

Том 60, Номер 4

ISSN 0033-8494

Апрель 2015



РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

<http://www.naukaran.ru>
<http://www.maik.ru>



“НАУКА”

СОДЕРЖАНИЕ

Том 60, номер 4, 2015

ЭЛЕКТРОДИНАМИКА И РАСПРОСТРАНЕНИЕ РАДИОВОЛН

Применение метода вспомогательных источников к тонким пластинам и незамкнутым поверхностям

И. М. Петов, В. А. Табатадзе, Д. Г. Какулия, Р. С. Заридзе 333

Распространение волн вдоль размытой границы метаматериала

А. Б. Маненков 344

Численное электродинамическое исследование внутренней задачи для элемента Гюйгенса — внутреннего куба Гюйгенса

А. С. Годин, А. Б. Цай, К. Н. Климов 352

Структура поля и скорости поверхностных волн на плоских границах электропроводящих сред с высокой проводимостью, волна Ценнека

В. В. Шевченко 358

АНТЕННО-ФИДЕРНЫЕ СИСТЕМЫ

Метод снижения уровня обратного излучения рупорного сверхвысокочастотного излучателя

Я. И. Лепих, А. А. Карпенко 364

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

Новые методы расчета оконных функций Дольфа—Чебышева, Барсилона—Темеша и их модификаций

В. П. Дворкович, А. В. Дворкович 369

Автоматизированная интеллектуальная обработка сигналов в системах подповерхностной радиолокации

Л. В. Лабунец 386

Обнаружение радиосигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения

А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, О. В. Чернояров, Б. И. Шахтарин 399

Инвариантные алгоритмы обнаружения сигналов в радиолокаторах с цифровым телевизионным подсветом

В. А. Богданович, А. Г. Вострецов, Н. С. Стенюков 411

ДИНАМИЧЕСКИЙ ХАОС В РАДИОФИЗИКЕ И ЭЛЕКТРОНИКЕ

Мультимедийные сенсорные сети на основе сверхширокополосных хаотических радиоимпульсов

А. С. Дмитриев, Е. В. Ефремова, М. Ю. Герасимов 419

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ

УДК 621.321

ОБНАРУЖЕНИЕ РАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ МОМЕНТАМИ ПОЯВЛЕНИЯ И ИСЧЕЗНОВЕНИЯ

© 2015 г. А. П. Трифонов¹, Ю. Э. Корчагин¹, О. В. Чернояров², Б. И. Шахтарин³¹Воронежский государственный университет,

Российская Федерация, 394007, Воронеж, Университетская пл., 1

²Национальный исследовательский университет "МЭИ",

Российская Федерация, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, 14

³Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,

Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, стр. 1

E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Поступила в редакцию 08.10.2014 г.

Синтезирован максимально правдоподобный алгоритм обнаружения радиосигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой и моментами появления и исчезновения. Предложен двухканальный квазиоптимальный обнаружитель радиосигнала, имеющий более простую структуру, по сравнению с оптимальным. Найдены асимптотические значения характеристик квазиоптимального обнаружителя.

DOI: 10.7868/S0033849415040142

ВВЕДЕНИЕ

Задача обнаружения сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения представляет значительный интерес для радио- и гидролокации, радиосвязи, сейсмологии, телеметрии и других областей науки и техники. В работах [1, 2] предложены алгоритмы обнаружения сигнала со случайными моментами появления и исчезновения при использовании дискретной выборки наблюдаемых данных. В работе [3] синтезирован ряд оптимальных алгоритмов обнаружения сигнала без высокочастотного заполнения и найдены их асимптотические характеристики, в [4] найдены точные характеристики максимально правдоподобного (МП) алгоритма обнаружения сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения и априори известной амплитудой. В работе [5] исследованы алгоритмы обнаружения сигнала с неизвестной амплитудой и моментами появления и исчезновения, которые целесообразно использовать для обнаружения сигналов с неизвестной мощностью.

Однако во многих практических приложениях используются сигналы с высокочастотным заполнением (радиосигналы), которые вследствие специфики распространения имеют неизвестную амплитуду и начальную фазу. В данной работе рассмотрены алгоритмы обнаружения радиосигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения, амплитудой и начальной фазой.

Рассмотрим задачу обнаружения сигнала

$$s(t, a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} af(t) \cos(\omega t - \varphi), & \theta_1 \leq t \leq \theta_2, \\ 0, & t < \theta_1, t > \theta_2, \end{cases} \quad (1)$$

наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Здесь известная непрерывная функция $f(t)$ описывает форму огибающей радиосигнала, a — величина, характеризующая его амплитуду, $\varphi \in [0, 2\pi]$ — начальная фаза, θ_1 и θ_2 — моменты появления и исчезновения, соответственно, принимающие значения из априорных интервалов

$$\theta_1 \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}], \quad \theta_2 \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}], \quad (2)$$

причем момент появления сигнала предшествует моменту исчезновения так, что $\theta_{1\max} \leq \theta_{2\min}$. Функция $f(t)$ при $t \in [\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$ может обращаться в нуль лишь на интервалах нулевой меры. В моменты появления θ_1 и исчезновения θ_2 сигнала (1) функция $f(t)$ не обращается в нуль, $f(\theta_i) \neq 0$, $i = 1, 2$, т.е. сигнал (1) является разрывным [6, 7].

Реализацию наблюдаемых данных при этом запишем в виде

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t), \quad (3)$$

где $a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02}$ — истинные значения амплитуды, начальной фазы и моментов появления и исчезновения соответственно, а также введен дискретный

параметр γ_0 . Он может принимать два значения: если в наблюдаемой реализации сигнал отсутствует, то $\gamma_0 = 0$, а если в наблюдаемой реализации сигнал присутствует, то $\gamma_0 = 1$. По наблюдаемой реализации $\xi(t)$ необходимо решить, какое значение принимает параметр γ .

1. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ

Для синтеза алгоритма обнаружения воспользуемся методом максимального правдоподобия [6, 8, 9], согласно которому необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) для принимаемой реализации $\xi(t)$ (3) и сравнивать его максимальное значение с порогом. В случае превышения порога выносится решение о наличии полезного сигнала $s(t, a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02})$ в принимаемой реализации $\xi(t)$ (3), в случае непревышения порога — решение об отсутствии сигнала.

В данной постановке задачи логарифм ФОР

$$L(\gamma, a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = \frac{2a\gamma}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(t) \cos(\omega t - \varphi) [\xi(t) - a f(t) \cos(\omega t - \varphi)] dt$$

зависит от пяти неизвестных параметров: амплитуды a , начальной фазы φ , моментов появления и исчезновения θ_1, θ_2 и дискретного параметра γ , характеризующего наличие или отсутствие сигнала в наблюдаемой реализации [6, 8, 9].

