

Р 5014 (323)
Т. 60, № 11, 2015

(323)

ISSN 0033-8494

Том 60, Номер 11

Ноябрь 2015



РАДИОТЕХНИКА и ЭЛЕКТРОНИКА

<http://www.naukaran.ru>
<http://www.maik.ru>



“НАУКА”

УДК 621.391

КВАЗИОПТИМАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ДАЛЬНОСТИ И СКОРОСТИ
ПО ЛАЗЕРНЫМ ИЗМЕРЕНИЯМ ДАЛЬНОСТИ© 2015 г. А. П. Трифонов¹, А. В. Курбатов¹, О. В. Чернояров², Б. И. Шахтарин³¹Воронежский государственный университет,

Российская Федерация, 394007, Воронеж, Университетская пл., 1

²Национальный исследовательский университет "МЭИ"

Российская Федерация, 111250, Москва, ул. Красноказарменная, 14

³Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана,

Российская Федерация, 105005, Москва, ул. 2-я Бауманская, 5, стр. 1

E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Поступила в редакцию 26.01.2015 г.

Выполнен синтез алгоритма оценки дальности и скорости по лазерным измерениям дальности в каждом периоде повторения зондирующей последовательности оптических импульсов. Показано, что синтезированный алгоритм допускает существенно более простую аппаратную реализацию по сравнению с максимально правдоподобным. Найдены характеристики оценок с учетом аномальных ошибок. Определены потери в точности квазиоптимальных оценок по сравнению с оценками максимального правдоподобия. Методами статистического моделирования установлена работоспособность синтезированного алгоритма и определены границы области применения асимптотических формул для его характеристик.

DOI: 10.7868/S0033849415100125

Во многих приложениях оптической локации [1–4], кроме задачи оценки дальности цели, которую успешно решают лазерные дальномеры, представляет интерес также оценка радиальной скорости. Для определения параметров движения цели широко применяют последовательности оптических импульсов. В связи с этим актуальна задача исследования точности основанных на их использовании методов оценки дальности и скорости.

В работах [5, 6] рассмотрены оценки максимального правдоподобия дальности и скорости при зондировании объекта последовательностью оптических импульсов, найдены потенциальные характеристики оценок дальности и скорости. Однако при аппаратной реализации максимально правдоподобных алгоритмов оценок сразу двух параметров движения встречаются существенные трудности. Значительно упростить процедуру оценок дальности и скорости можно, используя предлагаемую ниже квазиоптимальную оценку на основе лазерных измерений дальности для каждого импульса последовательности.

Полагаем, что излучается последовательность оптических импульсов с интенсивностью

$$s_N(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \hat{s}(t - (k - \mu)\vartheta - \lambda), \quad (1)$$

где $\hat{s}(t)$ — функция, описывающая интенсивность отдельного оптического импульса, λ — временное положение последовательности, ϑ — период повторения импульсов. Параметр μ определяет точку последовательности, с которой связано ее временное положение λ . Так, при $\mu = 0$ величина λ определяет временное положение первого импульса, при $\mu = (N - 1)/2$ — временное положение середины последовательности (1), а при $\mu = N - 1$ — временное положение последнего импульса последовательности.

Предположим, что принимаемый (обрабатываемый) сигнал является результатом рассеяния последовательности оптических импульсов (1) объектом, находящимся на дальности R_0 и имеющим радиальную скорость V_0 . В этом случае интенсивность принимаемого сигнала имеет вид [1, 5, 6]

$$s(t, R_0, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s(t - 2R_0/c - (k - \mu)(1 + 2V_0/c)\vartheta), \quad (2)$$

где c — скорость света. Форма интенсивности $s(t)$ принимаемых импульсов, вообще говоря, может отличаться от формы интенсивности $\hat{s}(t)$ импульсов зондирующего сигнала (1).

Будем считать, что

$$|V_0| \ll c.$$

При этом интервал наблюдения $[0, T]$ больше длительности всей последовательности оптических импульсов: $T > N\theta$, а величина скважности последовательности не менее двух, т.е. отдельные импульсы не перекрываются.

