

318
Nonlinear World

318
ISSN 2070-0970

НЕЛИНЕЙНЫЙ

МИР

№ 6, т.13, 2015

$$\frac{d^{\alpha}}{d x^{\alpha}}, \alpha = \frac{m}{n}$$



тел./факс: (495) 625-9241
e-mail: info@radiotec.ru

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 82651 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА "РОСПЕЧАТЬ": ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

Квазиправдоподобные алгоритмы обнаружения радиосигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения

© Авторы, 2015

© ЗАО «Издательство «Радиотехника», 2015

А.П. Трифонов – д.т.н., профессор, зав. кафедрой радиофизики, Воронежский государственный университет (ВГУ); кафедра радиотехнических приборов и антенных систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ», засл. деятель науки РФ
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Ю.Э. Корчагин – д.ф.-м.н., доцент, кафедра радиофизики, Воронежский государственный университет (ВГУ); кафедра радиотехнических приборов и антенных систем, Национальный исследовательский университет «МЭИ»
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru

С.В. Корольков – аспирант, кафедра радиофизики, Воронежский государственный университет (ВГУ)
E-mail: sergeik1991@rambler.ru

Исследованы квазиправдоподобные алгоритмы обнаружения радиосигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой и моментами появления и исчезновения. Предложены алгоритмы обнаружения без адаптации по неизвестным параметрам и с адаптацией по амплитуде и начальной фазе. Выполнен сравнительный анализ эффективности функционирования синтезированных алгоритмов обнаружения. Исследовано влияние априорного незнания начальной фазы на эффективность обнаружения.

Ключевые слова: квазиправдоподобный алгоритм обнаружения, алгоритм максимального правдоподобия, моменты появления и исчезновения, радиосигнал, амплитуда, начальная фаза, вероятность ложной тревоги, вероятность пропуска сигнала, эффективность обнаружения.

Quasi-likelihood algorithms to detect radio signals with an unknown amplitude, initial phase and appearance and disappearance moments are investigated. The algorithms of detection without adaptation to unknown parameters and with adaptation in amplitude and initial phase are synthesized. A comparative analysis of the efficiency of the synthesized detection algorithms. The influence of a priori ignorance of the initial phase of the efficiency of detection.

Keywords: quasi-likelihood detection algorithm, maximum likelihood algorithm, moments of appearance and disappearance, radio signal, amplitude, initial phase, false alarm probability, probability of missing signal, detection performance.

Для практических приложений статистической теории радиосвязи, локации, сейсмологии, телеметрии и других областей науки и техники актуальной является задача обнаружения сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения. При использовании дискретной выборки наблюдаемых данных алгоритмы обнаружения сигнала со случайными моментами появления и исчезновения исследованы в работах [1, 2]. Оптимальные алгоритмы обнаружения сигнала без высокочастотного заполнения, работающие в непрерывном времени, синтезированы в [3], а в [4] выполнен анализ максимально правдоподобного (МП) алгоритма обнаружения сигналов с неизвестными моментами появления и исчезновения и априори известной амплитудой. Для сигналов с неизвестной амплитудой и моментами появления и исчезновения алгоритмы обнаружения исследованы в работе [5].

Однако, во многих практических приложениях используются сигналы с высокочастотным заполнением (радиосигналы), которые ввиду специфики распространения имеют неизвестные амплитуду и начальную фазу.

В данной работе исследованы квазиправдоподобные (КП) алгоритмы обнаружения радиосигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения, амплитудой и начальной фазой.

Модель радиосигнала, подлежащего обнаружению, запишем в виде

$$s(t, a, \phi, \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} af(t)\cos(\omega t - \phi), & \theta_1 \leq t \leq \theta_2, \\ 0, & t < \theta_1, \quad t > \theta_2, \end{cases} \quad (1)$$

где $f(t)$ – непрерывная функция, описывающая форму сигнала; a – величина, характеризующая его амплитуду; $\phi \in [0, 2\pi]$ – начальная фаза; θ_1 и θ_2 – моменты появления и исчезновения соответственно, принимающие значения из априорных интервалов:

$$\theta_1 \in [\theta_{1\min}, \theta_{1\max}], \quad \theta_2 \in [\theta_{2\min}, \theta_{2\max}], \quad \theta_{1\max} \leq \theta_{2\min}. \quad (2)$$

Будем считать, что сигнал (1) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Тогда на интервале $[0, T]$ доступна наблюдению реализация аддитивной смеси сигнала и шума:

$$\xi(t) = \gamma_0 s(t, a_0, \phi_0, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t), \quad (3)$$

где $a_0, \phi_0, \theta_{01}, \theta_{02}$ – истинные значения амплитуды, начальной фазы и моментов появления и исчезновения соответственно; γ_0 – дискретный параметр, который может принимать два значения: если в наблюдаемой реализации сигнал отсутствует, то $\gamma_0 = 0$, а если в наблюдаемой реализации сигнал присутствует, то $\gamma_0 = 1$.

Будем считать известными априорные вероятности отсутствия и наличия сигнала $p_0 = P\{\gamma_0 = 0\}$ и $p_1 = P\{\gamma_0 = 1\}$. По наблюдаемой реализации $\xi(t)$ необходимо решить, какое значение принимает параметр γ .