Задачу обнаружения можно интерпретировать как задачу оценки дискретного параметра γ . Для решения задачи обнаружения будем использовать обобщенный МП-алгоритм обнаружения [2, 8], основанный на сравнении абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОР с некоторым порогом h . В соответствии с этим алгоритмом оценка γ_m параметра γ_0 имеет вид

$$\gamma_m = \begin{cases} 1, & L > h, \\ 0, & L \leq h, \end{cases} \quad L = \sup_{a, \varphi, \theta_1, \theta_2} L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2), \quad (4)$$

где

$$L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = L(\gamma = 1, a, \varphi, \theta_1, \theta_2). \quad (5)$$

Максимизацию логарифма ФОР (5) по переменной φ можно выполнить аналитически. Для этого подставим сигнал (1) в выражение (5) и представим логарифм ФОР в виде

$$L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = aX(\theta_1, \theta_2) \cos \varphi + aY(\theta_1, \theta_2) \sin \varphi - \frac{a^2}{2N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt, \quad (6)$$

где введены обозначения

$$X(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t) dt, \\ Y(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \sin(\omega t) dt$$

и отброшены интегралы от членов, осциллирующих с удвоенной частотой. Найдем производную функции (6) по φ , приравняем ее к нулю:

$$\frac{dL(a, \varphi, \theta_1, \theta_2)}{d\varphi} = -aX(\theta_1, \theta_2) \sin \varphi + aY(\theta_1, \theta_2) \cos \varphi = 0$$

и решим полученное уравнение правдоподобия относительно φ :

$$\varphi = \arctg(Y(\theta_1, \theta_2)/X(\theta_1, \theta_2)).$$

Подставляя полученное решение в (6), получим

$$L(a, \theta_1, \theta_2) = \sup_{\varphi} L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = a\sqrt{X^2(\theta_1, \theta_2) + Y^2(\theta_1, \theta_2)} - \frac{a^2}{2N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt. \quad (7)$$

Выполним теперь максимизацию логарифма ФОР (7) по амплитуде. Производную функции (7) по переменной a приравняем к нулю:

$$\frac{dL(a, \theta_1, \theta_2)}{da} = \sqrt{X^2(\theta_1, \theta_2) + Y^2(\theta_1, \theta_2)} - \frac{a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt = 0$$

и решим полученное уравнение правдоподобия относительно a :

$$a = \frac{N_0 \sqrt{X^2(\theta_1, \theta_2) + Y^2(\theta_1, \theta_2)}}{\int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt}. \quad (8)$$

Подставляя решение (8) в выражение (7) вместо априори неизвестной амплитуды a , получим

$$L(\theta_1, \theta_2) = \sup_a L(a, \theta_1, \theta_2) = \frac{N_0 (X^2(\theta_1, \theta_2) + Y^2(\theta_1, \theta_2))}{2 \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt}. \quad (9)$$

Решающую статистику L в выражении (4) перепишем в виде

$$L = \sup_{\theta_1, \theta_2} L(\theta_1, \theta_2).$$

На основе выражения (9) можно построить структуру приемного устройства. Получить функцию (9) как непрерывную функцию моментов появления θ_1 и исчезновения θ_2 не представляется возможным, поэтому приемник должен формировать отсчеты $L_{mg} = L(\theta_{1m}, \theta_{2g}) = L(m\Delta\theta_1, g\Delta\theta_2)$ случайного поля (9) для каждого дискретного значения моментов появления $m\Delta\theta_1$ и исчезновения $g\Delta\theta_2$ и находить величину его абсолютного максимума. Здесь $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ — шаги квантования моментов появления и исчезновения, $m = 1, 2, \dots, n_1$, $g = 1, 2, \dots, n_2$. Причем чем точнее необходимо воспроизвести (9), тем меньшие значения $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$ необходимо брать и тем большее число каналов n_1 и n_2 требуется для построения приемника. Соответственно, чем большее число каналов используется, тем точнее многоканальный приемник реализует МП-алгоритм обнаружения. Необходимость формирования двумерного случайного поля вызывает трудности в технической реализации приемного устройства, поскольку приходится использовать многоканальную структуру, содержащую $n_1 \times n_2$ каналов.

На рис. 1 представлена блок-схема одного канала МП-обнаружителя, который формирует логарифм ФОП (9) для фиксированных значений моментов появления $m\Delta\theta_1$ и исчезновения $g\Delta\theta_2$, где И — интеграторы, работающие на интервале времени $[m\Delta\theta_1, g\Delta\theta_2]$. Из всех сформированных $n_1 \times n_2$ каналами на рис. 1 значений $L(m\Delta\theta_1, g\Delta\theta_2)$ выбирается наибольшее и сравнивается с порогом h . В случае превышения порога выносится решение о наличии полезного сигнала $s(t, a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02})$ в принимаемой реализации $\xi(t)$ (3), в случае не превышения порога выносится решение об отсутствии сигнала.

Нахождение характеристик МП-алгоритма обнаружения является весьма трудоемким, к тому же многоканальность приемного устройства приводит к сложности его реализации на практике, так как требуется использовать $n_1 \times n_2$ каналов, подобно представленному рис. 1.

2. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ

Вследствие сложности анализа и реализации МП-алгоритма обнаружения воспользуемся квазиоптимальным (КО) алгоритмом обнаружения. Запишем логарифм ФОП в виде

$$L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = L_1(a, \varphi, \theta_1) + L_2(a, \varphi, \theta_2),$$

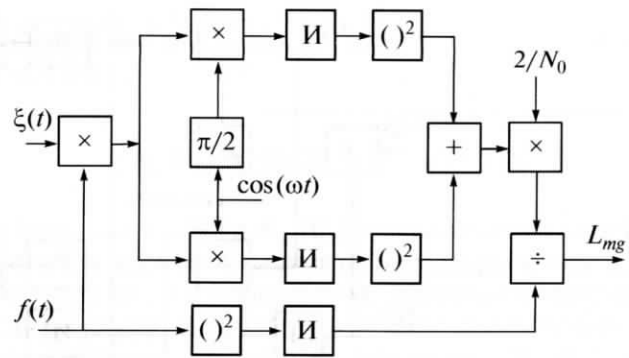


Рис. 1. Блок-схема одного канала МП-обнаружителя радиосигнала.

где

$$L_1(a, \varphi, \theta_1) = \frac{2a}{N_0} \times \int_{\theta_1}^{\theta} f(t) \cos(\omega t - \varphi) [\xi(t) - af(t) \cos(\omega t - \varphi)/2] dt, \quad (10)$$

$$L_2(a, \varphi, \theta_2) = \frac{2a}{N_0} \times \int_{\theta}^{\theta_2} f(t) \cos(\omega t - \varphi) [\xi(t) - af(t) \cos(\omega t - \varphi)/2] dt, \quad (11)$$

$\theta \in (\theta_{1\max}, \theta_{2\min})$. Аналогично (9) выполним аналитически максимизацию (10) и (11) по начальной фазе и амплитуде, при этом получим

$$L_{1a\varphi}(\theta_1) = \sup_{a, \varphi} L_1(a, \varphi, \theta_1) = \frac{N_0 (X_1^2(\theta_1) + Y_1^2(\theta_1))}{2 \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) dt}, \quad (12)$$

$$L_{2a\varphi}(\theta_2) = \sup_{a, \varphi} L_2(a, \varphi, \theta_2) = \frac{N_0 (X_2^2(\theta_2) + Y_2^2(\theta_2))}{2 \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) dt}, \quad (13)$$

где

$$X_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) f(t) \cos(\omega t) dt, \quad (14)$$

$$Y_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) f(t) \sin(\omega t) dt,$$

$$X_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t) dt, \quad (15)$$

$$Y_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \sin(\omega t) dt.$$

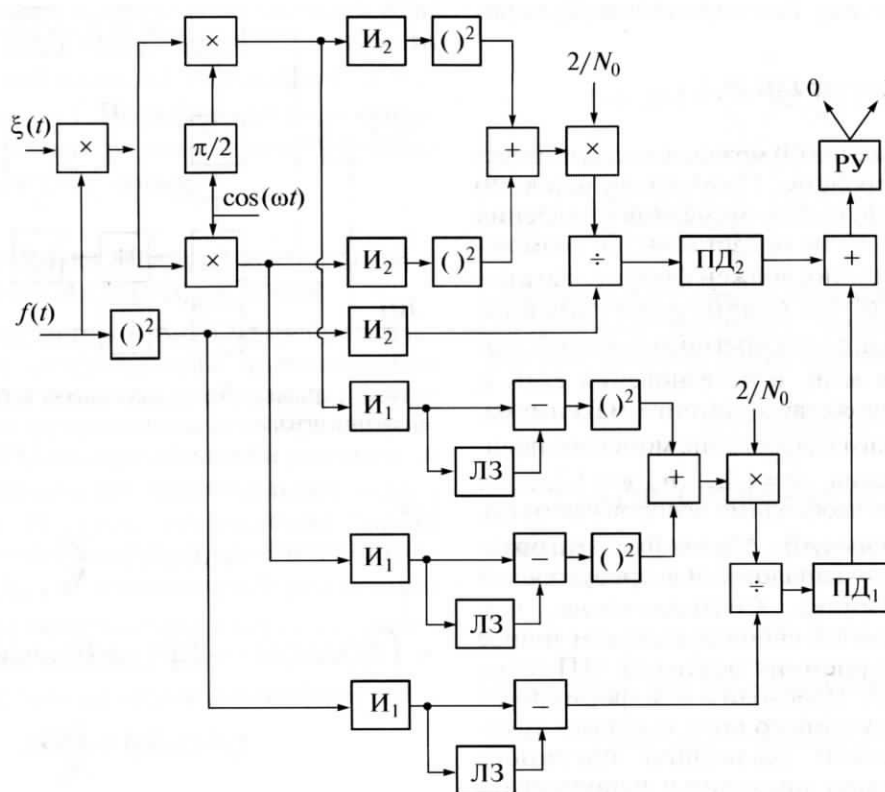


Рис. 2. Блок-схема КО-обнаружителя радиосигнала.