Сигнал с интенсивностью (2) наблюдается на отрезке времени $[0, T]$ на фоне оптического шума с постоянной интенсивностью v . Следовательно,

$$R_{\text{апр}} = (R_{\text{мин}} + R_{\text{макс}})/2, \quad \Delta R_{\text{апр}} = R_{\text{макс}} - R_{\text{мин}}, \quad \Delta R_0 = R_{\text{апр}} - R_0, \\ V_{\text{апр}} = (V_{\text{мин}} + V_{\text{макс}})/2, \quad \Delta V_{\text{апр}} = V_{\text{макс}} - V_{\text{мин}}, \quad \Delta V_0 = V_{\text{апр}} - V_0.$$

Для получения оценки максимального правдоподобия [7–10] необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР), который с точностью до несущественных слагаемых имеет вид [11]

$$L(R, V) = \int_0^T \ln(1 + s(t, R, V)/v) d\pi(t), \quad (3)$$

а в качестве оценки параметров (R_0, V_0) использовать величины

$$(\hat{R}, \hat{V}) = \underset{(R, V) \in W}{\operatorname{argsup}} L(R, V), \quad (4)$$

где $W = [R_{\text{мин}}, R_{\text{макс}}][V_{\text{мин}}, V_{\text{макс}}]$ — априорное множество возможных значений параметров движения.

Для условных смещений и рассеяний оценок максимального правдоподобия дальности и скорости с учетом аномальных ошибок в [6] получены выражения

$$b(\hat{R}|R_0, V_0) = \langle \hat{R} - R_0 \rangle = (1 - P_0)\Delta R_0, \\ b(\hat{V}|R_0, V_0) = \langle \hat{V} - V_0 \rangle = (1 - P_0)\Delta V_0, \\ B(\hat{R}|R_0, V_0) = \langle (\hat{R} - R_0)^2 \rangle = P_0 B_0(\hat{R}|R_0, V_0) + \\ + (1 - P_0)\Delta R_{\text{апр}}^2/12 + (1 - P_0)\Delta R_0^2, \\ B(\hat{V}|R_0, V_0) = \langle (\hat{V} - V_0)^2 \rangle = P_0 B_0(\hat{V}|R_0, V_0) + \\ + (1 - P_0)\Delta V_{\text{апр}}^2/12 + (1 - P_0)\Delta V_0^2, \quad (5)$$

где угловые скобки означают статистическое усреднение по реализациям процесса $\pi(t)$ при фиксированных значениях всех неизвестных параметров. В этих формулах вероятность P_0 надежной оценки определяется формулой [6]

обработке доступна реализация пуассоновского процесса $\pi(t)$ интенсивностью

$$\beta(t, R_0, V_0) = s(t, R_0, V_0) + v,$$

причем возможные значения дальности R_0 и скорости V_0 лежат соответственно в априорных интервалах

$$[R_{\text{мин}}, R_{\text{макс}}], \quad [V_{\text{мин}}, V_{\text{макс}}].$$

Введем обозначения

$$P_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left[-\frac{(x-z)^2}{2} - \frac{\xi x}{\kappa(2\pi)^{3/2}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\kappa^2}\right)\right] dx. \quad (6)$$

Здесь

$$\kappa^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \ln^2(1 + s(t)/v) dt}{\int_{-\infty}^{+\infty} (1 + s(t)/v) \ln^2(1 + s(t)/v) dt}, \quad (7)$$

$$z^2 = N z_1^2 \quad (8)$$

— отношение сигнал/шум (ОСШ) для последовательности оптических импульсов интенсивностью (2),

$$z_1^2 = \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \ln(1 + s(t)/v) dt \right]^2}{v \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + s(t)/v) \ln^2(1 + s(t)/v) dt} \quad (9)$$

— ОСШ для одного оптического импульса интенсивностью $s(t)$,

$$\xi = 2\Delta R_{\text{апр}} \Delta V_{\text{апр}} \theta (\beta/c)^2 \sqrt{(N^2 - 1)/3} \quad (10)$$

— приведенная площадь априорной области возможных значений неизвестных дальности и скорости [12],

$$\beta^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{ds(t)/dt}{1 + s(t)/v} \right]^2 dt}{v^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \ln^2(1 + s(t)/v) dt}. \quad (11)$$

Величина приведенной площади определяет число различных значений дальности и скорости в области W .

