

Том 57, № 1 (619)
январь 2014

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ



ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

УДК 621.396

**ПОРОГОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ
ДВИЖЕНИЯ ПРИ ЗОНДИРОВАНИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬЮ
ОПТИЧЕСКИХ ИМПУЛЬСОВ***

ТРИФОНОВ А. П., КУРБАТОВ А. В.

*Воронежский государственный университет,
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1*

Аннотация. С учетом аномальных ошибок найдены характеристики квазиправдоподобных оценок дальности, скорости и ускорения. Определены потери в надежности квазиправдоподобных оценок по сравнению с надежностью оценок максимального правдоподобия

Ключевые слова: дальность; скорость; ускорение; квазиправдоподобная оценка; вероятность аномальных ошибок

В системах оптической локации [1–5] и др. широко применяются последовательности оптических импульсов. В [3] найдены характеристики совместно эффективных оценок дальности, скорости и ускорения, а в [4] исследованы пороговые эффекты, возникающие вследствие возможного появления аномальных ошибок. При этом предполагалось, что форма интенсивности импульсов рассеянной целью последовательности априори известна.

Однако, в реальных условиях флуктуации отражений от цели, а также физические эффекты, сопровождающие рассеяние и распространение света, приводят к тому, что форма интенсивности сигнала искажается. Если форма интенсивности рассеянного целью сигнала известна неточно, для измерения дальности, ско-

рости и ускорения может применяться квазиправдоподобная оценка [5].

Полученные в [5] выражения для характеристик надежных квазиправдоподобных оценок могут быть использованы только в условиях высокой апостериорной точности, когда отсутствуют аномальные ошибки [6]. Далее исследуются пороговые характеристики квазиправдоподобных оценок параметров движения с учетом аномальных ошибок.

Положим, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$\hat{s}_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(t - (k - \mu)\theta - \lambda), \quad (1)$$

где $\hat{s}(t)$ — функция, описывающая интенсивность отдельного оптического импульса, θ — период следования импульсов, λ — временное

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 13-01-97504 и 13-08-00735).

положение последовательности. Параметр μ определяет точку последовательности (1), с которой связано ее временное положение λ . Так, при $\mu = 0$ величина λ представляет собой временное положение первого импульса, при $\mu = (N-1)/2$ — временное положение середины последовательности (1), при $\mu = N-1$ — временное положение последнего импульса последовательности.

В результате рассеяния целью зондирующей последовательности (1) интенсивность принимаемого сигнала будет иметь вид [1, 3]

$$s_N(t, R_0, V_0, A_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s(t - 2R_0/c - (k - \mu) \times \times \theta(1 + 2V_0/c) - A_0(k - \mu)^2 \theta^2/c), \quad (2)$$

где функция $s(t)$ описывает форму интенсивности одного рассеянного оптического импульса последовательности и, в общем случае, отличается от $\hat{s}(t)$ в (1), а c — скорость света. В (2) используются обозначения: R_0 — дальность, V_0 — скорость, A_0 — ускорение цели, при этом предполагается, что неизвестная дальность принимает значения из априорного интервала $[R_{\min}, R_{\max}]$, неизвестная скорость — из интервала $[V_{\min}, V_{\max}]$, неизвестное ускорение — из интервала $[A_{\min}, A_{\max}]$. Полагаем, что в земных условиях имеют место неравенства $|V_0| \ll c$ и $N\theta|A_0| \ll c$. Индексом ноль отмечены истинные значения неизвестных параметров R, V и A принимаемой последовательности оптических импульсов (2).

Пусть сигнал с интенсивностью (2) наблюдается на интервале времени $[0, T]$ на фоне оптического шума, представляющего собой стационарный пуассоновский процесс с интенсивностью $v > 0$. В этом случае доступный для обработки сигнал $\pi(t)$ представляет собой пуассоновский процесс с интенсивностью

$$\beta(t, R_0, V_0, A_0) = s_N(t, R_0, V_0, A_0) + v,$$

где параметры R_0, V_0 и A_0 подлежат оценке.