В случае КО-алгоритма обнаружения сигнала $s(t, a_0, \varphi_0, \theta_{01}, \theta_{02})$ будем сравнивать с порогом h не абсолютный максимум L (4) суммы процессов $L_1(a, \varphi, \theta_1)$ и $L_2(a, \varphi, \theta_2)$, как в случае МП-алгоритма обнаружения, а сумму L_q абсолютных максимумов процессов $L_{1a\varphi}(\theta_1)$ и $L_{2a\varphi}(\theta_2)$:

$$L_q = \sup L_{1a\varphi}(\theta_1) + \sup L_{2a\varphi}(\theta_2). \quad (16)$$

Тогда, обозначив γ_q , КО-оценку дискретного параметра γ , алгоритм обнаружения представим в виде

$$\gamma_q = \begin{cases} 1, & L_q > h, \\ 0, & L_q \leq h. \end{cases} \quad (17)$$

Согласно (16), (17) КО-алгоритм обнаружения может быть реализован в виде двухканального устройства.

На рис. 2 показана блок-схема устройства, реализующего КО-алгоритм обнаружения (17), построенная на основе выражений (12)–(16), где И1 и И2 – интеграторы, работающие на интервалах времени $[\theta_{\min}, \theta]$ и $[\theta, \theta_{\max}]$, ЛЗ – линии задержки на время $\theta - \theta_{\min}$, ПД1 и ПД2 – пиковые

детекторы, фиксирующие величины абсолютных максимумов сигналов на отрезках времени $[\theta, \theta - \theta_{\min}]$ и $[\theta, \theta_{\max}]$ соответственно, РУ – решающее устройство, сравнивающее входной сигнал с порогом h и выносящее решение о наличии полезного сигнала ($\gamma_q = 1$) в принятой реализации в случае превышения порога и его отсутствии ($\gamma_q = 0$) в противном случае. Таким образом, использование КО-алгоритма обнаружения (17) позволяет существенно упростить техническую реализацию обнаружителя. Действительно, для реализации предложенного алгоритма обнаружения достаточно двухканальной схемы, представленной на рис. 2, в отличие от МП-алгоритма обнаружения, где необходимо использовать $n_1 \times n_2$ каналов, показанных на рис. 1.

3. СВОЙСТВА РЕШАЮЩЕЙ СТАТИСТИКИ

Исследуем случайные процессы (12), (13), формируемые КО-алгоритмом обнаружения. Подставляя наблюдаемую реализацию (3) в выражения (14), (15), а затем (14) и (15) – в (12) и (13) соответственно, получаем

$$L_{ia\phi}(\theta_i) = \frac{[\gamma_0 G_i(\theta_{0i}, \theta_i) \cos \varphi_0 + N_{ic}(\theta_i)]^2 + [\gamma_0 G_i(\theta_{0i}, \theta_i) \sin \varphi_0 + N_{is}(\theta_i)]^2}{2(-1)^i q(\theta, \theta_i)}, \quad (18)$$

где

$$G_i(\theta_{0i}, \theta_i) = (-1)^i q(\theta, \min(\theta_{0i}, \theta_i)), \quad i = 1; 2.$$

Входящие в (18) шумовые составляющие $N_{ic}(\theta_i)$, $N_{is}(\theta_i)$ и отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе МП-приемника для сигнала с моментом появления x и моментом исчезновения y определяются следующим образом:

$$N_{ic}(\theta_i) = (-1)^i \frac{2a_0}{N_0} \int_0^{\theta_i} n(t) f(t) \cos(\omega t) dt, \quad (19)$$

$$N_{is}(\theta_i) = (-1)^i \frac{2a_0}{N_0} \int_0^{\theta_i} n(t) f(t) \sin(\omega t) dt, \quad (20)$$

$$q(x, y) = \frac{a_0^2}{N_0} \int_x^y f^2(t) dt. \quad (21)$$

Шумовые составляющие $N_{ic}(\theta_i)$ и $N_{is}(\theta_i)$ представляют собой линейные преобразования гауссовского случайного процесса и также являются гауссовскими. Они имеют нулевые математические ожидания и корреляционные функции

$$\begin{aligned} \langle N_{ic}(\theta_{i1}) N_{ic}(\theta_{i2}) \rangle &= \\ = \langle N_{is}(\theta_{i1}) N_{is}(\theta_{i2}) \rangle &= (-1)^i q(\theta, \min(\theta_{i1}, \theta_{i2})), \end{aligned}$$

$$L_{ia\phi}(\lambda_i) = \frac{\gamma_0 G^2(\lambda_{0i}, \lambda_i) + 2\gamma_0 G(\lambda_{0i}, \lambda_i) N_{i1}(\lambda_i) + N_{ic}^2(\lambda_i) + N_{is}^2(\lambda_i)}{2\lambda_i}, \quad (22)$$

где

$$G(\lambda_{0i}, \lambda_i) = \min(\lambda_{0i}, \lambda_i), \quad \lambda_{0i} = (-1)^i q(\theta, \theta_{0i}),$$

а функции $N_{ic}(\lambda_i)$, $N_{is}(\lambda_i)$

и

$$N_{i1}(\lambda_i) = N_{ic}(\lambda_i) \cos \varphi_0 + N_{is}(\lambda_i) \sin \varphi_0, \quad i = 1; 2,$$

— гауссовские случайные процессы с нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями

$$\begin{aligned} \langle N_{ic}(\lambda_{i1}) N_{ic}(\lambda_{i2}) \rangle &= \langle N_{is}(\lambda_{i1}) N_{is}(\lambda_{i2}) \rangle = \\ &= \langle N_{i1}(\lambda_{i1}) N_{i1}(\lambda_{i2}) \rangle = \min(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}). \end{aligned}$$

4. ВЕРОЯТНОСТЬ ЛОЖНОЙ ТРЕВОГИ

Перейдем к определению характеристик КО-алгоритма обнаружения. Основными харак-

$$\langle N_{ic}(\theta_{i1}) N_{is}(\theta_{i2}) \rangle = 0, \quad i = 1; 2.$$

Процессы $N_{ic}(\theta_1)$ и $N_{2c}(\theta_2)$ содержат согласно (19) интегралы от белого шума на неперекрывающихся интервалах, а следовательно, являются статистически независимыми. Аналогично статистически независимы случайные процессы $N_{1s}(\theta_1)$ и $N_{2s}(\theta_2)$ (20).

