

319

319

Том 58, № 8
август 2015

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ



ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»

УДК 621.396

ОЦЕНКА ЧИСЛА ОРТОГОНАЛЬНЫХ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ НЕЭНЕРГЕТИЧЕСКИМИ ПАРАМЕТРАМИ*

ТРИФОНОВ А. П., ХАРИН А. В.

*Воронежский государственный университет,
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1*

Аннотация. Выполнены синтез и анализ алгоритма оценки числа ортогональных сигналов с неизвестными неэнергетическими параметрами по методу максимального правдоподобия

Ключевые слова: метод максимального правдоподобия; оценка числа сигналов; укороченная вероятность ошибки; неэнергетические параметры

Необходимость в оценке числа принимаемых сигналов, возникает как при неизвестном числе источников сигналов, так и при неизвестной структуре канала, по которому передается сигнал. Например, в случае использования многолучевого радиоканала в ММО системах [1, 2], число лучей часто оказывается априори неизвестным и его требуется определить. При радиолокационном и акустолокационном (активном или пассивном) наблюдении достаточно распространенной является ситуация, когда число источников сигналов, поступающих на антенную решетку, неизвестно [3–9].

Однако задача оценки числа сигналов на сегодняшний день решена частично. Возникают трудности в определении структуры алгоритма оценки. Практически отсутствуют результаты теоретического анализа качества функционирования алгоритмов оценки числа сигналов. Более того, нет общепризнанной и

корректной количественной характеристики таких алгоритмов. Без введения количественных характеристик алгоритмов оценки числа сигналов возникают трудности в сравнении алгоритмов и выборе наиболее эффективного.

В [10] исследована задача оценки числа сигналов с неизвестными амплитудами, при этом предполагалось, что принимаемые сигналы могут быть неортогональными. Амплитуда сигнала является энергетическим параметром [11], поскольку от нее зависит энергия сигнала. В то же время, часто возникает необходимость в оценке числа сигналов, которые содержат неизвестные неэнергетические параметры. К ним относятся время прихода сигнала, его частота, начальная фаза и др.

Ниже рассмотрена задача синтеза и анализа алгоритма оценки числа ортогональных сигналов с неизвестными неэнергетическими параметрами, принимаемых на фоне гауссовского белого шума. Синтез алгоритма оценки про-

* Работа выполнена при поддержке РФФИ (№ 13–01–97504 и № 13–08–00735) и Минобрнауки РФ (№ 978).

изводится на основе метода максимального правдоподобия [11]. Эффективность алгоритма характеризуется вероятностью ошибки оценки числа сигналов. Для анализа полученного алгоритма использованы теория обнаружения сигналов [12] и понятие укороченной вероятности ошибки [10].

Следуя [10] рассмотрим оценку максимального правдоподобия числа ортогональных детерминированных сигналов. Предположим, что наблюдается сумма из v сигналов $s_i(t)$ так, что принимается сигнал

$$s(t, v) = \sum_{i=1}^v s_i(t), \quad (1)$$

где $v = \overline{1, v_{\max}}$, $\forall i \ s_i(t) \in L_2(0, T)$.

Пусть сигнал (1) наблюдается в течение интервала времени $[0, T]$ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Следовательно, обработке доступна реализация:

$$x(t) = n(t) + \sum_{i=1}^{v_0} s_i(t), \quad (2)$$

где v_0 — истинное число сигналов.

Наложим на функции из множества $\{s_i(t)\}_{i=1}^{v_{\max}}$ условие ортогональности:

$$\int_0^T s_i(t) s_j(t) dt = \begin{cases} E_i, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases}$$

Используем для оценки числа сигналов v_0 метод максимального правдоподобия. В [11] приведена формула для логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП), когда помехой является аддитивный белый гауссовский шум:

$$L(l) = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s(t, l) dt - \frac{1}{N_0} \int_0^T s^2(t, l) dt. \quad (3)$$

где l — совокупность неизвестных параметров сигнала $s(t, l)$.

Подставляя (1) в (3) запишем логарифм ФОП как:

$$L(v) = \frac{2}{N_0} \sum_{m=1}^v \int_0^T x(t) s_m(t) dt - \frac{1}{N_0} \sum_{m=1}^v E_m, \quad (4)$$

где $v \in \overline{1, v_{\max}}$, $E_m = \int_0^T s_m^2(t) dt$ — энергия m -го сигнала в (1).