Для синтеза алгоритма обнаружения воспользуемся методом максимального правдоподобия [6, 7], согласно которому необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) для принимаемой реализации $\xi(t)$ (3) и сравнивать его максимальное значение с порогом h . В случае превышения порога h выносится решение о наличии полезного сигнала $s(t, a_0, \phi_0, \theta_{01}, \theta_{02})$ в принимаемой реализации $\xi(t)$ (3), в случае непревышения порога выносится решение об отсутствии сигнала.

Согласно [8, 9], логарифм ФОР можно записать в виде

$$L(\gamma, a, \phi, \theta_1, \theta_2) = \frac{2a\gamma}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(t) \cos(\omega t - \phi) [\xi(t) - a f(t) \cos(\omega t - \phi)] / 2 dt. \quad (4)$$

Для преодоления априорной параметрической неопределённости относительно амплитуды, фазы и моментов появления и исчезновения можно использовать либо квазиправдоподобный (КП) подход, согласно которому вместо неизвестных параметров в выражении (4) используются некоторые их ожидаемые значения, либо адаптацию по неизвестным параметрам. Тогда вместо неизвестных амплитуды, фазы и моментов появления и исчезновения в выражении (4) используются их оптимальные или квазиоптимальные оценки. Таким образом можно получить ряд алгоритмов обнаружения, которые отличаются сложностью их технической реализации и эффективностью функционирования.

Квазиправдоподобный алгоритм обнаружения

Рассмотрим сначала КП алгоритмы обнаружения. Обозначим $a^*, \phi^*, \theta_1^*, \theta_2^*$ – ожидаемые значения амплитуды, начальной фазы, моментов появления и исчезновения соответственно. КП алгоритм заключается в сравнении с порогом h логарифма ФОР, сформированного для ожидаемых значений параметров:

$$L_1 = L(a^*, \phi^*, \theta_1^*, \theta_2^*),$$

$$L(a, \phi, \theta_1, \theta_2) = L(\gamma = 1, a, \phi, \theta_1, \theta_2),$$

$$\begin{aligned} \gamma^* &= 1 \\ L_1 &< h \\ \gamma^* &= 0 \end{aligned}$$

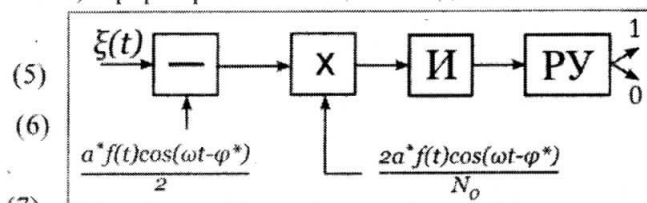


Рис. 1. Схема КП обнаружителя радиосигнала

Схема алгоритма обнаружения (7) изображена на рис. 1, где обозначено: И – интегратор на интервале времени $[0, t]$, $t \in [\theta_1^*, \theta_2^*]$; РУ – решающее устройство, которое в момент времени $t = \theta_2^*$ сравнивает выходной сигнал интегратора с порогом h и выносит решение об отсутствии или наличии сигнала.

Выполним анализа КП алгоритма. Для этого подставим наблюдаемую реализацию (3) в выражение (5) и получим

$$L_1 = \frac{2a_0^* \gamma_0}{N_0} \int_{\max(\theta_{01}, \theta_1^*)}^{\min(\theta_{02}, \theta_2^*)} f^2(t) \cos(\omega t - \phi_0) \cos(\omega t - \phi^*) dt - \frac{a^{*2}}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} f^2(t) \cos^2(\omega t - \phi) dt + \\ + \frac{2a^*}{N_0} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} n(t) f(t) \cos(\omega t - \phi) dt. \quad (8)$$

Следовательно, случайная величина L_1 является гауссовской с математическим ожиданием

$$\langle L_1 \rangle = \gamma_0 \Delta_a q[\theta_{01} \max(1, \Delta_1), \theta_{02} \min(1, \Delta_2)] \cos \Delta \phi - \Delta_a^2 q(\theta_{01} \Delta_1, \theta_{02} \Delta_2) / 2 \quad (9)$$

и дисперсией

$$\langle (L_1 - \langle L_1 \rangle)^2 \rangle = \Delta_a^2 q(\theta_{01} \Delta_1, \theta_{02} \Delta_2), \quad (10)$$

где $\Delta \phi = \phi^* - \phi_0$ – отклонение ожидаемого значения начальной фазы от ее истинного значения; $q(\theta_1, \theta_2)$ – отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе приёмника МП для радиосигнала с моментами появления θ_1 и исчезновения θ_2 :

$$q(\theta_1, \theta_2) = \frac{a_0^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt; \quad (11)$$

$$\Delta_a = \frac{a^*}{a_0}, \quad \delta_a = \frac{a^* - a_0}{a_0} = \Delta_a - 1; \quad (12)$$

$$\Delta_i = \frac{\theta_i^*}{\theta_{0i}}, \quad \delta_i = (-1)^i \frac{\theta_i^* - \theta_{0i}}{T_{\max}}, \quad i = 1; 2 \quad (13)$$

– величины, характеризующие относительные отклонения ожидаемых значений амплитуды и моментов появления и исчезновения от своих истинных значений; $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ – максимальная длительность сигнала. В (9) и (10) отброшены интегралы от функций, осциллирующих с удвоенной частотой.