Поскольку функция $f(t)$ может обращаться в нуль только на части интервала $[\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$, имеющей нулевую меру, то $q(\theta_1, \theta)$ — монотонно убывающая функция аргумента θ_1 , а $q(\theta, \theta_2)$ — монотонно возрастающая функция θ_2 и имеют место равенства $q(x, \theta) = -q(\theta, x)$,

$$\begin{aligned} q[\max(x, y), \theta] &= \min[q(x, \theta), q(y, \theta)], \\ q[\theta, \min(x, y)] &= \min[q(\theta, x), q(\theta, y)]. \end{aligned}$$

Перейдем в выражении (18) к переменным $\lambda_i = (-1)^i q(\theta, \theta_i)$, $\lambda_i \in [\Lambda_{i\min}, \Lambda_{i\max}]$, $\Lambda_{1\min} = q(\theta_{1\max}, \theta)$, $\Lambda_{1\max} = q(\theta_{1\min}, \theta)$, $\Lambda_{2\min} = q(\theta, \theta_{2\min})$, $\Lambda_{2\max} = q(\theta, \theta_{2\max})$, $i = 1; 2$. Тогда для случайных процессов (18) как функций переменных λ_i можно записать следующее выражение:

теристиками качества обнаружения являются вероятность ошибки 1-го рода (ложной тревоги) и 2-го рода (пропуска сигнала) [8]. Вероятность ложной тревоги согласно (17) равна

$$\begin{aligned} \alpha &= P[\gamma_q = 1 | \gamma_0 = 0] = \\ &= P[L_q > h | \gamma_0 = 0] = 1 - P_0(h), \end{aligned} \quad (23)$$

где $P_0(h)$ — функция распределения величины L_q (16) суммы абсолютных максимумов процессов $L_{ia\phi}(\theta_1)$ (12) и $L_{2a\phi}(\theta_2)$ (13) в случае отсутствия сигнала в принимаемой реализации $\xi(t)$ (3) ($\gamma_0 = 0$). Таким образом, получим

$$\begin{aligned} P_0(h) &= P[L_q < h | \gamma_0 = 0] = \\ &= P[\sup L_{10}(\theta_1) + \sup L_{20}(\theta_2) < h], \end{aligned} \quad (24)$$

где $L_{i0}(\theta_i) = L_{ia\phi}(\theta_i | \gamma_0 = 0)$, $i = 1; 2$. Следовательно, для определения вероятности ложной тревоги

КО-обнаружителя необходимо найти функции распределения абсолютных максимумов

$$F_{i0}(u) = P[\sup L_{i0}(\theta_i) < u, \theta_{i\min} \leq \theta_i \leq \theta_{i\max}] = \\ = P[\sup L_{i0}(\lambda_i) < u, \Lambda_{i\min} \leq \lambda_i \leq \Lambda_{i\max}]$$

случайных процессов

$$L_{i0}(\lambda_i) = \frac{N_{ic}^2(\lambda_i) + N_{is}^2(\lambda_i)}{2\lambda_i}, \quad i = 1; 2. \quad (25)$$

Рассмотрим вначале случайный процесс $L_{20}(\lambda_2)$. Введем обозначения

$$X_{2c}(\lambda_2) = \frac{N_{2c}(\lambda_2)}{\sqrt{\lambda_2}}, \quad X_{2s}(\lambda_2) = \frac{N_{2s}(\lambda_2)}{\sqrt{\lambda_2}} \quad (26)$$

и перепишем выражение (25) при $i = 2$ как

$$L_{20}(\lambda_2) = [X_{2c}^2(\lambda_2) + X_{2s}^2(\lambda_2)]/2. \quad (27)$$

Независимые случайные процессы (26) являются гауссовскими с нулевыми математическими ожиданиями, единичными дисперсиями и коэффициентами корреляции

$$\langle X_{2c}(\lambda_{21})X_{2c}(\lambda_{22}) \rangle = \\ = \langle X_{2s}(\lambda_{21})X_{2s}(\lambda_{22}) \rangle = \frac{\min(\lambda_{21}, \lambda_{22})}{\sqrt{\lambda_{21}\lambda_{22}}}.$$

Выполним в (26) и (27) замену переменных $m_2 = \ln(\lambda_2/\Lambda_{2\min})$, $m_2 \in [0, \tilde{m}_2]$, $\tilde{m}_2 = \ln(\Lambda_{2\max}/\Lambda_{2\min})$, $\lambda_2 = \Lambda_{2\min} \exp(m_2)$. При такой замене случайные процессы $X_{2c}(\lambda_2)$ и $X_{2s}(\lambda_2)$ как функции переменной m_2 имеют корреляционные функции

$$\langle X_{2c}(m_{21})X_{2c}(m_{22}) \rangle = \langle X_{2s}(m_{21})X_{2s}(m_{22}) \rangle = \\ = \frac{\min(\exp(m_{21}), \exp(m_{22}))}{\exp((m_{21} + m_{22})/2)} = \exp[-|m_{22} - m_{21}|/2].$$

Следовательно, случайные процессы $X_{2c}(m_2)$ и $X_{2s}(m_2)$ являются статистически независимыми стационарными гауссовскими и марковскими [10]. Тогда случайный процесс (27) как функция переменной m_2 имеет математическое ожидание $\langle L_{20}(m_2) \rangle = 1$, корреляционную функцию $K(m_{21}, m_{22}) = \exp(-|m_{22} - m_{21}|)$ и одномерную плотность вероятности $W_2(x) = \exp(-x)$. Согласно [8] процесс $L_{20}(m_2)$ является марковским соответственно с коэффициентами сноса и диффузии: $k_1 = 1 - L_{20}$, $k_2 = 2L_{20}$. Приближенное выражение для распределения величины абсолютного максимума случайного процесса $L_{20}(m_2)$ найдено в [8, с. 85]:

$$P\{\sup L_{20}(m_2) < x\} \approx \exp[-\tilde{m}_2 x \exp(-x)] H(x-1),$$

где

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

— функция Хевисайда. Возвращаясь к переменной λ_2 , для больших значений порога h и отношения $\Lambda_{2\max}/\Lambda_{2\min}$ получаем

$$F_{20}(h) = P\{\sup L_{20}(\lambda_2) < h\} \approx \\ \approx \left(\frac{\Lambda_{2\max}}{\Lambda_{2\min}}\right)^{-h \exp(-h)} H(h-1). \quad (28)$$

Выполняя аналогичные преобразования для случайного процесса $L_{10}(\lambda_1)$, находим приближенное выражение для функции распределения его абсолютного максимума, справедливое для больших значений порога h и отношения $\Lambda_{1\max}/\Lambda_{1\min}$:

$$F_{10}(h) = P\{\sup L_{10}(\lambda_1) < h\} \approx \\ \approx \left(\frac{\Lambda_{1\max}}{\Lambda_{1\min}}\right)^{-h \exp(-h)} H(h-1). \quad (29)$$

Для функции распределения $P_0(h)$ (24) суммы независимых случайных величин $\sup L_{10}(\lambda_1)$ и $\sup L_{20}(\lambda_2)$ с функциями распределения $F_{10}(h)$ (29) и $F_{20}(h)$ (28) имеем

$$P_0(h) = \\ = \int_{-\infty}^{\infty} F_{20}(h-x) dF_{10}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F_{10}(h-x) dF_{20}(x). \quad (30)$$

Подставляя в (30) функции распределения (28) и (29), получаем вероятность недостижения порога суммой независимых случайных величин $\sup L_{10}(\lambda_1)$ и $\sup L_{20}(\lambda_2)$:

$$P_0(h) = H(h-2) \left[\exp(-\tilde{m}_1 \exp(-1)) - \right. \\ \left. - \tilde{m}_2(h-1) \exp(h-1) + \tilde{m}_1 \int_1^{h-1} (x-1) \times \right. \\ \left. \times \exp[-\tilde{m}_2(h-x) \exp(h-x) - \tilde{m}_1 x \exp(-x) - x] dx \right].$$

Тогда вероятность ложной тревоги (23) принимает вид

$$\alpha = 1 - H(h-2) \left[\exp(-\tilde{m}_1 \exp(-1)) - \right. \\ \left. - (\tilde{m}_2(h-1) \exp(h-1) + \tilde{m}_1 \int_1^{h-1} (x-1) \times \right. \\ \left. \times \exp[-\tilde{m}_2(h-x) \exp(h-x) - \tilde{m}_1 x \exp(-x) - x] dx \right]. \quad (31)$$

Полученная формула для вероятности ложной тревоги (31) является приближенной, однако ее точность увеличивается с ростом значений порога h и параметров $\tilde{m}_1 = \ln(\Lambda_{\text{макс}}/\Lambda_{\text{мин}})$, $\tilde{m}_2 = \ln(\Lambda_{2\text{макс}}/\Lambda_{2\text{мин}})$.