Так как форма интенсивности $s(t)$ и интенсивность шума v могут быть неизвестны, то синтез алгоритма оценки проводится для сигнала с интенсивностью

$$\beta_1(t, R_0, V_0, A_0) = s_{1N}(t, R_0, V_0, A_0) + v_1,$$

где v_1 — предполагаемая интенсивность оптического шума, а

$$s_{1N}(t, R, V, A) = \sum_{k=0}^{N-1} s_1(t - 2R/c - (k - \mu) \times \times \theta(1 + 2V/c) - A(k - \mu)^2 \theta^2/c) \quad (3)$$

— интенсивность последовательности с предполагаемой формой интенсивности одного импульса $s_1(t)$.

Если форма интенсивности принимаемого сигнала (2) и интенсивность оптического шума v априори известны, то для оценки параметров движения (R, V, A) возможно воспользоваться методом максимального правдоподобия [6]. Для этого необходимо взять в качестве оценки положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия [3, 4, 8]

$$L_F(R, V, A) = \int_0^T \ln(1 + s_N(t, R, V, A)/v) d\pi(t) - \int_0^T s_N(t, R, V, A) dt. \quad (4)$$

Если форма интенсивности сигнала (2) и интенсивность шума известны неточно, то в формуле (4) вместо сигнала $s_N(t, R, V, A)$ и интенсивности шума v приходится использовать предполагаемые интенсивность сигнала $s_{1N}(t, R, V, A)$ (3) и интенсивность шума v_1 . В результате для решающей статистики имеем [5]

$$L(R, V, A) = \int_0^T \ln(1 + s_{1N}(t, R, V, A) / v_1) d\pi(t) - \int_0^T s_{1N}(t, R, V, A) dt. \quad (5)$$

Таким образом, квазиправдоподобные оценки $(\hat{R}, \hat{V}, \hat{A})$ параметров движения представляют собой положение абсолютного максимума случайного поля (5):

$$(\hat{R}, \hat{V}, \hat{A}) = \operatorname{argsup} L(R, V, A), \quad (R, V, A) \in W, \quad (6)$$

где

$$W = \{[R_{\min}, R_{\max}], [V_{\min}, V_{\max}], [A_{\min}, A_{\max}]\} \quad (7)$$

— априорная область возможных значений дальности, скорости и ускорения.

Оценку (6) будем называть квазиправдоподобной [5]. Действительно, в случае совпадения интенсивностей принимаемого сигнала $s_N(t, R, V, A)$ (2) и предполагаемого сигнала $s_{1N}(t, R, V, A)$ (3), а также истинной интенсивности оптического шума v с предполагаемой v_1 , решающая статистика (5) совпадает с логарифмом функционала отношения правдоподобия (4). Соответственно, квазиправдоподобная оценка (6) переходит в оценку максимального правдоподобия.

Для определения пороговых характеристик квазиправдоподобной оценки (6) представим решающую статистику (5) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [5, 6]:

$$L(R, V, A) =$$

$$= S(R_0, V_0, A_0, R, V, A) + N(R, V, A) + C, \quad (8)$$

где сигнальная функция

$$S(R_0, V_0, A_0; R, V, A) = \langle L(R, V, A) \rangle - C = \sum_{k=0}^N \int_0^T [s(t + 2(R_0 - R)/c + 2(k - \mu)\theta(V_0 - V)/c +$$

$$+ (k - \mu)^2 \theta^2 (A_0 - A) / c) \ln[1 + s_1(t) / v_1] dt, \quad (9)$$

а

$$C = N \int_0^T [v \ln(1 + s_1(t) / v_1) - s_1(t)] dt$$

— несущественная постоянная, которую в дальнейшем можно не учитывать. Здесь и ниже угловые скобки означают операцию усреднения по множеству реализаций.

Шумовая функция

$$N(R, V, A) = L(R, V, A) - \langle L(R, V, A) \rangle \quad (10)$$

является реализацией случайного поля, причем

$$\langle N(R, V, A) \rangle = 0,$$

$$B(R_1, V_1, A_1, R_2, V_2, A_2) =$$

$$= \langle N(R_1, V_1, A_1) N(R_2, V_2, A_2) \rangle =$$

$$= \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T [v + s(t - 2R_0/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_0/c) -$$