Используя статистические характеристики случайной величины L_1 , находим вероятности ошибок алгоритма обнаружения (7):

вероятность ложной тревоги

$$\alpha_1 = 1 - P\{L_1 < h | \gamma_0 = 0\} = 1 - \Phi\left(\frac{h}{z_0 \Delta_a \sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}} + \frac{z_0 \Delta_a \sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}}{2}\right); \quad (14)$$

условную вероятность пропуска сигнала

$$\beta_1 = P\{L_1 < h | \gamma_0 = 1\} = \Phi\left(\frac{h}{z_0 \Delta_a \sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}} - \frac{z_0 d[\max(1, \Delta_1), \min(1, \Delta_2)] \cos \Delta \phi}{\sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}} + \frac{z_0 \Delta_a \sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}}{2}\right), \quad (15)$$

где $d(x, y) = q(x\theta_{01}, y\theta_{02}) / q(\theta_{01}, \theta_{02})$; $\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt / \sqrt{2\pi}$ – интеграл вероятности.

Если ожидаемые амплитуда, начальная фаза и моменты появления и исчезновения совпадают с истинными их значениями $a^* = a_0$, $\phi^* = \phi_0$, $\theta_i^* = \theta_{0i}$, $i = 1; 2$, то КП алгоритм обнаружения (7) совпадает с МП алгоритмом обнаружения полностью известного сигнала, исследованным в [7], а выражения для вероятностей ошибок приобретают вид

$$\alpha_0 = 1 - \Phi\left(\frac{h}{z_0} + \frac{z_0}{2}\right), \quad \beta_0 = \Phi\left(\frac{h}{z_0} - \frac{z_0}{2}\right), \quad (16)$$

где $z_0^2 = q(\theta_{01}, \theta_{02})$ [7].

В качестве примера рассмотрим обнаружение радиосигнала, огибающая которого $f(t)$ является прямоугольным импульсом со скошенной вершиной [10]. Выберем априорные области (2) возможных значений моментов появления и исчезновения так, чтобы $\theta_{1\min}$ и $\theta_{2\max}$ были фиксированными, а максимальная длительность сигнала $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min}$ оставалась неизменной. Будем считать, что точки $\theta_{1\max}$ и $\theta_{2\min}$ располагаются симметрично относительно середины θ отрезка $[\theta_{1\min}, \theta_{2\max}]$; $\theta = (\theta_{1\min} + \theta_{2\max})/2$, т.е. могут изменяться согласованно с изменением динамического диапазона возможных значений длительности $k = T_{\max}/T_{\min}$, где $T_{\min} = \theta_{2\min} - \theta_{1\max}$ – минимальная длительность сигнала. Величина k может принимать значения из интервала $[1, \infty)$. При $k=1$ априорные интервалы стягиваются в точку, что соответствует приёму сигнала с априори известными моментами появления и исчезновения. Длительность такого сигнала равна $T_{\max}$. Обозначим η_i – нормированные длины априорных интервалов:

$$\eta_i = \frac{\theta_{i\max} - \theta_{i\min}}{T_{\max}} = \frac{k-1}{2k}, \quad i=1;2. \quad (17)$$

Форму скошенной вершины импульса будем описывать функцией

$$f(t) = \left[1 + 2 \frac{1-d}{1+d} \cdot \frac{t-\theta}{T_{\max}}\right] \frac{1+d}{2} \sqrt{\frac{3}{d^2+d+1}}, \quad (18)$$

где параметр $d = f(\theta_{1\min})/f(\theta_{2\max})$ характеризует наклон скошенной вершины.

Известно [7], что эффективность обнаружения определяется энергией сигнала. Поэтому множитель $[(1+d)/2] \sqrt{3/(d^2+d+1)}$ в выражении (18) необходим для того, чтобы энергия сигнала максимальной длительности $T_{\max}$ не зависела от наклона скошенной вершины импульса, что даёт возможность сравнивать эффективность обнаружения сигналов с разным наклоном вершины, но одинаковой энергией.

Вычислим функцию $q(\theta_1, \theta_2)$ (11) применительно к сигналу (18):

$$q(\theta_1, \theta_2) = z_{rr}^2 \frac{\xi_1 + \xi_2 + b(\xi_2^2 - \xi_1^2) + b^2(\xi_2^3 + \xi_1^3)/3}{1 + b^2/12}, \quad (19)$$

где z_{rr}^2 – ОСШ на выходе приемника МП для прямоугольного радиоимпульса длительности $T_{\max}$:

$$z_{rr}^2 = a_0^2 T_{\max} / N_0; \quad (20)$$

ξ_1 и ξ_2 – соответственно нормированные моменты появления и исчезновения сигнала:

$$\xi_1 = \frac{\theta - \theta_1}{T_{\max}}, \quad \xi_2 = \frac{\theta_2 - \theta}{T_{\max}}. \quad (21)$$

На рис. 2 и 3 показаны зависимости условной вероятности общей ошибки $P_e = p_0\alpha_1 + p_1\beta_1$ от ОСШ z_{rr} (20) при различных расстройках моментов появления и исчезновения принимаемого и ожидаемого сигналов. Моменты появления и исчезновения принимаемого сигнала были выбраны посередине своих априорных интервалов, динамический диапазон изменения длительности $k=10$, а априорные вероятности $p_0 = p_1 = 0,5$, порог $h=0$. Сплошными линиями на рис. 2 и 3 изображены зависимости для отсутствия расстроек, штриховыми линиями – для расстроек $\delta_i = -0,15$, а штрих-пунктирными – для $\delta_i = 0,15$. При использовании сигнала с возрастающей огибающей $d=0,1$ кривые на рис. 2 соответ-

ствуют наличию расстройки момента появления при отсутствующей расстройке момента исчезновения, а на рис. 3 наоборот, – наличию расстройки момента исчезновения при отсутствующей расстройке момента появления. Если сигнал имеет убывающую огибающую $d = 10$, то рисунки меняются местами, а именно: кривые на рис. 2 соответствуют наличию расстройки момента исчезновения при отсутствующей расстройке момента появления, а кривые на рис. 3 – наличию расстройки момента появления при отсутствующей расстройке момента исчезновения. Как показывают рис. 2 и 3, незнание моментов появления и исчезновения радиосигнала оказывает негативное влияние на эффективность обнаружения. При этом вероятность общей ошибки увеличивается тем больше, чем больший скачок испытывает огибающая радиосигнала в неизвестный момент появления или исчезновения сигнала.