5. ВЕРОЯТНОСТЬ ПРОПУСКА СИГНАЛА

Согласно (17) вероятность пропуска сигнала равна

$$\beta(\theta_{01}, \theta_{02}) = P[\gamma_q = 0 | \gamma_0 = 1] = P[L_q < h | \gamma_0 = 1] = P_1(h), \quad (32)$$

где $P_1(h)$ — функция распределения величины L_q (16), суммы абсолютных максимумов процессов $L_{\text{лаф}}(\theta_1)$ (12) и $L_{2\text{лаф}}(\theta_2)$ (13) при наличии сигнала в принимаемой реализации $\xi(t)$ (3), т.е. $\gamma_0 = 1$:

$$P_1(h) = P[L_q < h | \gamma_0 = 1] = P[\sup L_{11}(\theta_1) + \sup L_{21}(\theta_2) < h]. \quad (33)$$

Здесь $L_{i1}(\theta_i) = L_{\text{лаф}}(\theta_i | \gamma_0 = 1)$, $i = 1; 2$. При наличии сигнала в наблюдаемой реализации, когда $\gamma_0 = 1$, согласно (22) получим

$$L_{i1}(\lambda_i) = \frac{\min^2(\lambda_{0i}, \lambda_i)}{2\lambda_i} + \frac{\min(\lambda_{0i}, \lambda_i) N_{li}(\lambda_i)}{\lambda_i} + \frac{N_{ic}^2(\lambda_i) + N_{is}^2(\lambda_i)}{2\lambda_i}.$$

Перейдем в последнем выражении к новым переменным $l_i = \lambda_i/\lambda_{0i}$, $l_i \in [\Lambda_{\text{мин}}/\lambda_{0i}^2, \Lambda_{\text{макс}}/\lambda_{0i}^2]$, $i = 1; 2$:

$$L_{i1}(l_i) = \lambda_{0i}^2 \frac{\min^2(1, l_i)}{2l_i} + \lambda_{0i} \frac{\min(1, l_i) N_{li}(l_i)}{l_i} + \frac{N_{ic}^2(l_i) + N_{is}^2(l_i)}{2l_i}. \quad (34)$$

Величина $z_{01}^2 = \lambda_{01} = \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_{01}}^{\theta_0} f^2(t) dt$ представляет собой ОСШ для радиосигнала с амплитудой a_0 , моментами появления θ_{01} и исчезновения θ . Величина $z_{02}^2 = \lambda_{02} = \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_0}^{\theta_{02}} f^2(t) dt$ — ОСШ для радиосигнала с амплитудой a_0 , моментами появления θ и исчезновения θ_{02} . Обозначим также ОСШ для принятого сигнала:

$$z_0^2 = z_{01}^2 + z_{02}^2 = \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_{01}}^{\theta_{02}} f^2(t) dt. \quad (35)$$

При достаточно больших ОСШ: $z_{01}^2 \gg 1$ и $z_{02}^2 \gg 1$ последним слагаемым в (34) можно пренебречь и, возвращаясь к переменным λ_i , записать приближенно выражение

$$L_{i1}(\lambda_i) \approx \frac{\min^2(\lambda_{0i}, \lambda_i)}{2\lambda_i} + \frac{\min(\lambda_{0i}, \lambda_i)}{\lambda_i} N_{li}(\lambda_i), \quad (36)$$

$i = 1; 2.$

Эти функции представляют собой гауссовские случайные процессы с математическими ожиданиями

$$S_{i1}(\lambda_i) = \frac{\min^2(\lambda_{0i}, \lambda_i)}{2\lambda_i} \quad (37)$$

и корреляционными функциями

$$K_{i1}(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}) = \frac{\min(\lambda_{i1}, \lambda_{0i}) \min(\lambda_{i2}, \lambda_{0i})}{\lambda_{i1} \lambda_{i2}} \min(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}).$$

Коэффициенты корреляции случайных процессов $L_{i1}(\lambda_i)$ (36) имеют вид

$$R_{i1}(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}) = \min(\lambda_{i1}, \lambda_{i2}) / \sqrt{\lambda_{i1} \lambda_{i2}}$$

и удовлетворяют условию [10, 11]

$$R_{i1}(x, y) = R_{i1}(x, t) R_{i1}(t, y), \quad x > t > y.$$

Следовательно, случайные процессы $L_{i1}(\lambda_i)$ являются марковскими соответственно с коэффициентами сноса и диффузии [10]:

$$k_{1i}(\lambda_i) = \frac{1}{2} \begin{cases} 1, & \lambda_i < \lambda_{0i}, \\ -\lambda_{0i}^2/\lambda_i^2, & \lambda_i \geq \lambda_{0i}, \end{cases}$$

$$k_{2i}(\lambda_i) = \begin{cases} 1, & \lambda_i < \lambda_{0i}, \\ \lambda_{0i}^2/\lambda_i^2, & \lambda_i \geq \lambda_{0i}. \end{cases}$$

При больших ОСШ положения наибольших максимумов решающих статистик (36) располагаются в малых окрестностях положений максимумов их математических ожиданий [7]. Математические ожидания (37) достигают максимальных значений при $\lambda_i = \lambda_{0i}$. Введем величины $\varepsilon_i = (\lambda_i - \lambda_{0i})/\lambda_{0i}$, абсолютные значения которых уменьшаются с ростом ОСШ z_0^2 (35), и перепишем коэффициенты сноса и диффузии в виде

$$k_{1i}(\lambda_i) = \frac{1}{2} \begin{cases} 1, & \lambda_i < \lambda_{0i}, \\ -(1 + \varepsilon_i)^{-2}, & \lambda_i \geq \lambda_{0i}, \end{cases}$$

$$k_{2i}(\lambda_i) = \begin{cases} 1, & \lambda_i < \lambda_{0i}, \\ (1 + \varepsilon_i)^{-2}, & \lambda_i \geq \lambda_{0i}. \end{cases}$$

Поскольку $\varepsilon_i \rightarrow 0$ в среднеквадратическом, когда $z_0^2 \rightarrow \infty$, то при больших ОСШ случайные процессы $L_{i1}(\lambda_i)$ (36) в окрестностях точек $\lambda_i = \lambda_{0i}$ можно аппроксимировать гауссовскими марковскими

случайными процессами $\mu_{il}(\lambda_i)$, $i = 1; 2$, с коэффициентами сноса и диффузии:

$$k_{li}(\lambda_i) = \frac{1}{2} \begin{cases} 1, & \lambda_i < \lambda_{0i}, \\ -1, & \lambda_i \geq \lambda_{0i}, \end{cases} \quad k_{2i}(\lambda_i) = 1. \quad (38)$$

Будем использовать эту аппроксимацию на всем интервале возможных значений параметра $\lambda_i \in [\Lambda_{i\min}, \Lambda_{i\max}]$. Тогда для вероятности пропуска (32) КО-алгоритма обнаружения (17) с учетом выражения (33) имеем

$$\beta(\lambda_{01}, \lambda_{02}) = P[\sup \mu_{11}(\lambda_1) + \sup \mu_{21}(\lambda_2) < h] = \int_{-\infty}^{\infty} F_{21}(h-x) dF_{11}(x), \quad (39)$$

$$F_{il}(u) = P[\sup \mu_{il}(\lambda_i) < u, \Lambda_{i\min} \leq \lambda_i \leq \Lambda_{i\max}] \quad (40)$$

— функции распределения величин абсолютных максимумов гауссовских марковских процессов $\mu_{il}(\lambda_i)$ с коэффициентами сноса $k_{li}(\lambda_i)$ и диффузии $k_{2i}(\lambda_i)$ (38).

