию совместно эффективной оценки дальности при априори неизвестных скорости и ускорении при отсутствии неинформативных параметров [4]:

$$D(R\,|\,R_0, V_0, A_0) = c^2(1 - r_3^2)\big/4\alpha N d. \quad (23)$$

Из выражений (22) и (23) следует, что вследствие наличия неинформативных параметров проигрыш в точности совместно эффективной оценки дальности при неизвестных скорости и ускорении характеризуется величиной

$$\tilde{\chi}_R = \frac{D(R\,|\,R_0, V_0, A_0, \vec{l}_0)}{D(R\,|\,R_0, V_0, A_0)} = \frac{1 - r_3^2 - \rho_p(r_1^2 + r_2^2 + 2r_1r_2r_3)}{(1-\rho_p)(1-r_3^2)}. \quad (24)$$

Сопоставляя (15), (16) и (18), (20), (22), можно определить потери в точности оценки дальности вследствие априорного незнания скорости и (или) ускорения и наличия неинформативных параметров.

Рассмотрим далее дисперсии оценок скорости. Если дальность R_0 и ускорение A_0 цели априори известны, то из (11) для дисперсии эффективной оценки скорости получаем выражение

$$D(V\,|\,V_0, \vec{l}_0) = 1/F_{22} = c^2\big/4\theta^2\alpha M_2(1 - \rho_p r_1^2), \quad (25)$$

где величина r_1 определяется из выражения (19).

Отметим, что всегда

$$|r_1| \le 1. \quad (26)$$

Действительно, воспользуемся неравенством Буняковского–Коши, согласно которому

$$\left|\sum_{k=0}^{N-1} x_k y_k\right|^2 \le \left(\sum_{k=0}^{N-1} x_k^2\right)\left(\sum_{k=0}^{N-1} y_k^2\right). \quad (27)$$

Полагаем $x_k = 1$, $y_k = k - \mu$. Тогда получим $\left|\sum_{k=0}^{N-1}(k-\mu)\right|^2 \le N\sum_{k=0}^{N-1}(k-\mu)^2$, откуда непосредственно следует (26).

При отсутствии неинформативных параметров дисперсию эффективной оценки скорости запишем как [4]

$$D(V\,|\,V_0) = c^2\big/4\theta^2\alpha M_2. \quad (28)$$

Из (25) и (28) следует, что проигрыш в точности эффективной оценки скорости вследствие наличия неинформативных параметров характеризуется величиной

$$\chi_V = D(V\,|\,V_0, \vec{l}_0)\big/D(V\,|\,V_0) = (1 - \rho_p r_1^2)^{-1}. \quad (29)$$

Сопоставляя (17) и (29), видим, что проигрыш в точности оценки скорости с учетом (26) всегда не превышает проигрыш в точности оценки дальности.

Если вычислить суммы M_n, определенные формулой (10), то величину (19) получим в виде

$$r_1 = \frac{\mu - (N-1)/2}{\sqrt{(\mu - (N-1)/2)^2 + (N^2-1)\big/12}}. \quad (30)$$

Отсюда следует, что при выборе μ согласно (2), когда время прихода последовательности оптических импульсов отсчитывается от ее середины, величина (30) равна $r_1 = 0$. Согласно (29) в этом случае проигрыш в точности эффективной оценки скорости вследствие наличия неинформативных параметров отсутствует. Параметр μ определяет точку последовательности оптических импульсов, с которой связано время прихода последовательности. Очевидно, что нецелесообразно связывать время прихода последовательности с какой-либо точкой за пределами интервала существования последовательности оптических импульсов. Поэтому величина μ может принимать значения лишь в пределах интервала $[0, \ldots, N-1]$. Анализируя зависимость величины (30) от параметра μ, с учетом введенного ограничения интервала его возможных значений, видим, что $r_1^2(\mu)$ достигает максимума при $\mu = 0$ или при $\mu = N - 1$. Соответственно, обозначим

$$\psi = \max_{\mu} r_1^2(\mu) = 3(N-1)/2(2N-1). \qquad (31)$$

Для оценки скорости зондирующая последовательность оптических импульсов с интенсивностью (1) должна содержать не менее двух импульсов. Для такой последовательности минимальной длины $\psi = 1/2$. Если же число импульсов в последовательности велико, т.е. $N \gg 1$, то из (31) имеем $\psi = 3/4$. Итак, проигрыш в точности эффективной оценки скорости вследствие наличия неинформативных параметров отсутствует при выборе μ согласно (2), а максимальной величины проигрыш достигает при выборе $\mu = 0$ или при $\mu = N - 1$ и большом числе импульсов в последовательности.