Рассмотрим теперь, насколько влияет незнание амплитуды и начальной фазы радиосигнала на эффективность обнаружения. На рис. 4 представлены зависимости условной вероятности общей ошибки P_e от ОСШ z_{rr} (20). Сплошная кривая на рис. 4 соответствует $\Delta_a = 1$ (ожидаемая и истинная амплитуды равны), штриховая – $\Delta_a = 0,5$ (ожидаемая амплитуда меньше истинной), штрих-пунктирная – $\Delta_a = 1,8$ (ожидаемая амплитуда больше истинной). При этом расстройки моментов появления, исчезновения и формы сигнала отсутствуют.

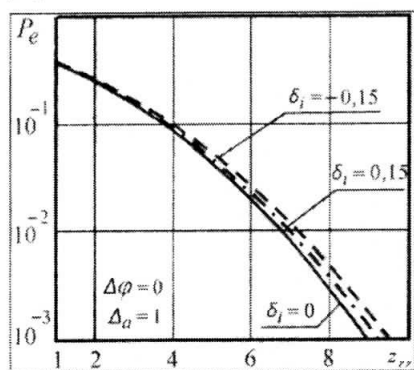


Рис. 2. Графики зависимости условной вероятности общей ошибки КП обнаружителя от ОСШ при наличии расстройки моментов появления и исчезновения принимаемого сигнала

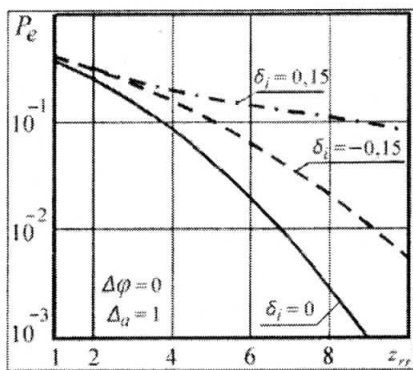


Рис. 3. Графики зависимости условной вероятности общей ошибки КП обнаружителя от ОСШ при наличии расстройки моментов появления и исчезновения ожидаемого сигнала

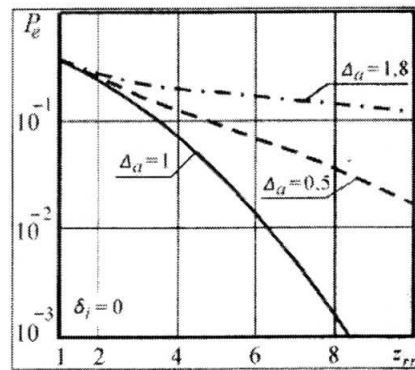


Рис. 4. Графики зависимости условной вероятности общей ошибки КП обнаружителя от ОСШ при наличии расстройки по амплитуде

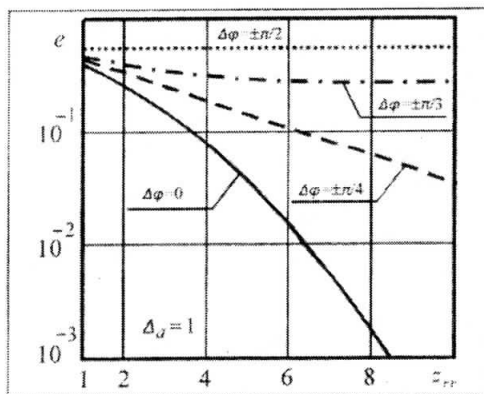


Рис. 5. Графики зависимости условной вероятности общей ошибки КП обнаружителя от ОСШ при наличии расстройки начальной фазы

На рис. 5 приведены зависимости условной вероятности общей ошибки P_e от ОСШ z_{rr} (20) при различных расстройках фазы принимаемого и ожидаемого сигналов. Сплошная кривая соответствует $\Delta\phi = 0$ (начальные фазы ожидаемого и принимаемого сигналов совпадают), штриховая – $\Delta\phi = \pm\pi/4$, штрих-пунктирная – $\Delta\phi = \pm\pi/3$, пунктирная – $\Delta\phi = \pm\pi/2$.

При расчете кривых на рис. 4 и 5 предполагалось, что принимается прямоугольный радиоимпульс $d = 1$. Моменты появления и исчезновения принимаемого сигнала были выбраны посередине своих априорных интервалов, динамический диапазон изменения длительности $k = 10$, а априорные вероятности $p_0 = p_1 = 0,5$, порог $h = 0$. При этом расстройки моментов появления и исчезновения сигнала отсутствуют.