Используя (4), находим алгоритм максимального правдоподобия оценки числа сигналов:

$$\hat{v} = \arg \sup_v L(v), \quad v = \overline{1, v_{\max}}. \quad (5)$$

Рассмотрим свойства логарифма ФОП (4). Для этого подставив в (4) реализацию наблюдаемых данных (2) получаем

$$L(v, z) = \sum_{i=1}^{\min(v_0, v)} z_i^2 - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^v z_i^2 + \sum_{i=1}^v z_i \eta_i, \quad (6)$$

где $z_i^2 = 2E_i / N_0$ — отношение сигнал-шум (ОСШ) для i -го сигнала, η_i — независимые гауссовские случайные величины с параметрами $(0, 1)$, $z = \|z_i\|$ — вектор ОСШ.

Как показано в [10], из (6) следует, что оценка (5) является состоятельной [11].

Эффективность алгоритма оценки числа сигналов возможно охарактеризовать величиной полной вероятности ошибки $p_e = p(\hat{v} \neq v_0)$. Однако расчет этой вероятности требует существенных вычислительных ресурсов.

С целью получения упрощенной приближенной формулы для вероятности ошибки, заметим, что любой алгоритм $\mathcal{R}$ оценки числа сигналов возможно представить в виде

$$\hat{v} = \arg \sup_v R(v, x(t)),$$

где $R(v, x(t))$ — функционал, определяемый структурой алгоритма $\mathcal{R}$ и зависящий от числа

сигналов и реализации наблюдаемых данных. С помощью данного представления полную вероятность ошибки для алгоритма $\mathcal{A}$ возможно записать как

$$p_e = 1 - p(R(v_0, x(t)) > R(i, x(t))), \quad i \neq v_0, \quad i = \overline{1, v_{\max}}. \quad (7)$$

Далее, в качестве приближения к полной вероятности ошибки, для случая $1 < v_0 < v_{\max}$ введем в рассмотрение укороченную вероятность ошибки алгоритма $\mathcal{A}$, определяемую как

$$p_t = 1 - p(R(v_0, x(t)) > R(v_0 + 1, x(t)), R(v_0, x(t)) > R(v_0 - 1, x(t))). \quad (8)$$

Из (8) следует, что укороченная вероятность ошибки является нижней границей для полной вероятности ошибки (7), когда $1 < v_0 < v_{\max}$. В случае $v_0 = 1$ или $v_0 = v_{\max}$ вместо (8) необходимо пользоваться формулами

$$p_t = 1 - p(R(v_0, x(t)) > R(v_0 + 1, x(t)))$$

или

$$p_t = 1 - p(R(v_0, x(t)) > R(v_0 - 1, x(t))),$$

соответственно. Отметим, что укороченная вероятность ошибки (8) совпадает с полной вероятностью ошибки (7) при $v_{\max} = 3$ и $v_0 = 2$.

Найдем укороченную вероятность ошибки (8) для алгоритма (5):

$$p_{t0} = 1 - p(L(v_0) > L(v_0 + 1), L(v_0) > L(v_0 - 1)). \quad (9)$$

Подставляя (6) в (9) получаем формулу для укороченной вероятности ошибки алгоритма (5):

$$p_{t0} = 1 - p\left(\eta_{v_0} > -\frac{z_{v_0}}{2}, \eta_{v_0+1} < \frac{z_{v_0+1}}{2}\right) =$$

$$= 1 - \Phi\left(\frac{z_{v_0}}{2}\right)\Phi\left(\frac{z_{v_0+1}}{2}\right), \quad (10)$$

где $\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp(-t^2/2) dt$ — интеграл вероятности.

Выражение (10) является частным случаем укороченной вероятности ошибки для алгоритма оценки числа сигналов с известными амплитудами [10].

Для проверки работоспособности алгоритма (5) и установления границ применимости формулы (10) выполнено статистическое моделирование алгоритма оценки числа сигналов (5). В целях наглядности результатов моделирования в дальнейшем полагалось, что все энергии сигналов в (1) равны, при этом для всех сигналов $z^2 = z_i^2$, $i \in \overline{1, v_{\max}}$. Результаты моделирования показаны на рис. 1.