Если же дальность R_0 априори неизвестна, а ускорение A_0 известно, то дисперсия совместно эффективной оценки скорости совпадает с дисперсией совместно эффективной оценки скорости при априори неизвестной дальности и отсутствии неинформативных параметров [4]. Следовательно, наличие конечного числа произвольных неинформативных параметров не влияет на точность оценки скорости при неизвестной дальности.

При априори неизвестном ускорении A_0 и априори известной дальности R_0 дисперсия совместно эффективной оценки скорости имеет вид

$$D(V \mid V_0, A_0, \bar{l}_0) = \frac{F_{33}}{F_{22}F_{33} - F_{23}^2} = \\ = \frac{c^2(1-\rho_p r_2^2)}{4\alpha\theta^2 M_2(1 - r_3^2 - \rho_p(r_1^2 + r_3^2 + 2r_1r_2r_3))}. \qquad (32)$$

Полагая здесь $\rho_p = 0$, получаем дисперсию совместно эффективной оценки скорости при неизвестном ускорении и отсутствии неинформативных параметров [4].

Если априори неизвестны дальность R_0 и ускорение A_0, то, обращая матрицу (11), имеем выражение для дисперсии совместно эффективной оценки скорости, которое совпадает с выражением для дисперсии совместно эффективной оценки скорости при априори неизвестных дальности и ускорении при отсутствии неинформативных параметров [4]. Следовательно, наличие конечного числа неизвестных неинформативных параметров не влияет на точность оценки скорости при неизвестных дальности и ускорении. Сопоставляя (25), (32) и результаты [4], можем определить потери в точности оценки скорости вследствие априорного незнания дальности и (или) ускорения и наличия неинформативных параметров.

Рассмотрим дисперсии оценок ускорения. Пусть дальность R_0 и скорость V_0 цели априори известны и необходимо оценить лишь ускорение цели. Тогда дисперсия эффективной оценки ускорения имеет вид

$$D(A \mid A_0, \bar{l}_0) = 1/F_{33} = c^2/\alpha\theta^4 M_4(1 - \rho_p r_2^2), \qquad (33)$$

где величина r_2 определяется из выражения (21).

Отметим, что всегда

$$|r_2| \le 1. \qquad (34)$$

Для доказательства вновь воспользуемся неравенством Буняковского–Коши. Полагая в (27) $x_k = 1$ и $y_k = (k-\mu)^2$, убеждаемся в справедливости (34).

При отсутствии неинформативных параметров дисперсию эффективной оценки ускорения запишем как [4]

$$D(A \mid A_0) = c^2/\theta^4 \alpha M_4. \qquad (35)$$

Из выражений (33) и (35) следует, что проигрыш в точности эффективной оценки ускорения вследствие наличия неинформативных параметров характеризуется величиной

$$\chi_A = D(A \mid A_0, \bar{l}_0)/D(A \mid A_0) = (1 - \rho_p r_2^2)^{-1}. \qquad (36)$$

Сопоставляя (17) и (36) видим, что проигрыш в точности оценки ускорения с учетом (34) всегда не превышает проигрыш в точности оценки дальности.

Если вычислить суммы M_n (10), то величину (21) получим в виде

$$r_2 = -\frac{(N^2 + 12\kappa^2 - 1)\sqrt{5/3}}{\sqrt{3N^4 - 10N^2 + 240\kappa^4 + 120(N^2-1)\kappa^2 + 7}}, \qquad (37)$$

где $\kappa = (N-1)/2 - \mu$. Численный анализ (36) с учетом (37) позволяет судить о проигрыше в точности оценки ускорения вследствие наличия неинформативных параметров. Если дальность R_0 априори неизвестна, а скорость V_0 известна, то дисперсия совместно эффективной оценки ускорения совпадает с дисперсией совместно эффективной оценки ускорения при априори неизвестной дальности и отсутствии неинформативных параметров [4]. Следовательно, наличие конечного числа произвольных параметров не влияет на точность оценки ускорения при неизвестной дальности.