$$- A_0(k - \mu)^2 \theta^2 / c) \ln[1 + s_1(t - 2R_1/c -$$

$$- (k - \mu)\theta(1 + 2V_1/c) - A_1(k - \mu)^2 \theta^2 / c) / v_1] \times$$

$$\times \ln[1 + s_1(t - 2R_2/c - (k - \mu)\theta(1 + 2V_2/c) -$$

$$- A_2(k - \mu)^2 \theta^2 / c) / v_1] dt. \quad (11)$$

При выводе сигнальной функции (9) и корреляционной функции (11) шумовой функции (10) предполагалось, что

$$\max\{|R - R_0|, |R_1 - R_2|, |R_1 - R_0|, |R_2 - R_0|\} \leq$$

$$\leq c\theta/2,$$

$$\max\{|V - V_0|, |V_1 - V_2|, |V_1 - V_0|, |V_2 - V_0|\} \ll c,$$

$$N\theta \max\{|A - A_0|, |A_1 - A_2|, |A_1 - A_0|, |A_2 - A_0|\}$$

$$\ll c,$$

так что формулы (9) и (11) описывают центральные пики соответствующих функций.

Пусть сигнальная функция (9) при фиксированных значениях (R_0, V_0, A_0) достигает наибольшего значения в точке (R^*, V^*, A^*) и имеет только один ярко выраженный максимум. Тогда отношение сигнал-шум z на выходе квазиравдоподобного измерителя возможно записать как

$$z_1^2 = \frac{S^2(R_0, V_0, A_0, R^*, V^*, A^*)}{B_N(R^*, V^*, A^*, R^*, V^*, A^*)} = \quad (12)$$

$$= \frac{\left[\sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T s(t + \Delta_k) \ln(1 + s_1(t) / v_1) dt \right]^2}{N \int_0^T \ln^2(1 + s_1(t) / v_1) dt},$$

где

$$\Delta_k = 2(R^* - R_0) / c + 2(k - \mu)\theta(V^* - V_0) / c + \\ + (k - \mu)^2 \theta^2(A^* - A_0) / c.$$

Если отношение сигнал-шум (12) достаточно велико, то квазиравдоподобные оценки являются надежными [6] и их характеристики возможно найти используя результаты [5]. Однако, если отношение сигнал-шум (12) не слишком велико, а размеры априорной области (7) возможных значений параметров движения существенно больше протяженности центрального пика сигнальной функции (9), тогда возможно появление аномальных ошибок [6]. В результате возникают пороговые эффекты, которые приводят к заметному ухудшению точности квазиравдоподобных оценок.

Пусть ΔR , ΔV и ΔA — длительности (протяженности) сигнальной функции (9) по соответствующим аргументам. Тогда, очевидно,

$$S(R_0, V_0, A_0, R^* \pm \Delta R, V^*, A^*) \simeq$$

$$\simeq S(R_0, V_0, A_0, R^*, V^* \pm \Delta V, A^*) \simeq$$

$$\simeq S(R_0, V_0, A_0, R^*, V^*, A^* \pm \Delta A) \simeq 0.$$

Обозначим через

$$W_S = \{[R^* - \Delta R, R^* + \Delta R],$$

$$[V^* - \Delta V, V^* + \Delta V], [A^* - \Delta A, A^* + \Delta A]\}$$

подобласть априорной области W (7) возможных значений дальности, скорости и ускорения, в которой центральный пик сигнальной функции (9) существенно отличен от нуля. Тогда возможно ввести в рассмотрение вероятность надежной оценки [6]

$$P_{01} = P[(\hat{R}, \hat{V}, \hat{A}) \in W_S] \quad (13)$$

которая используется для описания пороговых свойств квазиравдоподобной оценки (6).

Приближенное значение вероятности надежной оценки (13) возможно определить, если допустима гауссовская аппроксимация распределения решающей статистики (5). Распределение решающей статистики (5) возможно аппроксимировать гауссовским распределением, если выполняется условие [7]

$$N \nu \min(\tau, \tau_1) \gg 1. \quad (14)$$

где τ и τ_1 — длительности принимаемого $s(t)$ и предполагаемого $s_1(t)$ сигналов соответственно.