На рис. 1 сплошной линией показана зависимость вероятности ошибки определения числа сигналов v алгоритмом (5) от ОСШ при $v_{\max} = 3$, $v_0 = 2$. Эта вероятность совпадает с укороченной вероятностью ошибки (10) при $v_{\max} \geq 3$. Также на рис. 1 приведены значения вероятности ошибки определения числа сигналов v алгоритмом (5), полученные с помощью статистического моделирования для случаев $v_{\max} = 3$, $v_0 = 2$ (кружки); $v_{\max} = 9$, $v_0 = 5$ (квадраты); $v_{\max} = 101$, $v_0 = 51$ (треугольники).

Из рис. 1 следует, что при ОСШ более 2,5–3 формулу (10) возможно использовать для расчета полной вероятности ошибки (7) алгоритма (6) при любом $v_{\max} \leq 101$. Кроме того, рис. 1 подтверждает, что укороченная вероятность ошибки является нижней границей полной вероятности ошибки (7) и стремится к ней с ростом ОСШ.

Рассмотрим обобщение на случай наличия у сигналов неизвестных неэнергетических параметров. Предположим, что наблюдается сумма из v сигналов $s_i(t, \mathbf{l}_i)$, каждый из кото-

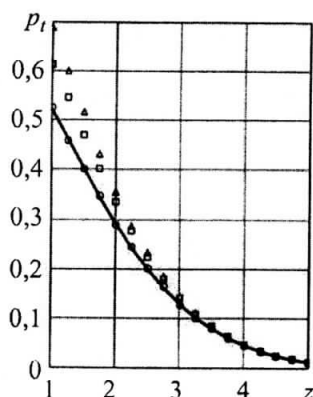


Рис. 1

рых зависит от вектора неизвестных параметров $\mathbf{I}_i$:

$$s(t, \mathbf{v}, \mathbf{L}) = \sum_{i=1}^v s_i(t, \mathbf{I}_i), \quad (11)$$

где $\mathbf{v} = \overline{1, v_{\max}}$; $\forall i, \mathbf{I}_i: s_i(t, \mathbf{I}_i) \in L_2(T_1, T_2)$; $\mathbf{L} = \|\mathbf{I}_1, \dots, \mathbf{I}_{v_{\max}}\|$ — блочный вектор, объединяющий все неизвестные параметры $\mathbf{I}_i = \|I_{i1}, \dots, I_{i\mu_i}\|$; $\mathbf{I}_i \in \Lambda_i$; Λ_i — априорная область возможных значений i -го вектора неизвестных параметров, μ_i — число неизвестных параметров i -го сигнала.

Пусть сигнал (11), как и прежде, наблюдается в течение интервала времени $[0, T]$ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . Следовательно, обработке доступна реализация:

$$x(t) = n(t) + \sum_{i=1}^{v_0} s_i(t, \mathbf{I}_{0i}), \quad (12)$$

где v_0 и $\mathbf{L}_0 = \|\mathbf{I}_{01}, \dots, \mathbf{I}_{0v_0}\|$ — истинные значения соответствующих параметров.

Наложим на функции из множества $\{s_i(t, \mathbf{I}_i)\}_{i=1}^{v_{\max}}$ условие ортогональности

$$\int_0^T s_i(t, \mathbf{I}_i) s_j(t, \mathbf{I}_j) dt = \begin{cases} E_i, & i = j, \\ 0, & i \neq j. \end{cases} \quad (13)$$

Равенство (13) должно выполняться при любых значениях неизвестных параметров $\mathbf{I}_i \in \Lambda_i$. Будем полагать, что неизвестные параметры $\mathbf{L} = \|\mathbf{I}_1, \dots, \mathbf{I}_{v_{\max}}\|$ являются неэнергетическими [11], т.е. $\forall i$:

$$\int_0^T s_i^2(t, \mathbf{I}_i) dt = E_i = \text{const}(\mathbf{I}_i).$$

Введем в рассмотрение функционалы

$$L_{zi}(\mathbf{I}_i) = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s_i(t, \mathbf{I}_i) dt. \quad (14)$$

Подставляя (11) в (3) и используя (14), запишем логарифм ФОП в виде:

$$L(\mathbf{v}, \mathbf{L}) = \sum_{i=1}^v [L_{zi}(\mathbf{I}_i) - z_i^2 / 2] \quad (15)$$