При априори неизвестной скорости V_0 и известной дальности R_0 дисперсию совместно эффективной оценки ускорения запишем как

$$D(A \mid V_0, A_0, \vec{l}_0) = \frac{F_{22}}{F_{22}F_{33} - F_{23}^2} = \frac{c^2(1-\rho_p r_1^2)}{\alpha\theta^4 M_4(1 - r_3^2 - \rho_p(r_1^2 + r_3^2 + 2r_1r_2r_3))}. \tag{38}$$

Полагая $\rho_p = 0$, получаем дисперсию совместно эффективной оценки ускорения при неизвестной скорости и отсутствии неинформативных параметров [4].

Если априори неизвестны дальность R_0 и скорость V_0, то обращая матрицу (11), находим выражение для дисперсии совместно эффективной оценки ускорения, которое совпадает с выражением для дисперсии совместно эффективной оценки ускорения при априори неизвестных дальности и скорости при отстуствии неинформативных параметров [4]. Следовательно, наличие конечного числа произвольных неинформативных параметров не влияет на точность оценки ускорения при неизвестных дальности и скорости. Сопоставляя (35), (38) и результаты [4], можем определить потери в точности оценки ускорения вследствие априорного незнания дальности и (или) скорости и наличия неинформативных параметров.

При совместной оценке всех трех параметров движения: дальности, скорости и ускорения наличие неинформативных параметров влияет лишь на точность оценки дальности. Проигрыш в точности эффективной оценки дальности характеризуется величиной (24).

Из полученных выражений следует, что проигрыш в точности эффективных оценок дальности, скорости и ускорения вследствие наличия неинформативных параметров зависит от величины ρ_p, определяемой формулой (14). Для удобства анализа преобразуем ρ_p к виду

$$\rho_p = \sum_{i=1}^{p}\sum_{j=1}^{p} R_{ti}\tilde{R}_{ij}R_{tj}\kappa_i\kappa_j, \tag{39}$$

где

$$R_{ti} = -\beta_i \big/ \sqrt{\alpha D_{ii}} \tag{40}$$

— коэффициент корреляции между совместно эффективными оценками времени прихода и параметра l_i одного оптического импульса, когда значения остальных $p-1$ параметров $l_1, \ldots, l_{i-1}, l_{i+1}, \ldots, l_p$ этого импульса априори известны, $\tilde{R}_{ij} = \Delta_{ij} \big/ \sqrt{\Delta_{ii}\Delta_{jj}}$ — коэффициент корреляции совместно эффективных оценок параметров l_i и l_j при оценке всех p неинформативных параметров одного импульса, $\kappa_i^2 = \tilde{\sigma}_i^2 \big/ \sigma_i^2 = \Delta_{ii}D_{ii}$ — отношение дисперсии $\tilde{\sigma}_i^2$ совместно эффективной оценки параметра l_i при совместной оценке всех неинформативных параметров одного импульса к дисперсии σ_i^2 эффективной оценки параметра l_i одного импульса, когда значения остальных $p-1$ неинформативных параметров априори известны. По существу, величина κ_i определяет проигрыш в точности совместно эффективной оценки параметра l_i вследствие незнания $p-1$ параметров $l_1, \ldots, l_{i-1}, l_{i+1}, \ldots, l_p$.

Приведем явный вид величины (39) для наиболее часто встречающихся в приложениях значений $p = 1, 2, 3$:

$$\begin{aligned}
&\rho_1 = R_{t1}^2, \quad \rho_2 = (R_{t1}^2 + R_{t2}^2 + 2R_{t1}R_{t2}R_{12}) \big/ (1 - R_{12}^2),\\
&\rho_3 = (R_{t1}^2(1-R_{23}^2) + R_{t2}^2(1-R_{13}^2) + R_{t3}^2(1-R_{12}^2) +\\
&+ 2R_{t1}R_{t2}(R_{12} + R_{13}R_{23}) + 2R_{t1}R_{t3}(R_{13} + R_{12}R_{23}) +\\
&\quad + 2R_{t2}R_{t3}(R_{23} + R_{12}R_{13})) \big/ (1 - R_{12}^2 - R_{13}^2 -\\
&\qquad - R_{23}^2 - 2R_{12}R_{13}R_{23}).
\end{aligned} \tag{41}$$