Пусть, кроме того, априорная область (7) возможных значений дальности, скорости и ускорения содержит достаточно много элементов разрешения так, что выполняется хотя бы одно из неравенств

$$(R_{\max} - R_{\min}) / \Delta R \gg 1,$$

$$(V_{\max} - V_{\min}) / \Delta V \gg 1,$$

$$(A_{\max} - A_{\min}) / \Delta A \gg 1. \quad (15)$$

В силу определения квазиравдоподобной оценки (6) возможно переписать (13) как

$$P_{01} = P(H_S > H_N), \quad (16)$$

где

$$H_S = \sup L(R, V, A), \quad (R, V, A) \in W_S, \\ H_N = \sup L(R, V, A), \quad (R, V, A) \in W_N, \quad (17)$$

а W_N — дополнение W_S до W (7), так что $W = W_S \cup W_N$. При выполнении (15) случайные величины H_S и H_N приближенно статистически независимы [8] и (16) принимает вид

$$P_{01} = \int_{-\infty}^{\infty} F_N(H) dF_S(H), \quad (18)$$

где $F_N(H)$ — функция распределения случайной величины H_N , $F_S(H)$ — функция распределения случайной величины H_S .

Поскольку подобласть W_S приближенно совпадает с областью высокой корреляции случайного поля (5), то при достаточно больших отношениях сигнал-шум (12) согласно (17) возможно приближенно считать $H_S = L(\hat{R}, \hat{V}, \hat{A}) \approx L(R^*, V^*, A^*)$. Следовательно, при выполнении (14) и $z_1 \gg 1$ (12), случайная величина H_S имеет приближенно гауссовское распределение с математическим ожиданием $m_S = S(R_0, V_0, A_0, R^*, V^*, A^*)$ (9) и дисперсией $\sigma_S^2 = B(R^*, V^*, A^*, R^*, V^*, A^*)$ (11). Соответственно, будем аппроксимировать распределение случайной величины H_S (17) выражением

$$F_S(H) \approx \Phi[(H - m_S) / \sigma_S], \quad (19)$$

где $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ — интеграл вероятности.

Когда $(R, V, A) \in W_N$, то в (8) $S(R_0, V_0, A_0, R, V, A) \approx 0$, а выражение для корреляционной функции (11) шумовой функции (10) принимает вид

$$B(R_1, R_2, V_1, V_2, A_1, A_2) = \\ = B_N(R_1, R_2, V_1, V_2, A_1, A_2) = \\ = v \sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T \ln\{1 + s_1[t - 2(R_1 - R_2 + (k - \mu) \times \\ \times \theta(V_1 - V_2) + (k - \mu)^2 \theta^2(A_1 - A_2)/2) / c] / v_1\} \times \\ \times \ln(1 + s_1(t) / v_1) dt. \quad (20)$$

Соответственно, случайную величину H_N (17) теперь возможно представить как

$$H_N = \sup N(R, V, A), \quad (R, V, A) \in W_N. \quad (21)$$

Согласно (20) при выполнении (14) шумовая функция $N(R, V, A)$ в (21) приближенно представляет собой гауссовское однородное поле. Следовательно, $F_N(H)$ является функцией распределения величины наибольшего максимума гауссовского однородного случайного поля в подобласти W_N .

Поскольку длительность каждого импульса предполагаемой последовательности (3) ограничена, то корреляционная функция (20) $B_N(R_1, V_1, A_1, R_2, V_2, A_2)$ стремится к нулю при $|R_1 - R_2| \rightarrow \infty, |V_1 - V_2| \rightarrow \infty, |A_1 - A_2| \rightarrow \infty$. Поэтому возможно считать, что с увеличением H распределение числа выбросов реализации поля $N(R, V, A)$ в подобласти W_N за уровень H сходится к закону Пуассона [9]. Следовательно, для больших, но конечных H возможно записать [8, 9]

$$F_N(H) \approx \exp[-\Pi(H)],$$

где $\Pi(H)$ среднее число выбросов реализации гауссовского однородного случайного поля с корреляционной функцией (20) за уровень H в области W_N .

Если же выполняется (15), то приближенно $\Pi(H)$ — среднее число выбросов во всей априорной области (7) возможных значений дальности, скорости и ускорения.