В соответствии с методом максимального правдоподобия значения неизвестных параметров сигналов в (15) необходимо заменить на их оценки максимального правдоподобия. Эта процедура сводится к максимизации логарифма ФОП (15) по значениям вектора неизвестных параметров $\mathbf{L}$:

$$L_m(\mathbf{v}) = \sup_{\mathbf{L}} L(\mathbf{v}, \mathbf{L}) = \sum_{i=1}^v [L_{mzi} - z_i^2 / 2], \quad (16)$$

где $L_{mzi} = \sup_{\mathbf{I}_i} L_{zi}(\mathbf{I}_i)$, $\mathbf{I}_i \in \Lambda_i$ — абсолютный (наибольший) максимум логарифма ФОП (3).

Используя (16) запишем алгоритм максимального правдоподобия оценки числа сигналов:

$$\hat{\mathbf{v}} = \arg \sup_{\mathbf{v}} L_m(\mathbf{v}), \quad \mathbf{v} = \overline{1, v_{\max}}. \quad (17)$$

Укороченная вероятность ошибки (8) для алгоритма (17) имеет вид:

$$P_{10} = 1 - p(L_m(\mathbf{v}_0) > L_m(\mathbf{v}_0 + 1), \\ L_m(\mathbf{v}_0) > L_m(\mathbf{v}_0 - 1)) =$$

$$= 1 - p(L_m(v_0) - L_m(v_0 + 1) > 0, \\ L_m(v_0) - L_m(v_0 - 1) > 0). \quad (18)$$

Подставляя (16) в (18) получаем

$$p_t = 1 - p\left(L_{mzv_0} > \frac{z_{v_0}^2}{2}, L_{mzv_0+1} < \frac{z_{v_0+1}^2}{2}\right). \quad (19)$$

Возможно показать, что процессы $L_{zv_0}(I_{v_0}), L_{z(v_0+1)}(I_{v_0+1})$ не коррелированы, а значит и независимы, поэтому абсолютные максимумы L_{mzv_0}, L_{mzv_0+1} этих процессов — независимые случайные величины. Следовательно (19) запишется как

$$p_t = 1 - p\left(L_{mzv_0} > \frac{z_{v_0}^2}{2}\right) p\left(L_{mzv_0+1} < \frac{z_{v_0+1}^2}{2}\right). \quad (20)$$

Определим вероятность p_t используя (20). Первая вероятность p имеет вид:

$$p\left(L_{mzv_0} > \frac{z_{v_0}^2}{2}\right) = 1 - p\left(L_{mzv_0} < \frac{z_{v_0}^2}{2}\right) = 1 -$$

$$p\left\{\sup_{I_{v_0}} \left[z_{v_0}^2 S_{v_0}(I_{0v_0}, I_{v_0}) + z_{v_0} N_{v_0}(I_{v_0}) \right] < \frac{z_{v_0}^2}{2} \right\}, \quad (21)$$

где $S_k(I_{1k}, I_{2k})$ — нормированная сигнальная функция, определяемая как [11]:

$$S_k(I_{1k}, I_{2k}) = \frac{2}{N_0} \int_0^T s_k(t, I_{1k}) s_k(t, I_{2k}) \frac{dt}{z_k}, \quad (22)$$

$N_k(I_k)$ — нормированная шумовая функция, которая представляет собой реализацию центрированного гауссовского однородного поля с корреляционной функцией (22) [12].

В [12] рассмотрена задача обнаружения сигнала с неизвестными неэнергетическими

параметрами по методу максимального правдоподобия. При этом решение о наличии или отсутствии сигнала принимается в результате сравнения абсолютного максимума логарифма ФОП L_{mzv} (16) с порогом. При сопоставлении (21) и формул [12] возможно сделать вывод о том, что вероятность $p(L_{mzv_0} < z_{v_0}^2 / 2)$ в (21) совпадает с вероятностью ошибки второго рода (вероятность пропуска сигнала) при обнаружении сигнала $s_{v_0}(t, I_{v_0})$ по методу максимального правдоподобия, если порог обнаружения равен $z_{v_0}^2 / 2$ [12].