Здесь

$$\begin{aligned}
R_{ti} &= -\int_0^T \frac{1}{\nu + s(t,\vec{l}_0)} \frac{\partial s(t,\vec{l}_0)}{\partial t}\left(\frac{\partial s(t,\vec{l})}{\partial l_i}\right)_{\vec{l}=\vec{l}_0} dt \times\\
&\times \left(\int_0^T \frac{1}{\nu + s(t,\vec{l}_0)}\left(\frac{\partial s(t,\vec{l}_0)}{\partial t}\right)^2 dt \times\right.\\
&\times \left.\int_0^T \frac{1}{\nu + s(t,\vec{l}_0)}\left(\frac{\partial s(t,\vec{l})}{\partial l_i}\right)^2_{\vec{l}=\vec{l}_0} dt\right)^{-1/2},\\
R_{ij} &= -\int_0^T \frac{1}{\nu + s(t,\vec{l}_0)}\left(\frac{\partial s(t,\vec{l})}{\partial l_i}\frac{\partial s(t,\vec{l})}{\partial l_j}\right)_{\vec{l}=\vec{l}_0} dt \times\\
&\times \left(\int_0^T \frac{1}{\nu + s(t,\vec{l}_0)}\left(\frac{\partial s(t,\vec{l})}{\partial l_i}\right)^2_{\vec{l}=\vec{l}_0} dt \times\right.\\
&\times \left.\int_0^T \frac{1}{\nu + s(t,\vec{l}_0)}\left(\frac{\partial s(t,\vec{l})}{\partial l_j}\right)^2_{\vec{l}=\vec{l}_0} dt\right)^{-1/2}.
\end{aligned}$$

Как следует из (39) и (41), если оценка времени прихода одного оптического импульса некоррелирована с оценками всех p неинформативных параметров $\vec{l}$, т.е. в (40) $R_{ti} = 0$, $i = 1, \ldots, p$, то $\rho_p = 0$. В этом случае проигрыш в точности эффективных оценок дальности, скорости и ускорения отсутствует.

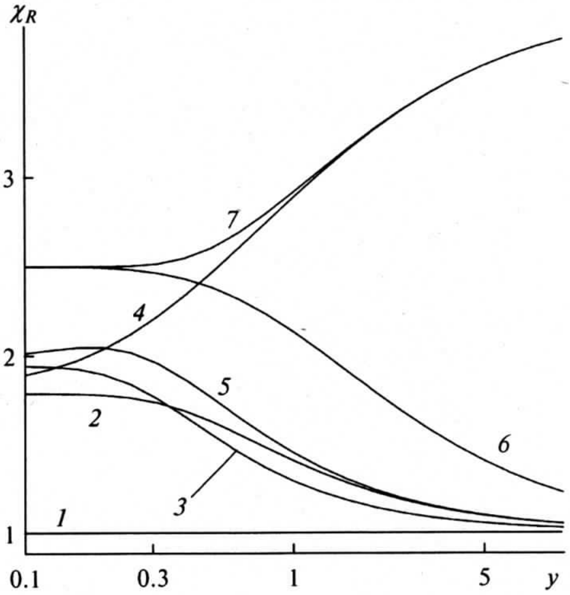

Рис. 1.

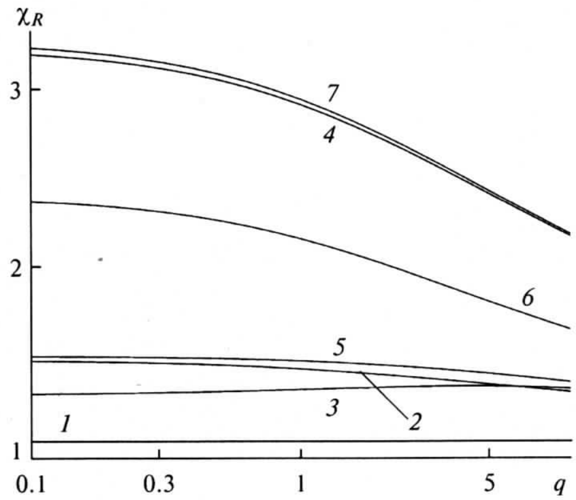

Рис. 2.