Найдем сначала функцию распределения $F_{21}(u)$, которая по определению (40) равна вероятности недостижения порога u случайным процессом $\mu_{21}(\lambda_2)$ при $\lambda_2 \in [\Lambda_{2\min}, \Lambda_{2\max}]$. Для нахождения функции $F_{21}(u)$ воспользуемся методикой [7, 12, 13]. Введем вспомогательный случайный процесс $y(\lambda_2) = u - \mu_{21}(\lambda_2)$, который является гауссовским марковским процессом с коэффициентами сноса и диффузии:

$$k_{12}(\lambda_2) = \frac{1}{2} \begin{cases} -1, & \lambda_2 < \lambda_{02}, \\ 1, & \lambda_2 \geq \lambda_{02}, \end{cases} \quad (41)$$

$$k_{22}(\lambda_2) = 1.$$

Тогда функция распределения (40) при $i = 2$:

$$F_{21}(u) = P\{y(\lambda_2) > 0, \lambda_2 \in [\Lambda_{2\min}, \Lambda_{2\max}]\}$$

представляет собой вероятность недостижения границ $y = 0$ и $y = +\infty$ марковским случайным процессом $y(\lambda_2)$ на отрезке $\lambda_2 \in [\Lambda_{2\min}, \Lambda_{2\max}]$. Согласно [10] для искомой вероятности можно записать

$$F_{21}(u) = \int_0^{\infty} W(y, \Lambda_{2\max}) dy. \quad (42)$$

Здесь $W(y, \lambda_2)$ — решение уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова [7, 10]

$$\frac{\partial W(y, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} + \frac{\partial}{\partial y} [k_{12} W(y, \lambda_2)] - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} [k_{22} W(y, \lambda_2)] = 0 \quad (43)$$

при граничных условиях $W(y = 0, \lambda_2) = W(y = \infty, \lambda_2) = 0$ и начальном условии

$$W(y, \lambda_2)|_{\lambda_2 = \Lambda_{2\min}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Lambda_{2\min}}} \exp\left[-\frac{(y - u + \Lambda_{2\min}/2)^2}{2\Lambda_{2\min}}\right].$$

Применяя метод отражения с переменной знака [10], находим аналогично [4] решение уравнения (43) с коэффициентами (41) при $\lambda_2 \leq \lambda_{02}$:

$$W(y, \lambda_2) = \frac{\exp[-y/2 - (\lambda_2 - \Lambda_{2\min})/8]}{2\pi\sqrt{\Lambda_{2\min}(\lambda_2 - \Lambda_{2\min})}} \times \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(\xi - u + \Lambda_{2\min}/2)^2}{2\Lambda_{2\min}} + \frac{\xi}{2}\right] \times \left\{ \exp\left[-\frac{(y - \xi)^2}{2(\lambda_2 - \Lambda_{2\min})}\right] - \exp\left[-\frac{(y + \xi)^2}{2(\lambda_2 - \Lambda_{2\min})}\right] \right\} d\xi$$

и при $\lambda_2 > \lambda_{02}$:

$$W(y, \lambda_2) = \frac{\exp[y/2 - (\lambda_2 - \Lambda_{2\min})/8]}{2\pi\sqrt{(\lambda_2 - \lambda_{02})(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})}} \times \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{\exp[-(\xi - u + \Lambda_{2\min}/2)^2/2\Lambda_{2\min} + \xi/2 - \xi_1]}{\sqrt{2\pi\Lambda_{2\min}}} \times \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi_1 - \xi)^2}{2(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi)^2}{2(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})}\right] \right\} \times \left\{ \exp\left[-\frac{(y - \xi_1)^2}{2(\lambda_2 - \lambda_{02})}\right] - \exp\left[-\frac{(y + \xi_1)^2}{2(\lambda_2 - \lambda_{02})}\right] \right\} d\xi d\xi_1. \quad (44)$$

Подставив решение (44) при $\lambda_2 = \Lambda_{2\max}$ в формулу (42), запишем выражение для функции $F_{21}(u)$ в виде

$$F_{21}(u) = \frac{\exp[-(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})/8]}{2\pi\sqrt{\Lambda_{2\min}(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})}} \times \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{(\xi - u + \Lambda_{2\min}/2)^2}{2\Lambda_{2\min}} + \frac{\xi - \xi_1}{2}\right] \times \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi_1 - \xi)^2}{2(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi)^2}{2(\lambda_{02} - \Lambda_{2\min})}\right] \right\} \times \varphi(1, \Lambda_{2\max} - \lambda_{02}, \xi_1) d\xi d\xi_1, \quad (45)$$

где

$$\varphi(y_1, y_2, y_3) = \Phi(y_1\sqrt{y_2}/2 + y_3/y_1\sqrt{y_2}) - \exp(-y_3)\Phi(y_1\sqrt{y_2}/2 - y_3/y_1\sqrt{y_2}),$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$$

— интеграл вероятности.

Выполняя аналогичные преобразования для случайного процесса $\mu_{11}(\lambda_1)$, находим приближенное выражение для функции распределения его абсолютного максимума в виде

$$F_{11}(u) = \frac{\exp[-(\lambda_{01} - \Lambda_{1\min})/8]}{2\pi\sqrt{\Lambda_{1\min}(\lambda_{01} - \Lambda_{1\min})}} \times \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(\xi - u + \Lambda_{1\min}/2)^2}{2\Lambda_{1\min}} + \frac{\xi - \xi_1}{2}\right] \times \left\{ \exp\left[-\frac{(\xi_1 - \xi)^2}{2(\lambda_{01} - \Lambda_{1\min})}\right] - \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi)^2}{2(\lambda_{01} - \Lambda_{1\min})}\right] \right\} \times \varphi(1, \Lambda_{1\max} - \lambda_{01}, \xi_1) d\xi d\xi_1. \quad (46)$$

Подставляя далее функции (45) и (46) в формулу (39), получаем асимптотически точное выражение для вероятности пропуска сигнала:

$$\beta(\theta_{01}, \theta_{02}) = \exp\left(-\frac{\mu_2 + \mu_1}{8}\right) \times \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(\xi_1 + \xi_3 - h + z_{\min}^2/2)^2}{2z_{\min}^2}\right] + \frac{\xi_1 - \xi_2 + \xi_3 - \xi_4}{2} \chi(\xi_1, \xi_2, 0, \mu_1) \chi(\xi_3, \xi_4, 0, \mu_2) \times \varphi(1, v_1, \xi_2) \varphi(1, v_2, \xi_4) \times \frac{\xi_1 + \xi_3 - h + z_{\min}^2/2}{2\pi z_{\min}^3 \sqrt{2\pi\mu_1\mu_2}} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 d\xi_4. \quad (47)$$

Здесь

$$v_1 = q(\theta_{1\min}, \theta_{01}), \quad v_2 = q(\theta_{02}, \theta_{2\max}),$$

$$\mu_1 = q(\theta_{01}, \theta_{1\max}), \quad \mu_2 = q(\theta_{2\min}, \theta_{02}),$$

$$z_{\min}^2 = q(\theta_{1\max}, \theta_{2\min}),$$

$$\chi(y_1, y_2, y_3, y_4) = \exp\left(-\frac{(y_1 - y_2 + y_3)^2}{2y_4}\right) - \exp\left(-\frac{(y_1 + y_2 + y_3)^2}{2y_4}\right).$$

Найденное асимптотически точное (с ростом ОСШ) выражение (47) для вероятности пропуска радиосигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения, амплитудой и фазой совпадает с точной формулой для вероятности пропуска квазидетерминированного сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения с априори известной амплитудой [4], а также с асимптотическим выражением для вероятности пропуска ква-

зидетерминированного сигнала с неизвестной амплитудой [5].