Обозначим как

$$\beta_k = p\left\{\sup_{I_k} \left[z_k^2 S_k(I_{0k}, I_k) + z_k N_k(I_k) \right] < \frac{z_k^2}{2} \right\} = \\ = p(L_{mzk} < z_k^2 / 2) \quad (23)$$

— вероятность ошибки второго рода при обнаружении сигнала $s_k(t, I_{0k})$.

Согласно [12] приближенное выражение для вероятности (23) имеет вид

$$\beta_k = \frac{z_k^{\mu_k/2}}{\sqrt{2\pi}} \times \\ \times \exp\left[-\frac{\xi_k}{(2\pi)^{(\mu_k+1)/2}} \left(\frac{z_k}{2}\right)^{\mu_k-1} \exp\left(-\frac{z_k^2}{8}\right) \right] \times \\ \times \int_{-\infty}^{z_k/2} \exp\left(\frac{2z_k^2 - x^2}{4}\right) D_{-\mu_k/2}(2z_k - x) dx \quad (24)$$

при $z_k > 2\sqrt{\mu_k - 1}$ и $\beta_k \approx 0$ при $z_k < 2\sqrt{\mu_k - 1}$. Точность формулы (24) улучшается с ростом ξ_k и z_k .

В (24) использованы обозначения: $D_\mu(x)$ — функция параболического цилиндра [13],

$$\xi_k = V_k \sqrt{\det \left\| \frac{\partial^2 S_k(I_{1k}, I_{2k})}{\partial I_{1ki} \partial I_{2kj}} \right\|_{I_{1k}=I_{2k}}},$$

$$i, j = \overline{1, \mu_k} \quad (25)$$

приведенный объем априорной области Λ_k возможных значений параметров $\mathbf{l}_k, V_k$ — евклидов объем этой области.

Приведенный объем (25) характеризует число различных значений неизвестных параметров в априорной области их возможных значений. В случае, когда помехой является белый гауссовский шум, приведенный объем (25) возможно выразить через производные полезного сигнала

$$\xi_k = V_k \sqrt{\det \left\| \frac{1}{E_k} \int_0^T \frac{ds_k(t, \mathbf{l}_k)}{dl_{ki}} \frac{ds_k(t, \mathbf{l}_k)}{dl_{kj}} dt \right\|},$$

$$i, j = \overline{1, \mu_k}. \quad (26)$$

Далее вычислим вторую вероятность p в (20):

$$p \left(L_{mzv_{0+1}} < \frac{z_{v_{0+1}}^2}{2} \right) = 1 - p \left(L_{mzv_{0+1}} > \frac{z_{v_{0+1}}^2}{2} \right) =$$

$$= 1 - p \left\{ \sup_{\mathbf{l}_{v_{0+1}}} [N_{v_{0+1}}(\mathbf{l}_{v_{0+1}})] > \frac{z_{v_{0+1}}^2}{2} \right\} =$$

$$= 1 - \alpha_{v_{0+1}}. \quad (27)$$

Величину $\alpha_{v_{0+1}}$ возможно интерпретировать как вероятность ошибки первого рода (ложная тревога) при обнаружении сигнала $s_{v_{0+1}}(t, \mathbf{l}_{v_{0+1}})$ по методу максимального правдоподобия, если порог обнаружения $z_{v_{0+1}}^2 / 2$. Действительно, в [12] показано, что вероятность ложной тревоги при обнаружении сигнала $s_{v_{0+1}}(t, \mathbf{l}_{v_{0+1}})$ по методу максимального

правдоподобия равна вероятности превышения случайным полем $N_{v_{0+1}}(\mathbf{l}_{v_{0+1}})$ заданного порога обнаружения.

Используя полученную в [12] формулу, запишем выражение для вероятности ложной тревоги в (27) как (28) (см. внизу с. 28).

Используя (21)–(27) находим укороченную вероятность ошибки (19):

$$p_t = 1 - (1 - \beta_{v_0})(1 - \alpha_{v_{0+1}}) =$$

$$= \beta_{v_0} + \alpha_{v_{0+1}} - \beta_{v_0} \alpha_{v_{0+1}}, \quad (29)$$

где β_{v_0} и $\alpha_{v_{0+1}}$ определяются из (24) и (28) соответственно.