При больших значениях ОСШ (8) для всей последовательности (2) вероятность надежной оценки (6) $P_0 \approx 1$. Соответственно, выражения для рассеяний оценок максимального правдоподобия (5) принимают вид

$$\begin{aligned} B(\hat{R}|R_0, V_0) &= B_0(\hat{R}|R_0, V_0) = \\ &= \frac{c^2}{4\alpha^2} \frac{12(\mu^2 + \mu) + 4N^2 - 6(2\mu + 1)N + 2}{N(N^2 - 1)}, \\ B(\hat{V}|R_0, V_0) &= B_0(\hat{V}|R_0, V_0) = \\ &= \frac{c^2}{4\alpha^2 \vartheta^2} \frac{12}{N(N^2 - 1)}, \end{aligned} \quad (12)$$

где

$$\alpha^2 = \frac{1}{v} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{[ds(t)/dt]^2}{1 + s(t)/v} dt.$$

Выражения (12) определяют рассеяния надежных оценок максимального правдоподобия дальности и скорости. Эти рассеяния совпадают с дисперсиями эффективных оценок [1, 2, 4]. Следовательно, оценки максимального правдоподобия дальности и скорости являются асимптотически эффективными (с ростом ОСШ для всей последовательности) [1, 2, 4].

В соответствии с формулой (4) для получения оценки максимального правдоподобия необходимо формировать логарифм ФОП (3) как функцию двух переменных: R и V для всех возможных значений $(R, V) \in W$. Аппаратурная реализация этой процедуры весьма затруднительна, поскольку, как правило, приходится использовать схему, многоканальную по скорости [7]. В этом случае измеритель содержит несколько параллельных каналов, каждый вырабатывает значения логарифма ФОП $L(R, V_j)$ в точках $V_j \in [V_{\min}, V_{\max}]$, выбранных с шагом, обеспечивающим желаемую точность измерений. Каждый канал измерительной системы должен содержать согласованный фильтр для одного импульса и идеальный гребенчатый фильтр [13]. Однако при технической ре-

ализации гребенчатого фильтра при большом числе импульсов и большом априорном интервале возможных значений неизвестной скорости возникают трудности вследствие жестких требований к стабильности параметров линии задержки и высокой точности расположения отводов, обеспечивающей синхронность накопления импульсов.

С целью упрощения реализации измерителя дальности и скорости рассмотрим возможность определения дальности и скорости по оценкам временных положений отдельных импульсов последовательности (2):

$$\lambda_k = 2R/c + (k - \mu)(1 + 2V/c)\vartheta. \quad (13)$$

Перепишем интенсивность принимаемого сигнала (2) в виде

$$s(t, R_0, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} s(t - \lambda_{0k}), \quad (14)$$

где

$$\lambda_{0k} = 2R_0/c + (k - \mu)(1 + 2V_0/c)\vartheta.$$

Будем считать, что известны интервалы времени $[t_{k-1}, t_k]$ (k -й период повторения), в которых локализованы сигналы $s(t - \lambda_{0k})$. Учитывая (13), оценки дальности и скорости можно сформировать на основе оценок временных положений λ_{0k} , которые соответствуют лазерным импульсным измерениям дальности $R_k = c\lambda_{0k}/2$.