В качестве примера рассмотрим обнаружение прямоугольного импульса со скошенной вершиной огибающей [14]. Выберем априорные области (2) возможных значений моментов появления и исчезновения так, чтобы величины $\theta_{1\min}$ и $\theta_{2\max}$ были фиксированными, а максимальная длительность сигнала $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ оставалась неизменной. Будем считать, что точки $\theta_{1\max}$ и $\theta_{2\min}$ располагаются симметрично относительно середины θ отрезка $[\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$: $\theta = (\theta_{1\min} + \theta_{2\max})/2$. Величины $\theta_{1\max}$ и $\theta_{2\min}$ могут изменяться одновременно с изменением $k = T_{\max}/T_{\min}$, где $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$ — минимальная длительность сигнала. Динамический диапазон изменения длительности сигнала k может принимать значения из интервала $[1, \infty)$. При $k = 1$ априорные интервалы стягиваются в точку, что соответствует приему сигнала с известными моментами появления и исчезновения. Длительность такого сигнала равна $T_{\max}$. Нормированные длины априорных интервалов равны

$$\eta_i = \frac{\theta_{i\max} - \theta_{i\min}}{T_{\max}} = \frac{k-1}{2k}, \quad i = 1, 2.$$

Форму скошенной вершины импульса будем описывать функцией

$$f(t) = \left[1 + 2\frac{1-dt-\theta}{1+dT_{\max}}\right] \frac{1+d}{2} \sqrt{\frac{3}{d^2+d+1}}, \quad (48)$$

где параметр $d = f(\theta_{1\min})/f(\theta_{2\max})$ характеризует наклон скошенной вершины. Множитель $(1+d) \times [3/(d^2+d+1)]^{1/2}/2$ введен для того, чтобы энергия нормированного сигнала максимальной длительности

$$E = a_0^2 \int_{\theta_{1\min}}^{\theta_{2\max}} f^2(t) dt = a_0^2 T_{\max}$$

не зависела от наклона вершины импульса; это дает возможность сравнивать эффективность обнаружения сигналов с разным наклоном вершины, но с одинаковой энергией. Вычислим функцию (21) применительно к форме сигнала (48):

$$q(\theta_1, \theta_2) = z_r^2 \frac{\xi_1 + \xi_2 + b(\xi_2^2 - \xi_1^2) + b^2(\xi_2^3 - \xi_1^3)/3}{1 + b^2/12},$$

где $b = 2(1-d)/(1+d)$,

$$z_r^2 = a_0^2 T_{\max} / N_0 \quad (49)$$

— ОСШ на выходе МП-приемника для прямоугольного радиоимпульса длительностью $T_{\max}$,

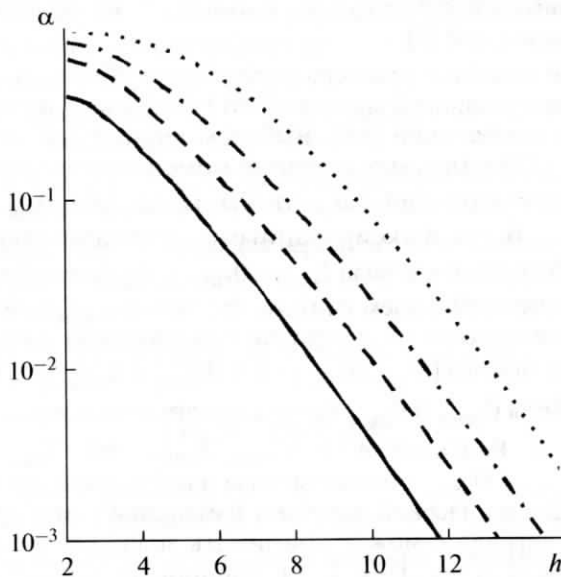


Рис. 3. Зависимость вероятности ложной тревоги КО-алгоритма обнаружения от порога при различной величине априорных интервалов моментов появления и исчезновения.

$\xi_1 = (\theta - \theta_1)/T_{\max}$, $\xi_2 = (\theta_2 - \theta)/T_{\max}$ — нормированные моменты появления и исчезновения сигнала.

Полагаем, что истинные значения моментов появления θ_{01} и исчезновения θ_{02} расположены в серединах априорных интервалов, т.е. $\theta_{0i} = (\theta_{i\max} + \theta_{i\min})/2$, $i = 1; 2$.

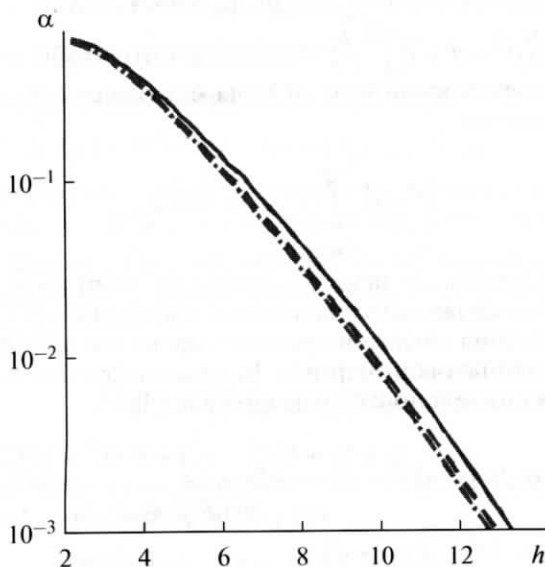


Рис. 4. Зависимость вероятности ложной тревоги КО-алгоритма обнаружения от порога при различном наклоне скошенной вершины огибающей.

На рис. 3 и 4 изображены зависимости вероятности ложной тревоги (31) от порога h для КО-алгоритма (17) обнаружения прямоугольного радиоимпульса со скошенной вершиной огибающей. Кривые на рис. 3 построены для радиоимпульса с прямоугольной огибающей ($d = 1$) и различных значений динамического диапазона длительности сигнала k . Сплошная кривая соответствует $k = 2$, штриховая — $k = 4$, штрихпунктирная — $k = 10$, пунктирная — $k = 100$. Кривые на рис. 4 построены для $k = 4$ и различных наклонов скошенной вершины огибающей радиоимпульса. Сплошная кривая соответствует $d = 1$, штриховая — $d = 10^{\pm 1}$, штрихпунктирная — $d = 100^{\pm 1}$. Из анализа рис. 3 и 4 следует, что с увеличением длины априорных интервалов возможных значений моментов появления и исчезновения вероятность ложной тревоги возрастает. Отклонение формы огибающей радиоимпульса от прямоугольной приводит к уменьшению вероятности ложной тревоги.

На рис. 5 и 6 показаны зависимости вероятности пропуска сигнала (47) от ОСШ z_r (49) для КО-алгоритма (17) обнаружения радиоимпульса со скошенной вершиной огибающей при значении вероятности ложной тревоги $\alpha = 10^{-2}$. Кривые на рис. 5 построены для радиоимпульса с прямоугольной огибающей ($d = 1$) и различных значений динамического диапазона длительности сигнала k . Сплошная кривая соответствует $k = 2$, штриховая — $k = 4$, штрихпунктирная — $k = 10$. Кривые на рис. 6 построены для $k = 4$ и различ-

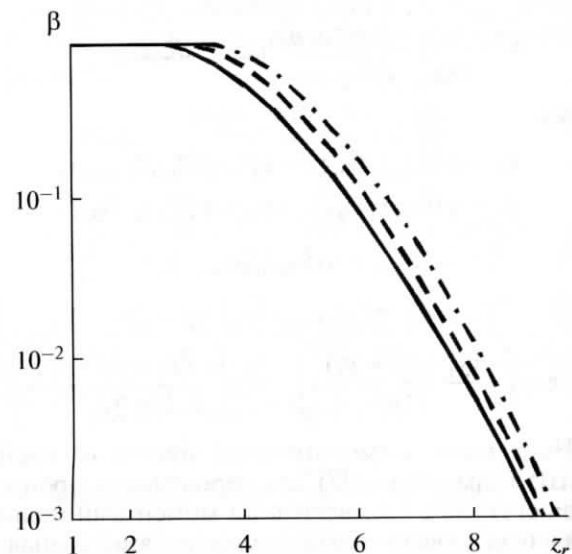


Рис. 5. Зависимость вероятности пропуска сигнала от ОСШ при фиксированной ложной тревоге, равной 10^{-2} , и разном динамическом диапазоне длительности сигнала.