При достаточно больших значениях ОСШ z_k формулы (24), (28) возможно упростить, заменив их асимптотически точными при $z_k \rightarrow \infty$ [12]:

$$\beta_k = 1 - \Phi(z_k / 2),$$

$$\alpha_k = \frac{\xi_k}{(2\pi)^{(\mu_k+1)/2}} \left(\frac{z_k}{2} \right)^{\mu_k-1} \exp \left(-\frac{z_k^2}{8} \right). \quad (30)$$

При $\xi_{v_0} = \xi_{v_{0+1}} = \xi, \mu_{v_0} = \mu_{v_{0+1}} = \mu$ и достаточно больших ОСШ $z^2 = z_{v_0}^2 = z_{v_{0+1}}^2$ с помощью формул (30) выражение (29) запишется как

$$p_t = \frac{1}{z} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left(-\frac{z^2}{8} \right) \left(1 + \frac{\xi z^\mu}{2^{3\mu/2} \pi^{\mu/2}} \right). \quad (31)$$

Если сигнал не содержит неизвестных параметров, то при больших значениях ОСШ z^2 выражение (10) принимает вид

$$p_{t0} = \frac{2}{z} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \exp \left(-\frac{z^2}{8} \right).$$

$$\alpha_k = \begin{cases} 1 - \exp \left[-\frac{\xi_k}{(2\pi)^{(\mu_k+1)/2}} \left(\frac{z_k}{2} \right)^{\mu_k-1} \exp \left(-\frac{z_k^2}{8} \right) \right], & z_k > 2\sqrt{\mu_k - 1}, \\ 1, & z_k < 2\sqrt{\mu_k - 1}. \end{cases} \quad (28)$$

Ухудшение качества функционирования алгоритма (17) оценки числа сигналов вследствие наличия неизвестных неэнергетических параметров возможно характеризовать величиной

$$\chi = \frac{P_t}{P_{t0}} = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\xi z^\mu}{2^{3\mu/2} \pi^{\mu/2}} \right).$$

Следовательно, с ростом ОСШ, числа неизвестных параметров и приведенного объема априорной области возможных значений неизвестных параметров происходит относительное ухудшение качества оценки числа сигналов вследствие наличия неизвестных неэнергетических параметров.

В качестве примера рассмотрим случай, когда сигнал $s_{v_0}(t, \mathbf{l}_{v_0})$ представляет собой радиоимпульс с колокольной огибающей

$$s(t, \varphi, \omega, \lambda) = a \exp \left(-\frac{(t - \lambda)^2}{\tau^2} \right) \cos(\omega t - \varphi), \quad (32)$$

где фаза $\varphi \in [-\pi, \pi]$, частота $\omega \in [\Omega_1, \Omega_2]$ и задержка $\lambda \in [T_1, T_2]$ — неизвестные параметры сигнала. Предполагается, что время наблюдения сигнала $[0, T]$ много больше длительности τ сигнала, $T_1 > 0$ и $T_2 < T$.

С помощью (26) найдем величины приведенных объемов априорных областей возможных значений неизвестных параметров для ситуаций, когда неизвестны только фазы — $\xi_1 = 2\pi, \mu_1 = 1$, когда неизвестны и фазы и частоты — $\xi_2 = \pi\tau(\Omega_2 - \Omega_1), \mu_2 = 2$, и для случая, когда все три параметра сигнала (фаза, частота и задержка) не известны — $\xi_3 = \pi(T_2 - T_1)(\Omega_2 - \Omega_1), \mu_3 = 3$.

Подставив значения приведенных объемов априорных областей и числа неизвестных параметров в (24), (27) вычислим укороченную вероятность ошибки (28) для перечисленных ситуаций.

На рис. 2 приведены зависимости укороченной вероятности ошибки оценки числа сиг-

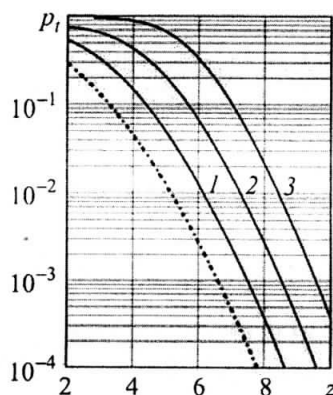


Рис. 2

налов от ОСШ когда все параметры сигнала (32) априори известны (штрихпунктирная линия) и при наличии неизвестных неэнергетических параметров в сигнале (32) (сплошные линии). На рис. 2 показаны случаи, когда неизвестны только фазы принимаемых сигналов $\xi_1 = 2\pi$ (кривая 1), неизвестны фазы и частоты принимаемых сигналов $\xi_2 = 10\pi$ (кривая 2), неизвестны фазы, частоты и задержки принимаемых сигналов $\xi_3 = 50\pi$ (кривая 3).