Используя [9] для среднего числа выбросов поля $N(R, V, A)$ с корреляционной функцией (20) в области W (7), получаем выражение

$$\Pi(H) = \frac{\xi_1 H^2}{4\pi^2 \sigma_N^2} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_N^2}\right), \quad (22)$$

где

$$\begin{aligned} \sigma_N^2 &= B_N(R, V, A, R, V, A), \\ \xi_1 &= (R_{\max} - R_{\min})(V_{\max} - V_{\min}) \times \\ &\times (A_{\max} - A_{\min}) \sqrt{\Omega} / \sigma_N^3. \end{aligned} \quad (23)$$

Здесь

$$\Omega = \begin{vmatrix} \frac{\partial^2 B_N}{\partial R_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 B_N}{\partial R_1 \partial V_2} & \frac{\partial^2 B_N}{\partial R_1 \partial A_2} \\ \frac{\partial^2 B_N}{\partial V_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 B_N}{\partial V_1 \partial V_2} & \frac{\partial^2 B_N}{\partial V_1 \partial A_2} \\ \frac{\partial^2 B_N}{\partial A_1 \partial R_2} & \frac{\partial^2 B_N}{\partial A_1 \partial V_2} & \frac{\partial^2 B_N}{\partial A_1 \partial A_2} \end{vmatrix} \quad (24)$$

— определитель, в котором производные корреляционной функции (20) вычисляются при $R_1 = R_2, V_1 = V_2, A_1 = A_2$.

Выполняя в (24) дифференцирование и подставляя результат вычисления определителя в (23), получаем

$$\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{Q\theta^3}{\sigma_N^3 c^3 v_1^3} \frac{N(N^2 - 1)}{12} \sqrt{\frac{N(N^2 - 4)}{15}} \times \\ &\times \left[v \int_0^T \left[\frac{ds_1(t)/dt}{1 + s_1(t)/v_1} \right]^2 dt \right]^{3/2}, \end{aligned}$$

где $Q = (R_{\max} - R_{\min})(V_{\max} - V_{\min})(A_{\max} - A_{\min})$ — евклидов объем априорной области W (7) возможных значений неизвестных параметров движения.

Величина ξ_1 представляет собой приведенный объем [8] возможных значений неизвестных дальности, скорости и ускорения, который определяет число некоррелированных значений случайного поля $N(R, V, A)$ в области W (7).

Используя (22), для аппроксимации функции распределения наибольшего максимума шумовой функции (21) при выполнении (15) получаем выражение [8] (25) (см. внизу с. 45).

Подставляя (19) и (25) в (18), а также выполняя замену переменной интегрирования $H = x\sigma_N$, находим приближенное выражение для вероятности надежной квазиравдоподобной оценки дальности, скорости и ускорения

$$\begin{aligned} P_{01} &\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi(1 + \kappa_1^2)}} \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x - z_1)^2}{2(1 + \kappa_1^2)} - \frac{\xi_1 x^2}{4\pi^2} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)\right] dx, \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\kappa_1^2 = \frac{\sum_{k=0}^{N-1} \int_0^T \ln^2(1 + s_1(t)/v_1) s(t + \Delta_k) dt}{vN \int_0^T \ln^2(1 + s_1(t)/v_1) dt},$$

а z_1 определяется формулой (12). Точность приближенной формулы (26) улучшается с ростом ξ_1 и z_1 [8].

$$F_N(H) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\xi_1 H^2}{4\pi^2 \sigma_N^2} \exp\left(-\frac{H^2}{2\sigma_N^2}\right)\right], & H \geq \sigma_N \sqrt{2}, \\ 0, & H < \sigma_N \sqrt{2}. \end{cases} \quad (25)$$

Формула (26) для вероятности надежной оценки довольно громоздка и расчет по ней возможен только численными методами. Поэтому найдем простую верхнюю границу для вероятности аномальных ошибок $P_{a1} = 1 - P_{01}$.