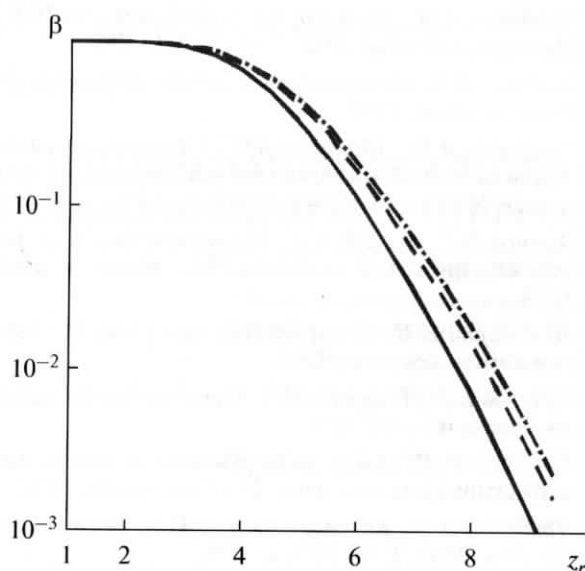


Рис. 6. Зависимость вероятности пропуска сигнала от ОСШ при фиксированной ложной тревоге, равной 10^{-2} , и разных наклонах скошенной вершины огибающей.

ных наклонов скошенной вершины огибающей радиоимпульса. Сплошная кривая соответствует $d = 1$, штриховая — $d = 10^{+1}$, штрихпунктирная — $d = 100^{+1}$. Из анализа рис. 5 и 6 видим, что с ростом динамического диапазона изменения длительности сигнала k , а также по мере отклонения формы огибающей радиосигнала от прямоугольной эффективность обнаружения снижается.

Поскольку вероятность пропуска сигнала (47) инвариантна к отсутствию априорной информации об амплитуде и фазе сигнала, влияние априорного незнания начальной фазы радиосигнала на эффективность обнаружения можно количественно охарактеризовать величиной

$$\zeta = \alpha(h_a)/p, \quad (50)$$

где h_a — порог, найденный из решения уравнения $\alpha_a(h_a) = p$,

$$\begin{aligned} \alpha_a(h) = 1 - H(h-1) \times \\ \times \left[\exp\left(-\tilde{m}_1 \sqrt{\frac{1}{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}\right) - \tilde{m}_2 \sqrt{\frac{h-1/2}{\pi}} \exp\left(\frac{1}{2} - h\right)\right) + \right. \\ \left. + \frac{\tilde{m}_1}{\sqrt{\pi}} \int_{1/2}^{h-1/2} \frac{2y-1}{2\sqrt{y}} \exp\left[-\tilde{m}_2 \sqrt{\frac{h-x}{\pi}} \exp(y-h) - \right. \right. \\ \left. \left. - \tilde{m}_1 \sqrt{\frac{y}{\pi}} \exp(-y) - y\right] dy \right] \end{aligned}$$

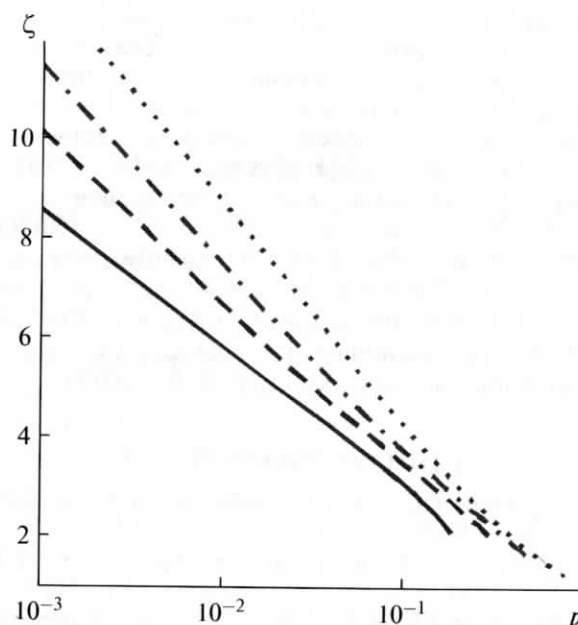


Рис. 7. Зависимость проигрыша в вероятности ложной тревоги КО-алгоритма обнаружения вследствие незнания начальной фазы сигнала.

— заимствованная из [5] формула для вероятности ложной тревоги КО-алгоритма обнаружения сигнала с неизвестными амплитудой и моментами появления и исчезновения при априори известной начальной фазе. Величина ζ (50) показывает, во сколько раз увеличивается вероятность ложной тревоги КО-алгоритма обнаружения вследствие априорного незнания начальной фазы сигнала при неизменной вероятности пропуска. На рис. 7 показана зависимость проигрыша (50) от величины p для радиоимпульса с прямоугольной формой огибающей ($d = 1$) и различных динамических диапазонов длительности сигнала: $k = 2$ (сплошная кривая), $k = 4$ (штриховая кривая), $k = 10$ (штрихпунктирная кривая), $k = 100$ (пунктирная кривая). Как следует из рис. 7, относительное увеличение вероятности ложной тревоги вследствие априорного незнания начальной фазы радиосигнала возрастает с уменьшением требуемого уровня ложной тревоги и с увеличением размеров априорных интервалов моментов появления и исчезновения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Использование квазиоптимального алгоритма обнаружения, согласно которому решающая статистика записывается в виде суммы двух независимых слагаемых с последующей максимизацией каждого слагаемого по амплитуде и фазе, позволяет предложить двухканальную блок-схему обнаружителя, а также выполнить анализ алгоритма обнаружения. В

результате анализа характеристик предлагаемого квазиоптимального алгоритма обнаружения установлено, что увеличение относительных длин априорных интервалов возможных значений моментов появления и исчезновения вносит существенный вклад в ухудшение эффективности квазиоптимального алгоритма обнаружения. С уменьшением допустимого уровня ложной тревоги относительный проигрыш в эффективности квазиоптимального алгоритма обнаружения вследствие априорного незнания начальной фазы сигнала увеличивается.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №14-49-00079).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Тартаковский А.Г. // Пробл. передачи информ. 1988. Т. 24. № 2. С. 39.
2. Репин В.Г. // Пробл. передачи информ. 1991. Т. 27. № 1. С. 61.
3. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. // Пробл. передачи информ. 2001. Т. 37. № 1. С. 52.
4. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. // Пробл. передачи информ. 2009. Т. 45. № 2. С. 91.
5. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Кондратович П.А. // Нелинейный мир. 2012. Т. 10. № 5. С. 287.
6. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь, 1983.
7. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
8. Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др. Теория обнаружения сигналов. М.: Радио и связь, 1984.
9. Шахтарин Б.И. Обнаружение сигналов. М.: Горячая линия-Телеком, 2014.
10. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Радио и связь, 1977.
11. Сосулин Ю.Г. Теория обнаружения и оценивания стохастических сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
12. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. // Изв. вузов. Радиофизика. 2002. Т. 45. № 7. С. 625.
13. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э. // РЭ. 2005. Т. 50. № 4. С. 439.
14. Грязнов М.И., Гуревич М.Л., Рябинин Ю.А. Измерение параметров импульсов. М.: Радио и связь, 1991.