Полученные выражения для характеристик совместно эффективных оценок могут быть использованы для расчета характеристик асимптотически эффективных оценок параметров движения в условиях высокой апостериорной точности. В частности, их можно использовать для расчета характеристик совместных оценок максимального правдоподобия [1, 3, 6], если отношение сигнал/шум для всей последовательности импульсов с интенсивностью (3) достаточно велико.

Найдем проигрыш в точности совместно эффективных оценок параметров движения, когда форма интенсивности одного оптического импульса последовательности (3) описывается выражением

$$s(t,\bar{l}) = a\left\{\eta(t)\left[1-\exp\left(-\frac{t}{\delta}\right)\right]-\right.$$
$$\left.-\,\eta(t-\tau)\left[1-\exp\left(-\frac{t-\tau}{\delta}\right)\right]\right\}, \qquad (42)$$
$$\eta(t)=\begin{cases}1, & t\ge 0,\\ 0, & t<0,\end{cases}\quad \bar{l}=\|a,\tau,\delta\|,$$

где τ – длительность импульса, величина δ характеризует длительность фронта импульса, a – амплитудный множитель. При оценке параметров движения цели при использовании последовательности импульсов вида (42) каждый импульс может иметь до трех неинформативных параметров ($p \le 3$): a, τ и δ.

Форму интенсивности, близкую к (42), имеет короткий оптический импульс в результате его уширения при распространении в рассеивающей среде [8].

Проигрыш в точности оценок параметров движения вследствие наличия неинформативных параметров определяется величинами (17), (24), (29), (36) для различных условий. Нетрудно показать, что наибольшим является проигрыш в точности оценки дальности, который характеризуется величиной (17).

На рис. 1 приведена зависимость проигрыша χ_R (17) в точности оценки от параметра $y = \delta/\tau$, характеризующего отношение длительности фронта импульса к длительности импульса, для различных наборов неинформативных параметров при отношении сигнал/фон $q = a/\nu = 1$. Кривая *1* иллюстрирует проигрыш в точности оценки, когда неинформативным является параметр a. Как видим, наличие неинформативного параметра a не ухудшает характеристики эффективных оценок параметров движения. Кривые *2* и *3* иллюстрируют проигрыш в точности оценки, когда неинформативным является один параметр: τ и δ; кривая *4*: когда два параметра: a и τ; кривая *5*: a и δ; кривая *6*: τ и δ; кривая *7* – все три параметра: a, τ и δ. Сопоставление кривых позволяет определить влияние наличия различных неинформативных параметров импульса (42) на точность эффективной оценки параметров движения. Из рис. 1 видно, что с увеличением параметра y проигрыш вследствие наличия одних неинформативных параметров (кривые *2*, *3*, *5*, *6*) уменьшается, а из-за других (кривые *4* и *7*) – растет вплоть до значения 4.

На рис. 2 приведена зависимость проигрыша χ_R (17) в точности оценки от параметра q для различных наборов неинформативных параметров при $y = 1$. Обозначения кривых на рис. 2 соответствуют приведенным на рис. 1. Согласно рис. 2 проигрыш в точности оценки параметров движения вследствие наличия неинформативных параметров несколько уменьшается с ростом отношения сигнал/фон q.

Таким образом, полученные результаты позволяют найти потери в точности оценок дальности, скорости и ускорения вследствие наличия у последовательности оптических импульсов конечного числа произвольных неизвестных неинформативных параметров.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (№ 13-08-00735, №13-01-97504) и Министерства образования и науки РФ (соглашение 14.B37.21.2032).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Долинин Н.А., Терпугов А.Ф.* Статистические методы в оптической локации. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1982.
2. *Воробьев Е.И.* Оптическая локация для радиоинженеров. М.: Радио и связь, 1983.
3. *Хелстром К.* Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. М.: Мир, 1979.
4. *Трифонов А.П., Беспалова М.Б., Максимов М.В.* // Радиотехника. 2001. № 4. С. 99.
5. *Шинаков Ю.С.* // РЭ. 1974. Т. 19. № 3. С. 542.
6. *Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.З.* Асимптотическая теория оценивания. М.: Наука, 1979.
7. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: Наука, 1988.
8. *Волохатюк В.А., Кочетков В.М., Красовский Р.Р.* Вопросы оптической локации. М.: Сов. радио, 1971.