Как видно из рисунков, незнание амплитуды, начальной фазы сигнала, его моментов появления и исчезновения может привести к существенному увеличению средней вероятности ошибки. Известно [7, 11], что для повышения эффективности обнаружения целесообразно использовать алгоритмы с адаптацией по неизвестным параметрам.

Квазиправдоподобный алгоритм обнаружения с адаптацией по амплитуде и фазе

С целью улучшения эффективности обнаружения исследуем КП алгоритм обнаружения с адаптацией по амплитуде и начальной фазе радиосигнала. Вместо неизвестных амплитуды и фазы в выражении (4) будем использовать их квазиправдоподобные оценки

$$(a_m^*, \phi_m^*) = \underset{a, \phi}{\operatorname{argsup}} L(a, \phi, \theta_1^*, \theta_2^*), \quad (22)$$

что равносильно максимизации логарифма ФОП по амплитуде и фазе [6, 11]:

$$L_2 = L(a_m^*, \phi_m^*, \theta_1^*, \theta_2^*) = \sup_{a, \phi} L(a, \phi, \theta_1^*, \theta_2^*). \quad (23)$$

Решение выносится на основе сравнения величины L_2 с порогом

$$L_2 \underset{\gamma^*=0}{\overset{\gamma^*=1}{\gtrless}} h. \quad (24)$$

Максимизацию логарифма ФОП (4) по переменной ϕ можно выполнить аналитически. Для этого подставим сигнал (1) в выражение (4) и представим логарифм ФОП в виде

$$L(a, \phi, \theta_1, \theta_2) = aX_1(\theta_1, \theta_2) \cos \phi + aY_1(\theta_1, \theta_2) \sin \phi - \frac{a^2}{2N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt, \quad (25)$$

где

$$X_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t) dt; \quad (26)$$

$$Y_1(\theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \sin(\omega t) dt. \quad (27)$$

Найдем производную функции (25) по ϕ , приравняем ее к нулю

$$\left. \frac{dL(a, \phi, \theta_1, \theta_2)}{d\phi} \right|_{\phi=\phi_m^*} = -aX_1(\theta_1, \theta_2) \sin \phi_m^* + aY_1(\theta_1, \theta_2) \cos \phi_m^* = 0$$

и решим полученное уравнение правдоподобия относительно ϕ_m^* :

$$\phi_m^* = \arctg[Y_1(\theta_1, \theta_2)/X_1(\theta_1, \theta_2)]. \quad (28)$$

Подставляя это решение в (25), запишем

$$L(a, \phi_m^*, \theta_1, \theta_2) = a \sqrt{X_1^2(\theta_1, \theta_2) + Y_1^2(\theta_1, \theta_2)} - \frac{a^2}{2N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt. \quad (29)$$

Выполним теперь максимизацию логарифма ФОП (29) по амплитуде. Производную функции (29) по переменной a приравняем к нулю

$$\left. \frac{dL(a, \phi_m^*, \theta_1, \theta_2)}{da} \right|_{a=a_m^*} = \sqrt{X_1^2(\theta_1, \theta_2) + Y_1^2(\theta_1, \theta_2)} - \frac{a_m^*}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt = 0$$

и решим полученное уравнение правдоподобия относительно a_m^* :

$$a_m^* = N_0 \sqrt{X_1^2(\theta_1, \theta_2) + Y_1^2(\theta_1, \theta_2)} / \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) dt. \quad (30)$$

Подставляя оценку МП (30) в выражение (29) вместо априори неизвестной амплитуды a , получим

$$L(a_m^*, \phi_m^*, \theta_1^*, \theta_2^*) = \frac{N_0}{2} (X_1^2(\theta_1^*, \theta_2^*) + Y_1^2(\theta_1^*, \theta_2^*)) / \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} f^2(t) dt. \quad (31)$$

На основе выражения (31) можно найти структуру приёмного устройства. Приёмник должен формировать случайную величину

$$L_2 = L(a_m^*, \phi_m^*, \theta_1^*, \theta_2^*) = \frac{N_0}{2} (X_1^2(\theta_1^*, \theta_2^*) + Y_1^2(\theta_1^*, \theta_2^*)) / \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} f^2(t) dt \quad (32)$$

и сравнивать ее с порогом.

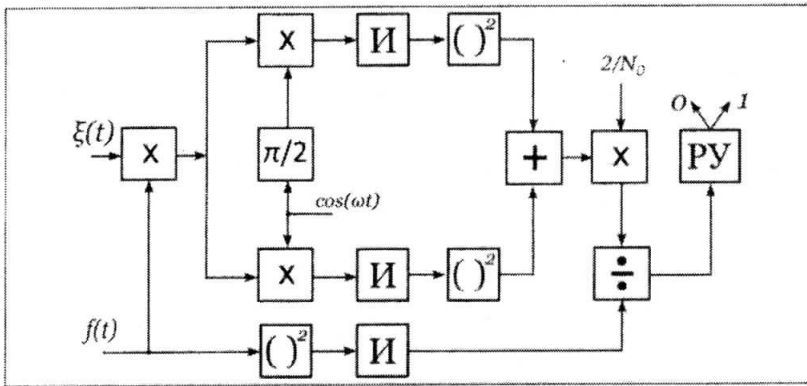


Рис. 6. Схема КП обнаружителя радиосигнала с адаптацией по амплитуде и начальной фазе

где

$$\left\{ \begin{matrix} A \\ B \end{matrix} \right\} = \sqrt{\frac{2}{N_0}} \int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} \xi(t) f(t) \left\{ \begin{matrix} \cos \\ \sin \end{matrix} \right\} (\omega t) dt / \left(\int_{\theta_1^*}^{\theta_2^*} f^2(t) dt \right)^{1/2} \quad (34)$$

– гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями при отсутствии сигнала $\langle A \rangle = \langle B \rangle = 0$ и математическими ожиданиями

$$m_a = \langle A \rangle = \frac{z_0}{\sqrt{2}} \cos \phi_0 \frac{d[\max(1, \Delta_1), \min(1, \Delta_2)]}{\sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}}, \quad (35)$$

$$m_b = \langle B \rangle = \frac{z_0}{\sqrt{2}} \sin \phi_0 \frac{d[\max(1, \Delta_1), \min(1, \Delta_2)]}{\sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}} \quad (36)$$

при наличии сигнала.