В соответствии с методом максимального правдоподобия для оценки временных положений λ_{0k} следует формировать логарифм ФОП, который для каждого импульса с точностью до несущественных слагаемых имеет вид [8]

$$L_k(\lambda_k) = \int_{t_{k-1}}^{t_k} \ln(1 + s(t - \lambda_k)/v) d\pi(t). \quad (15)$$

В качестве оценок временных положений λ_{0k} отдельных импульсов используются положения наибольших максимумов решающих статистик (15):

$$\hat{\lambda}_k = \underset{\lambda_k \in [\Lambda_{k \min}, \Lambda_{k \max}]}{\operatorname{argsup}} L_k(\lambda_k), \quad (16)$$

где

$$\begin{aligned} \Lambda_{k \min} &= \begin{cases} 2R_{\min}/c + (k - \mu)(1 + 2V_{\min}/c)\vartheta & \text{при } k > \mu, \\ 2R_{\min}/c + (k - \mu)(1 + 2V_{\max}/c)\vartheta & \text{при } k \leq \mu, \end{cases} \\ \Lambda_{k \max} &= \begin{cases} 2R_{\max}/c + (k - \mu)(1 + 2V_{\max}/c)\vartheta & \text{при } k > \mu, \\ 2R_{\max}/c + (k - \mu)(1 + 2V_{\min}/c)\vartheta & \text{при } k \leq \mu. \end{cases} \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь $[\Lambda_{k \min}, \Lambda_{k \max}]$ — априорный интервал возможных значений временного положения k -го

импульса λ_k . Предполагается, что $[\Lambda_{k \min}, \Lambda_{k \max}] \subseteq [t_{k-1}, t_k]$. Введем дополнительные обозначения:

$$\begin{aligned}\Delta\Lambda_{k \text{ апр}} &= \Lambda_{k \text{ макс}} - \Lambda_{k \text{ мин}} = \\ &= 2\Delta R_{\text{апр}}/c + 2|k - \mu|\Delta V_{\text{апр}}\vartheta/c, \\ \Lambda_{k \text{ апр}} &= (\Lambda_{k \text{ макс}} + \Lambda_{k \text{ мин}})/2 = \\ &= 2R_{\text{апр}}/c + (k - \mu)(1 + 2V_{\text{апр}}/c)\vartheta, \\ \Delta\Lambda_{0k} &= \Lambda_{k \text{ апр}} - \lambda_{0k}.\end{aligned}$$

Таким образом, оценки максимального правдоподобия временных положений λ_{0k} можно получить относительно просто: достаточно использовать фильтр, согласованный с одним импульсом последовательности (14), а затем найти положения абсолютных максимумов выходного сигнала согласованного фильтра на априорных интервалах $[\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}]$.

При возможном наличии аномальных ошибок оценки (16) характеризуются плотностями вероятности [11, 12, 14]

$$W_k(\hat{\lambda}_k | R_0, V_0) = P_{0k} W_{0k}(\hat{\lambda}_k | R_0, V_0) + (1 - P_{0k}) W_{ak}(\hat{\lambda}_k), \quad (18)$$

где гауссовская плотность вероятности надежной оценки имеет вид [8, 11, 13]

$$W_{0k}(\hat{\lambda}_k | R, V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D_0(\hat{\lambda}_k)}} \times \exp\left[-\frac{(\hat{\lambda}_k - m_{0k}(R, V))^2}{2D_0(\hat{\lambda}_k)}\right]. \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned}m_{0k}(R_0, V_0) &= \langle \hat{\lambda}_k \rangle = \lambda_{0k} = \\ &= 2R_0/c + (k - \mu)\vartheta(1 + 2V_0/c), \\ D_0(\hat{\lambda}_k) &= \alpha^{-2},\end{aligned}$$

$W_{ak}(\hat{\lambda}_k)$ — плотность вероятности аномальной оценки, постоянная в априорном интервале $[\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}]$, а P_{0k} — вероятность надежной оценки, которая определяется по формуле [11, 13]

$$P_{0k} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_0^\infty \exp\left[-\frac{(x - z_1)^2}{2} - \frac{\xi_k}{2\pi} \exp\left(-\frac{x^2}{2\kappa^2}\right)\right] dx, \quad (20)$$

где

$$\xi_k = \Delta\Lambda_{k \text{ апр}}\beta$$

— приведенная длина априорного интервала $[\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}]$ возможных значений временных положений k -го импульса [11, 14]. Она характеризует число оптических импульсов, которые могут разместиться в априорном интервале $[\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}]$. Величины κ^2 , z_1^2 и β^2 определяются согласно выражениям (7), (9) и (11) соответственно.