Воспользовавшись неравенством $1 - \exp(-x) \leq x$ при $x > 0$, из (26) имеем аналогично [8]

$$P_{a1} \leq P_{a1}^* \approx \frac{\xi_1 [z_1^2 + (1 + \kappa_1^2)(2 + \kappa_1^2)]}{4\pi^2 (2 + \kappa_1^2)^{5/2}} \times \exp\left[-\frac{z_1^2}{2(2 + \kappa_1^2)}\right]. \quad (27)$$

В частном случае, когда формы интенсивностей принимаемого и предполагаемого сигналов совпадают ($s_1(t) \equiv s(t)$) и совпадают интенсивности оптического шума ($v_1 \equiv v$), выражения (26), (27) переходят в аналогичные выражения для вероятностей надежной оценки и аномальных ошибок оценки максимального правдоподобия [4]. Необходимо только в (26), (27) заменить z_1 , κ_1 , ξ_1 на следующие величины соответственно:

$$z^2 = \frac{N \left[\int_0^T \ln(1 + s(t)/v) s(t) dt \right]^2}{v \int_0^T \ln^2(1 + s(t)/v) dt}, \quad (28)$$

$$\kappa^2 = \frac{\int_0^T \ln^2(1 + s(t)/v) s(t) dt}{v \int_0^T \ln^2(1 + s(t)/v) dt}, \quad (29)$$

$$\xi = \frac{Q\theta^3}{c^3 v^3} \frac{N^2 - 1}{12} \sqrt{\frac{N^2 - 4}{15}} \times$$

$$\times \left[\frac{\int_0^T \left[\frac{ds(t)/dt}{1 + s(t)/v} \right]^2 dt}{\int_0^T \ln^2(1 + s(t)/v) dt} \right]^{3/2}. \quad (30)$$

При подстановке (28)–(30) в (26), (27) приходим к уже известным выражениям [4] для оценки максимального правдоподобия. В частности, вероятность аномальной ошибки P_a для оценки максимального правдоподобия аналогично (27) запишется как

$$P_a^* = \frac{\xi [z^2 + (1 + \kappa^2)(2 + \kappa^2)]}{4\pi^2 (2 + \kappa^2)^{5/2}} \exp\left[-\frac{z^2}{2(2 + \kappa^2)}\right]. \quad (31)$$

Сравним вероятности аномальных ошибок квазиправдоподобной оценки и оценки максимального правдоподобия. Сопоставляя (27) и (31), получаем

$$\chi = \frac{P_{a1}^*}{P_a^*} = \frac{\xi_1 [z_1^2 + (1 + \kappa_1^2)(2 + \kappa_1^2)]}{\xi [z^2 + (1 + \kappa^2)(2 + \kappa^2)]} \left(\frac{2 + \kappa^2}{2 + \kappa_1^2} \right)^{5/2} \times \exp\left[\frac{z^2}{2(2 + \kappa^2)} - \frac{z_1^2}{2(2 + \kappa_1^2)} \right]. \quad (32)$$

Эта величина показывает, во сколько раз возрастает вероятность аномальной ошибки вследствие отклонения формы интенсивности принимаемого сигнала $s(t)$ от формы интенсивности предполагаемого сигнала $s_1(t)$, для которого синтезирован алгоритм квазиправдоподобной оценки.

Полученные общие выражения конкретизируем для частного случая, когда интенсивность оптического шума априори известна ($v_1 = v$), а интенсивности принимаемого и предполагаемого сигналов отличаются только длительностью, так что