Случайные величины (34) обладают одинаковыми дисперсиями при наличии и отсутствии сигнала, равными $1/2$. Следовательно, случайная величина $\sqrt{L_2}$ при отсутствии сигнала обладает распределением Релея [12] с параметром $\sigma^2 = 1/2$, а функция распределения величины L_2 имеет вид

$$F_0(x) = \begin{cases} 1 - \exp(-x), & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases} \quad (37)$$

Используя распределение (37), находим вероятность ложной тревоги алгоритма обнаружения (24):

$$\alpha_2 = 1 - P\{L_2 < h | \gamma_0 = 0\} = 1 - F_0(h) = \begin{cases} \exp(-h), & h \geq 0, \\ 1, & h < 0. \end{cases} \quad (38)$$

При наличии сигнала случайная величина $\sqrt{L_2}$ обладает распределением Релея–Райса [12]:

На рис. 6 изображена схема КП алгоритма обнаружения (24), где И – интеграторы на интервале времени $[\theta_1^*, \theta_2^*]$, ПР – решающее устройство, осуществляющее сравнение выходного сигнала делителя в момент времени $t = \theta_2^*$ с порогом.

Для анализа КП алгоритма с адаптацией по амплитуде и фазе представим случайную величину (32) в виде

$$L_2 = A^2 + B^2, \quad (33)$$

$$w(x) = \frac{x}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + m^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{xm}{\sigma^2}\right), \quad (39)$$

где $m = \sqrt{m_a^2 + m_b^2}$, $\sigma^2 = 1/2$, $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка мнимого аргумента.

Следовательно, плотность вероятности случайной величины L_2 имеет вид

$$w_1(y) = \exp(-(y + m^2)) I_0(2m\sqrt{y}), \quad y \geq 0, \quad (40)$$

$$m = \frac{z_0}{\sqrt{2}} \frac{d[\max(1, \Delta_1), \min(1, \Delta_2)]}{\sqrt{d(\Delta_1, \Delta_2)}}. \quad (41)$$

Используя плотность вероятности (40), находим вероятность пропуска сигнала алгоритма обнаружения (24)

$$\beta_2 = P\{L_2 < h | \gamma_0 = 1\} = \int_0^h w_1(y) dy = \int_0^h \exp(-(y + m^2)) I_0(2m\sqrt{y}) dy. \quad (42)$$

Рассмотрим влияние априорного незнания начальной фазы сигнала на эффективность обнаружения на примере прямоугольного радиоимпульса (18) при $d=1$ с известными амплитудой и моментами появления и исчезновения. На рис. 7 показаны зависимости вероятностей пропуска прямоугольного радиоимпульса от ОСШ z_{rr} (20) при фиксированных вероятностях ложной тревоги $p=10^{-2}$ для различных алгоритмов обнаружения.

Сплошная кривая 1 на рис. 7 иллюстрирует зависимость вероятности пропуска β_0 МП алгоритма обнаружения полностью известного сигнала и рассчитана с использованием выражений (16), а сплошная кривая 2 соответствует вероятности пропуска β_2 КП алгоритма с адаптацией по амплитуде и начальной фазе (24). Она построена с помощью выражений (38) и (42). Сравнение кривых 1 и 2 позволяет оценить проигрыш в эффективности КП алгоритма обнаружения (24) по сравнению с МП алгоритмом обнаружения полностью известного сигнала, рассмотренным в [7].

Штриховой, штрих-пунктирной и пунктирной кривыми на рис. 7 показаны зависимости вероятности пропуска β_1 (15) КП алгоритма обнаружения (7) при расстройках начальной фазы $\pi/16$, $\pi/8$ и $\pi/4$ соответственно.

Введем в рассмотрение величины

$$\chi_1 = \frac{\beta_1 | \alpha_1 = p}{\beta_0 | \alpha_0 = p}, \quad \chi_2 = \frac{\beta_2 | \alpha_2 = p}{\beta_0 | \alpha_0 = p},$$

которые характеризуют проигрыш в эффективности обнаружения алгоритмов (7) и (24) соответственно по сравнению с МП алгоритмом обнаружения полностью известного сигнала [7].

На рис. 8 показаны зависимости проигрышей (43) от ОСШ z_{rr} (20) для прямоугольного радиоимпульса при фиксированных вероятностях ложной тревоги $p=10^{-2}$. Сплошная кривая соответствует проигрышу χ_2 , а штриховая, штрих-пунктирная и пунктирная кривые – проигрышу χ_1 при расстройках начальной фазы $\pi/16$, $\pi/8$ и $\pi/4$ соответственно.