Распределение случайной величины $\hat{\lambda}_k$ можно аппроксимировать гауссовским распределением (19), если выполняется условие [15]

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s(t)dt + \nu\tau \gg 1,$$

где τ — эквивалентная длительность импульсов принимаемой последовательности (2).

Для условных смещений и рассеяний оценок временных положений (16) имеем [14]

$$\begin{aligned}b(\hat{\lambda}_k | \lambda_{0k}) &= \langle \hat{\lambda}_k - \lambda_{0k} \rangle = (1 - P_{0k})\Delta\Lambda_{0k}, \\ B(\hat{\lambda}_k | \lambda_{0k}) &= \langle (\hat{\lambda}_k - \lambda_{0k})^2 \rangle = P_{0k}/\alpha^2 + \\ &+ (1 - P_{0k})(\Delta\Lambda_{k \text{ апр}}^2/12 + \Delta\Lambda_{0k}^2).\end{aligned}$$

Перейдем к оценкам величин R_0 и V_0 на основе оценок временных положений отдельных импульсов $\hat{\lambda}_k$. Из формулы (18) видно, что плотности вероятности оценок временных положений $\hat{\lambda}_k$ не являются гауссовскими. По этой причине синтез квазиоптимальной оценки на основе (18) затруднителен. Следовательно, при отыскании квазиоптимальной оценки ограничимся гауссовской аппроксимацией (19) распределения (18), которая имеет место, если значения P_{0k} (20) близки к единице. Таким образом, для аппроксимации условной плотности вероятности случайной величины $\hat{\lambda}_k$ будем использовать приближенную формулу (19).

Набор из N независимых случайных величин $\hat{\lambda}_k$ (16) используем в качестве исходной статистики для получения квазиоптимальных оценок дальности $\tilde{R}$ и $\tilde{V}$. Соответствующая функция правдоподобия имеет вид

$$\begin{aligned}W(\hat{\lambda}_0, \dots, \hat{\lambda}_{N-1} | R, V) &= \prod_{k=0}^{N-1} W_{0k}(\hat{\lambda}_k | R, V) = \\ &= \prod_{k=0}^{N-1} \frac{1}{\sqrt{2\pi D_0(\hat{\lambda}_k)}} \exp\left[-\frac{(\hat{\lambda}_k - 2R/c - (k - \mu)(1 + 2V/c)\vartheta)^2}{2D_0(\hat{\lambda}_k)}\right].\end{aligned}$$

Логарифм функции правдоподобия с точностью до несущественных постоянных слагаемых запишем как

$$L_N(R, V) = \ln W(\hat{\lambda}_0, \dots, \hat{\lambda}_{N-1} | R, V) = -\frac{1}{2} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{(\hat{\lambda}_k - 2Rc - (k - \mu)(1 + 2V/c)\vartheta)^2}{D_0(\hat{\lambda}_k)} \quad (21)$$

Согласно методу максимального правдоподобия в качестве оценок $\hat{R}$ и $\hat{V}$ параметров движения следует взять те значения, при которых функция $L(R, V)$ (21) максимальна. Решая систему уравнений правдоподобия

$$\left. \frac{\partial L_N(R, V)}{\partial R} \right|_{(\tilde{R}, \tilde{V})} = 0, \quad \left. \frac{\partial L_N(R, V)}{\partial V} \right|_{(\tilde{R}, \tilde{V})} = 0,$$

находим квазиоптимальные оценки дальности и скорости

$$\tilde{R} = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{Rk} \hat{\lambda}_k, \quad \tilde{V} = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{Vk} \hat{\lambda}_k - \frac{c}{2}, \quad (22)$$