Из рис. 2 видно, что увеличение числа неизвестных параметров и приведенного объема априорной области возможных значений неизвестных параметров существенно сказывается на качестве функционирования алгоритма оценки числа сигналов, что совпадает с результатами расчетов. Например, при ОСШ $z = 7$ вероятность ошибки для алгоритма (17) вследствие незнания начальной фазы возрастает в 5 раз относительно ситуации, когда все параметры известны, вследствие незнания фазы и частоты эта вероятность возрастает в 50 раз, вследствие незнания всех трех параметров сигнала вероятность ошибки для алгоритма (17) возрастает в 100 раз.

Предложенная укороченная вероятность ошибки оценки числа сигналов позволяет количественно охарактеризовать эффективность алгоритмов оценки числа сигналов. Укороченная вероятность ошибки является нижней гра-

ницей полной вероятности ошибки и стремиться к ней с ростом ОСШ. Полученные результаты анализа максимально правдоподобного алгоритма оценки числа сигналов с неизвестными неэнергетическими параметрами дают возможность оценить потери в качестве функционирования алгоритма, в зависимости от количества и характера неизвестных параметров. Показано, что с ростом приведенного объема априорной области возможных значений неизвестных параметров снижается качество функционирования рассмотренного алгоритма оценки числа сигналов.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Волков Л. И. Системы цифровой радиосвязи / Л. И. Волков, М. С. Немировский, Ю. С. Шинаков. — М.: Эко-Трендз, 2005. — 392 с.
2. Флакман А. Г. Адаптивная обработка сигналов в антенных решетках с учетом ранга матрицы импульсной характеристики многолучевого канала / А. Г. Флакман // Радиофизика. — 2002. — Т. 45, № 12. — С. 1064–1076. — (Известия ВУЗов).
3. Манелис В. Б. Алгоритмы слежения и демодуляции сигнала мобильной связи в условиях неразрешаемой многолучевости / В. Б. Манелис // Радиотехника. — 2007. — № 4. — С. 16–21.
4. El-Beheri I. N. Maximum likelihood estimation of the number, directions and strengths of point radio sources from variable baseline interferometer data / I. N. El-Beheri, R. H. Macphie // IEEE Trans. Antennas Propag. — Mar. 1978. — Vol. 26, No. 2. — P. 294–301. — DOI: [10.1109/TAP.1978.1141830](https://doi.org/10.1109/TAP.1978.1141830).
5. Трифонов А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.
6. Ратынский М. В. Адаптация и сверхразрешение в антенных решетках / М. В. Ратынский. — М.: Радио и связь, 2003. — 200 с.
7. Kundu D. Estimating the number of signals in the presence of white noise / D. Kundu // J. Statistical Planning Inference. — 2000. — Vol. 90, No. 1. — P. 57–68. — DOI: [10.1016/S0378-3758\(00\)00102-6](https://doi.org/10.1016/S0378-3758(00)00102-6).
8. Wax M. Detection of signals by information theoretic criteria / M. Wax, T. Kailath // IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process. — Apr. 1985. — Vol. 33, No. 2. — P. 387–392. — DOI: [10.1109/TASSP.1985.1164557](https://doi.org/10.1109/TASSP.1985.1164557).
9. Логинов А. А. Метод оценки числа источников излучения в задаче амплитудной моноимпульсной пеленгации / А. А. Логинов, О. А. Морозов, Ю. М. Семенова, В. Р. Фидельман // Радиофизика. — 2013. — Т. 56, № 7. — С. 505–513. — (Известия ВУЗов).
10. Трифонов А. П. Оценка числа сигналов с неизвестными амплитудами / А. П. Трифонов, А. В. Харин // Нелинейный мир. — 2013. — Т. 11, № 12. — С. 853–866. — Режим доступа: <http://elibrary.ru/item.asp?id=21043802>.
11. Куликов Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М.: Сов. радио, 1978. — 296 с.
12. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович, [и др.] ; под ред. П. А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.
13. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, И. Стиган. — М.: Наука, 1979. — 832 с.