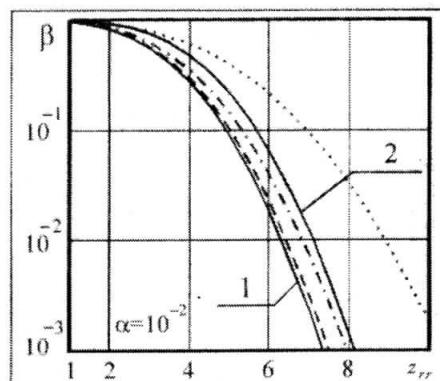


Рис. 7. Графики зависимости условной вероятности пропуска прямоугольного радиоимпульса

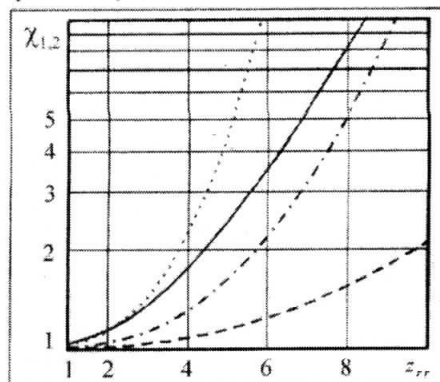


Рис. 8. Графики зависимости проигрышей КП алгоритмов обнаружения прямоугольного радиоимпульса по сравнению с МП алгоритмом от ОСШ

Как видно из рис. 7 и 8, при малых расстройках начальной фазы КП алгоритм (7) уступает в эффективности МП алгоритму [7], но выигрывает по сравнению с КП алгоритмом (24) с адаптацией по амплитуде и начальной фазе. С ростом расстройки эффективность КП алгоритма (7) значительно снижается. Следовательно, при малых расстройках начальной фазы может оказаться целесообразным использование КП алгоритма без адаптации по амплитуде и начальной фазе как более эффективного.

На рис. 9 показаны зависимости проигрышей (43) от расстройки начальной фазы $\Delta\phi$ прямоугольного радиоимпульса при фиксированных вероятностях ложной тревоги $p=10^{-2}$ и различных ОСШ z_{rr} (20). Здесь кривые 1 соответствуют $z_{rr}=1$, кривые 2 – $z_{rr}=5$, кривые 3 – $z_{rr}=8$.

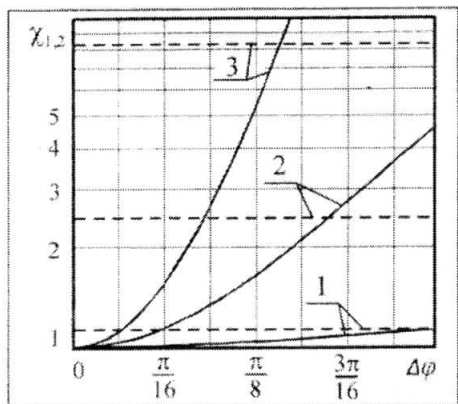


Рис. 9. Графики зависимости проигрышей КП алгоритмов обнаружения прямоугольного радиоимпульса по сравнению с МП алгоритмом от расстройки начальной фазы

Штриховыми линиями показаны зависимости проигрыша χ_2 . Вследствие адаптации алгоритма (24) по неизвестной начальной фазе, проигрыш χ_2 не зависит от расстройки $\Delta\phi$. Сплошными линиями показаны зависимости проигрыша χ_1 КП алгоритма обнаружения (7). Абсциссы точек пересечения сплошных и штриховых линий на рис. 9 соответствуют значениям расстройки начальной фазы $\Delta\phi_{\max}$, при которых эффективность КП алгоритма обнаружения (7) совпадает с эффективностью КП алгоритма обнаружения (24) с адаптацией по начальной фазе. Для всех $\Delta\phi < \Delta\phi_{\max}$, реализация адаптации алгоритма по начальной фазе не приводит к выигрышу.

Величину $\Delta\phi_{\max}$ можно найти аналитически. Для этого приравняем проигрыши $\chi_1 = \chi_2$ (43) с учётом выражений (14), (15) и (38), (42) и решим полученное уравнение относительно $\Delta\phi$:

$$\Delta\phi_{\max} = \arccos \left(\frac{\arccos(1-p) - \frac{1}{z_0} \arccos \left[\int_0^{-\ln p} \exp(-(y+m^2)) I_0(2m\sqrt{y}) dy \right]}{z_0} \right). \quad (44)$$

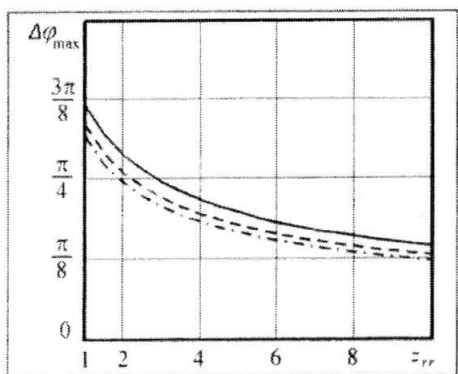


Рис. 10. Графики зависимости максимальной расстройки фазы прямоугольного радиоимпульса от ОСШ

На рис. 10 показаны зависимости величины (44) от ОСШ z_{rr} (20) для прямоугольного радиоимпульса при $p=10^{-1}$ (сплошная кривая), $p=10^{-2}$ (штриховая кривая) и $p=10^{-3}$ (штрихпунктирная кривая).