$$s(t) = af(t/\tau), \quad s_1(t) = af(t/\tau_1).$$

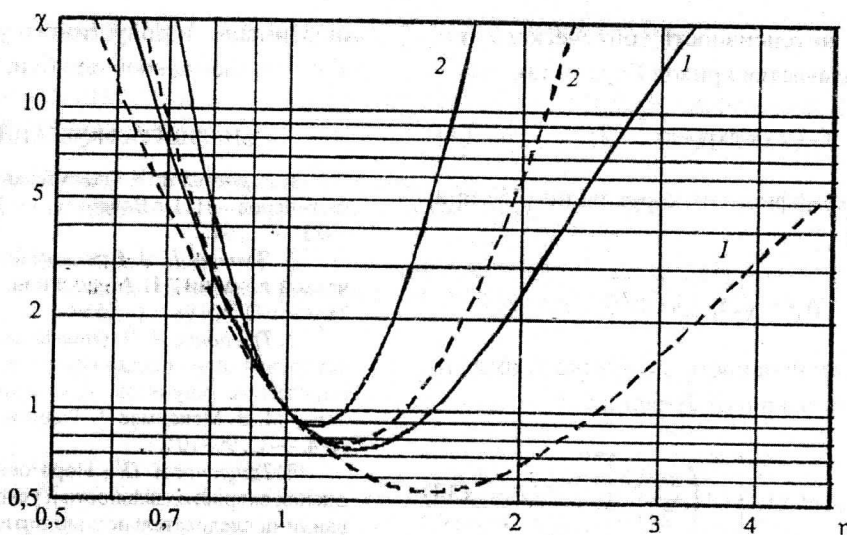


Рис. 1

Здесь функция $f(x)$ нормирована так, что

$$\max f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f^2(x) dx = 1,$$

а величины τ и τ_1 — эквивалентные длительности принимаемого и предполагаемого сигналов соответственно.

Ограничимся ситуацией, когда оптические сигналы являются слабыми ($q = a/v \ll 1$). Тогда выражения для параметров, определяющих вероятность аномальной ошибки, примут вид

$$k \approx k_1 \approx 0, \quad z^2 = vNq^2\tau, \quad z_1^2 = z^2\rho^2, \quad (33)$$

$$\xi = \frac{Q\theta^2}{c^3\tau^3} \frac{N^2 - 1}{12} \sqrt{\frac{N^2 - 4}{15}} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{df(x)}{dx} \right)^2 dx \right]^{3/2},$$

$$\xi_1 = \xi / \eta^3, \quad (34)$$

где $\eta = \tau_1 / \tau$, а

$$\begin{aligned} \rho = \rho(\eta) &= \frac{\int_{-\infty}^{\infty} s(t)s_1(t)dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt \int_{-\infty}^{\infty} s_1^2(t)dt}} = \\ &= \sqrt{\eta} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)f(\eta x)dx \end{aligned} \quad (35)$$

— коэффициент корреляции принимаемого и предполагаемого сигналов.

Подставляя (33)–(35) в (32), получаем для проигрыша в величине вероятности аномальной ошибки выражение

$$\chi = \frac{z^2\rho^2 + 2}{\eta^3(z^2 + 2)} \exp \left[\frac{z^2(1 - \rho^2)}{4} \right]. \quad (36)$$

Эта величина показывает, во сколько раз изменяется вероятность аномальной ошибки вследствие отличия длительности τ принимаемого сигнала от длительности τ_1 предполагаемого сигнала, для которого синтезирован алгоритм квазиравдоподобной оценки.

Пусть интенсивность оптического импульса описывается кривой Гаусса, так что

$$f_{\Gamma}(x) = \exp(-\pi x^2 / 2). \quad (37)$$

Тогда коэффициент корреляции (35) принимает вид

$$\rho_{\Gamma} = \sqrt{2\eta / (1 + \eta^2)}.$$

Если интенсивность оптического импульса описывается кривой Лоренца:

$$f_{\text{Л}}(x) = \left[1 + \left(\frac{\pi x}{2} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (38)$$

тогда коэффициент корреляции (35) равен

$$\rho_{\text{Л}} = 2\sqrt{\eta} / (1 + \eta).$$

На рис. 1 сплошными линиями показаны зависимости $\chi(\eta)$ (36) для интенсивности оптического импульса, описываемой кривой Гаусса (37), а штриховыми — для кривой Лоренца (38) при отношениях сигнал-шум $z = 8$ (кривые 1) и $z = 12$ (кривые 2). Из рис. 1 следует, что для кривой Гаусса проигрыш в величине вероятности аномальной ошибки несколько больше, чем для кривой Лоренца. Кроме того, этот проигрыш возрастает с увеличением отношения сигнал-шум и по мере роста отклонения η от единицы.