Поступила в редакцию 15.07.2014

INFORMATION ON THE ARTICLE

ESTIMATION OF THE NUMBER OF ORTHOGONAL SIGNALS WITH UNKNOWN NON-ENERGY PARAMETERS*

Trifonov A. P., trifonov@phys.vsu.ru, trirad@mail.ru, Voronezh State University, Voronezh, Russia

Kharin A. V., phys.vsu@gmail.com, Voronezh State University, Voronezh, Russia

The synthesis and analysis of an algorithm for estimation of the number of orthogonal signals with unknown non-energy parameters have been performed by using the maximum likelihood method

Keywords: maximum likelihood method; estimate of the signal number; truncated error probability; non-energy parameters

REFERENCES

1. VOLKOV, L.I.; NEMIROVSKII, M.S.; SHINAKOV, Y.S. *Digital Radio Communication Systems*. Moscow: Eko-Trends, 2005 [in Russian].
2. FLAKSMAN, A.G. Adaptive signal processing in antenna arrays with allowance for the rank of the impulse-response matrix of a multipath channel. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2002, v.45, n.12, p.977-988, DOI: [10.1023/A:1023585517419](https://doi.org/10.1023/A:1023585517419).
3. MANELIS, V.B. Algorithms for tracking and demodulation of mobile communication signals under conditions of unresolved multipath propagation. *Radiotekhnika*, 2007, n.4, p.16-21.
4. EL-BEHERY, I.N.; MACPHIE, R.H. Maximum likelihood estimation of the number, directions and strengths of point radio sources from variable baseline interferometer data. *IEEE Trans. Antennas Propag.*, Mar. 1978, v.26, n.2, p.294-301, DOI: [10.1109/TAP.1978.1141830](https://doi.org/10.1109/TAP.1978.1141830).
5. TRIFONOV, A.P.; SHINAKOV, Y.S. *Joint Discrimination of Signals and Estimation of their Parameters against the Background of Interferences*. Moscow: Radio i Svyaz', 1984 [in Russian].
6. RATYNSKII, M.V. *Adaptation and Superresolution in Antenna Arrays*. Moscow: Radio i Svyaz', 2003 [in Russian].
7. KUNDU, D. Estimating the number of signals in the presence of white noise. *J. Statistical Planning Inference*, 2000, v.90, n.1, p.57-68, DOI: [10.1016/S0378-3758\(00\)00102-6](https://doi.org/10.1016/S0378-3758(00)00102-6).
8. WAX, M.; KAILATH, T. Detection of signals by information theoretic criteria. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Process.*, Apr. 1985, v.33, n.2, p.387-392, DOI: [10.1109/TASSP.1985.1164557](https://doi.org/10.1109/TASSP.1985.1164557).
9. LOGINOV, A.A.; MOROZOV, O.A.; SEMENOVA, M.Y.; FIDELMAN, V.R. Method for estimating the number of radiation sources in the problem of the amplitude monopulse direction finding. *Radiophysics and Quantum Electronics*, 2013, v.56, n.7, p.456-463, DOI: [10.1007/s11141-013-9449-6](https://doi.org/10.1007/s11141-013-9449-6).
10. TRIFONOV, A.P.; KHARIN, A.V. Estimation the number of signals with unknown amplitudes. *Nelineinyi Mir*, 2013, v.11, n.12, p.853-866.
11. KULIKOV, E.I.; TRIFONOV, A.P. *Estimation of Signal Parameters against the Background of Interferences*. Moscow: Sov. Radio, 1978 [in Russian].
12. AKIMOV, P.S.; BAKUT, P.A.; BOGDANOVICH, V.A.; ET AL. *Theory of Signal Detection*. Moscow: Radio i Svyaz', 1984 [in Russian, ed. by P. A. Bakut].
13. ABRAMOWITZ, M.; STEGUN I.A. (eds.), *Handbook of Mathematical Functions*. Tenth Printing, 1972.

Received in final form July 15, 2014

* The study was carried out with support of RFFI (Project No. 13-01-97504 and 13-08-00735) and the Ministry of Education and Science of RF (Project No. 978).