Как видно из рис. 10, при расстройках, меньших $\pi/8$, КП алгоритм без адаптации по начальной фазе, имеющий более простую структуру (см. рис. 1), выигрывает в эффективности по сравнению с более сложным КП алгоритмом обнаружения с адаптацией по начальной фазе (см. рис. 6) в широких пределах значений ОСШ.

- Полученные результаты синтеза и анализа квазиправдоподобных алгоритмов обнаружения радиосигнала с неизвестными

моментами появления и исчезновения позволяют сделать обоснованный выбор необходимого алгоритма в зависимости от требований, предъявляемых к простоте реализации алгоритма и точности оценки. Показано, что при малых расстройках начальной фазы может оказаться целесообразным использование более простого квазиправдоподобного алгоритма без адаптации по амплитуде и начальной фазе как более эффективного.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №14-49-00079).

Литература

1. Тартаковский А.Г. Обнаружение сигналов со случайными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 1988. Т. 24. Вып. 2. С. 39–50.
 2. Репин В.Г. Обнаружение сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 1991. Т. 27. Вып. 1. С. 61–72.
 3. Трифонов А.П. Оптимальный прием сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 2001. Т. 37. Вып. 1. С. 52–71.
 4. Трифонов А.П. Точные формулы для расчёта характеристик приёма сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 2009. Т. 45. Вып. 2. С. 91–100.
 5. Трифонов А.П. Нелинейный алгоритм обнаружения сигнала с неизвестными амплитудой и моментами появления и исчезновения // Нелинейный мир. 2012. Т. 10. № 5. С. 287–299.
 6. Акимов П.С., Бакут П.А., Богданович В.А. и др. Теория обнаружения сигналов / под ред. П.А. Бакута. М.: Радио и связь. 1984. 440 с.
 7. Тихонов В.И. Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь. 1983. 320 с.
 8. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио. 1978. 296 с.
 9. Сосулин Ю.Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь. 1992. 304 с.
 10. Грязнов М.И., Гуревич М.Л., Рябинин Ю.А. Измерение параметров импульсов. М.: Радио и связь. 1991. 216 с.
 11. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь. 1986. 264 с.
 12. Вадзинский Р.Н. Справочник по вероятностным распределениям. СПб.: Наука. 2001. 295 с.
- Поступила 6 апреля 2015 г.

Quasi-likelihood radio signal detection algorithms with the unknown appearance and disappearance moments

© Authors, 2015

© Radiotekhnika, 2015

A.P. Trifonov – Dr.Sc. (Eng.), Professor, Honored Scientist of RF, Head of Department of Radiophysics, Voronez State University; National Researcher University «MEI»

E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Yu.E. Korchagin – Dr.Sc. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Radiophysics, Voronez State University; National Researcher University «MEI»

E-mail: korchagin@phys.vsu.ru

S.V. Korolkov – Post-graduate Student, Department of Radiophysics, Voronez State University

E-mail: sergeik1991@rambler.ru

Quasi-likelihood algorithms to detect radio signals with an unknown amplitude, initial phase and appearance and disappearance moments are investigated. The algorithms of detection without adaptation to unknown parameters and with adaptation in amplitude and initial phase are synthesized. A comparative analysis of the efficiency of the synthesized detection algorithms. The influence of a priori ignorance of the initial phase on the efficiency of detection.

References

1. Tartakovskij A.G. Obnaruzhenie signalov so sluchajnymi momentami pojavlenija i ischeznovenija // Problemy peredachi informacii. 1988. T. 24. Vyp. 2. S. 39–50.
2. Repin V.G. Obnaruzhenie signala s neizvestnymi momentami pojavlenija i ischeznovenija // Problemy peredachi informacii. 1991. T. 27. Vyp. 1. S. 61–72.
3. Trifonov A.P. Optimal'nyj priem signala s neizvestnymi momentami pojavlenija i ischeznovenija // Problemy peredachi informacii. 2001. T. 37. Vyp. 1. S. 52–71.
4. Trifonov A.P. Tochnye formuly dlja raschjota harakteristik prijoma signala s neizvestnymi momentami pojavlenija i ischeznovenija // Problemy peredachi informacii. 2009. T. 45. Vyp. 2. S. 91–100.
5. Trifonov A.P. Nelinejnyj algoritm obnaruzhenija signala s neizvestnymi amplitudoj i momentami pojavlenija i ischeznovenija // Nelinejnyj mir. 2012. T. 10. № 5. S. 287–299.
6. Akimov P.S., Bakut P.A., Bogdanovich V.A. i dr. Teorija obnaruzhenija signalov / pod red. P.A. Bakuta. M.: Radio i svjaz'. 1984. 440 s.
7. Tihonov V.I. Optimal'nyj priem signalov. M.: Radio i svjaz'. 1983. 320 s.
8. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Ocenka parametrov signalov na fone pomeh. M.: Sov. radio. 1978. 296 s.
9. Sosulin Ju.G. Teoreticheskie osnovy radiolokacii i radionavigacii. M.: Radio i svjaz'. 1992. 304 s.
10. Grjaznov M.I., Gurevich M.L., Rjabinin Ju.A. Izmerenie parametrov impul'sov. M.: Radio i svjaz'. 1991. 216 s.
11. Trifonov A.P., Shinačov Ju.S. Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ih parametrov na fone pomeh. M.: Radio i svjaz'. 1986. 264 s.
12. Vadzinskij R.N. Spravochnik po verojatnostnym raspredelenijam. SPb.: Nauka. 2001. 295 s.