Найденные пороговые характеристики квазиправдоподобных оценок позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки интенсивности и формы предполагаемого сигнала в зависимости от имеющейся априорной

информации и допустимого увеличения вероятности аномальной ошибки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Воробьев В. И. Оптическая локация для радиоинженеров / В. И. Воробьев. — М.: Радио и связь, 1983. — 176 с.
2. Долинин Н. А. Статистические методы в оптической локации / Н. А. Долинин, А. Ф. Терпугов. — Томск: ТГУ, 1982. — 256 с.
3. Трифонов А. П. Оценка дальности, скорости и ускорения при зондировании последовательностью оптических импульсов / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова, М. В. Максимов // Радиотехника. — 2001. — № 4. — С. 99–104.
4. Трифонов А. П. Пороговые характеристики оценок скорости, дальности и ускорения при зондировании последовательностью оптических импульсов / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова, М. В. Максимов // Радиоэлектроника. — 2002. — Т. 45, № 6. — С. 3–12. — (Известия вузов).
5. Трифонов А. П. Квазиправдоподобная оценка параметров движения при зондировании оптической последовательностью импульсов / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова, А. В. Курбатов // Радиоэлектроника. — 2013. — Т. 56, № 1. — С. 24–33. — (Известия вузов). — Режим доступа: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347013010020>.
6. Куликов Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.
7. Большаков И. А. Прикладная теория случайных потоков / И. А. Большаков, В. С. Ракошиц. — М.: Сов. радио, 1978. — 248 с.
8. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
9. Питербарг В. И. Асимптотические методы в теории гауссовских случайных процессов и полей / В. И. Питербарг. — М.: МГУ, 1988. — 176 с.
10. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович, [и др.]; под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.

Поступила в редакцию 12.06.2013

INFORMATION ON THE ARTICLE

THRESHOLD CHARACTERISTICS OF QUAZI-LIKELIHOOD ESTIMATES OF MOTION PARAMETERS DURING THE TARGET PROBING WITH A SEQUENCE OF OPTICAL PULSES

A. P. Trifonov, trifonov@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Russia

A. V. Kurbatov, avkurbatov@gmail.com, Voronezh State University, Russia

Characteristics of quasi-likelihood estimates of the target range, velocity, and acceleration have been found with due regard for anomalous errors. The losses in reliability of quasi-likelihood estimates as compared with the reliability of maximum likelihood estimates were also found.

Keywords: range; velocity; acceleration; quasi-likelihood estimate; probability of anomalous errors

REFERENCES

1. VOROB'EV, V.I. *Optical Detection and Ranging for Radio Engineers*. Moscow: Radio i Svyaz', 1983 [in Russian]. 176 p.
2. DOLININ, N.A.; TERPUGOV, A.F. *Statistical Methods in Optical Detection and Ranging*. Tomsk: TGU, 1982 [in Russian]. 256 p.
3. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B.; MAKSIMOV, M.V. Estimation of the range, speed and acceleration during the probing with optical pulse sequence. *Radiotekhnika*, n.4, p.99-104, 2001.
4. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B.; MAKSIMOV, M.V. Threshold characteristics of range, speed, and acceleration estimates when sounding by a sequence of optical pulses. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Radioelektron.*, v.45, n.6, p.3-12, 2002 [in Russian]. *Radioelectron. Commun. Syst.*, v.45, n.6, p.1, 2002.
5. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B.; KURBATOV, A.V. Quazi-likelihood estimation of motion parameters during the target probing with a sequence of optical pulses. *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Radioelektron.*, v.56, v.1, p.24-33, 2013 [in Russian]. *Radioelectron. Commun. Syst.*, v.56, n.1, p.20-28, 2013. doi: 10.3103/S0735272713010020.
6. KULIKOV, E.I.; TRIFONOV, A.P. *Estimation of Signal Parameters against the Background of Interferences*. Moscow: Sov. Radio, 1978 [in Russian]. 296 p.
7. BOL'SHAKOV, I.A.; RAKOSHITS, V.S. *Applied Theory of Random Streams*. Moscow: Sov. Radio, 1978 [in Russian]. 248 p.
8. TRIFONOV, A.P.; SHINAKOV, Y.S. *Joint Discrimination of Signals and Estimation of Signal Parameters against the Background of Interferences*. Moscow: Radio i Svyaz', 1986 [in Russian]. 264 p.
9. PITERBARG, V.I. *Asymptotic Methods in the Theory of Gaussian Random Processes and Fields*. Moscow: MGU, 1988 [in Russian]. 176 p.
10. AKIMOV, P.S.; BAKUT, P.A.; BOGDANOVICH, V.A.; ET AL., *Theory of Signal Detection*. Moscow: Radio i Svyaz', 1984 [in Russian, ed. by P. A. Bakut]. 440 p.

Received in final form June 12, 2013