где

$$\delta_{Rk} = \frac{c[k(6\mu - 3N + 3) + (N-1)(2N-1-3\mu)]}{N(N^2-1)},$$

$$\delta_{Vk} = -\frac{3c(N-2k-1)}{9N(N^2-1)}.$$

Полученный квазиоптимальный алгоритм оценки можно реализовать при помощи блок-схемы, показанной на рис. 1. На вход приемника поступает поток коротких импульсов, который является производной $\pi'(t)$ реализации пуассоновского случайного процесса $\pi(t)$. Поток импульсов проходит через фильтр Φ с импульсной характеристикой $h(t) = h_0 \ln(1 + s(t^* - t)/v)$, где h_0 — коэффициент передачи фильтра, t^* — задержка, причем необходимо $t^* > \tau$, где τ — длительность одного оптического импульса интенсивностью $s(t)$. После фильтра сигнал умножается на функцию

$$\chi_k(t) = \begin{cases} 1, & t \in [\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}], \\ 0, & t \notin [\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}] \end{cases}$$

последовательно для всех $k = 0, \dots, N-1$. Блок Экстрематор определяет временное положение наибольшего максимума сигнала на интервале $[\Lambda_{k \text{ мин}}, \Lambda_{k \text{ макс}}]$ (17) для k -го импульса, поступающего на вход, и вырабатывает последовательность оценок $\hat{\lambda}_k$. ВУ — вычислительное устройство, рассчитывающее оценки дальности и скорости по формулам (22). Из рис. 1 видно, что аппаратная реализация приемника квазиоптимального алгоритма оценки дальности и скорости является одноканальной в отличие от приемника максимального правдоподобия.

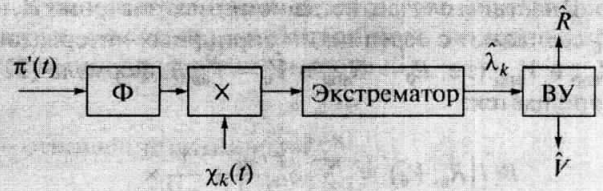


Рис. 1. Блок-схема квазиоптимального измерителя дальности и скорости.

Перейдем к расчету характеристик точности квазиоптимальных оценок дальности и скорости (22). Заменяя в формулах (22) случайные величины $\hat{\lambda}_k$ их условными математическими ожиданиями, получаем условные математические ожидания оценок $\tilde{R}$ и $\tilde{V}$. При замене в формулах (22) случайных величин $\hat{\lambda}_k$ их истинными значениями λ_{0k} , получаем истинные значения дальности и скорости R_0 и V_0 , поскольку надежные оценки являются несмещенными. Вычитая первый полученный результат из второго, приходим к формулам для условных смещений оценок $\tilde{R}$ и $\tilde{V}$:

$$b(\tilde{R} | R_0, V_0) = \langle \tilde{R} - R_0 \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{Rk} (1 - P_{0k}) \Delta \Lambda_{0k},$$

$$b(\tilde{V} | R_0, V_0) = \langle \tilde{V} - V_0 \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{Vk} (1 - P_{0k}) \Delta \Lambda_{0k}.$$

Соответственно, для условных рассеяний получаем

$$B(\tilde{R} | R_0, V_0) = \langle (\tilde{R} - R_0)^2 \rangle = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{Rk}^2 P_{0k} / \alpha^2 +$$

$$+ [\chi_{/00} \Delta R_{\text{апп}}^2 + 2\vartheta \chi_{/01} \Delta R_{\text{апп}} \Delta V_{\text{апп}} +$$

$$+ \vartheta^2 \chi_{/11} \Delta V_{\text{апп}}^2] / 3c^2 + 4[\psi_{/00} \Delta R_0^2 +$$

$$+ 2\vartheta \psi_{/01} \Delta R_0 \Delta V_0 + \vartheta^2 \psi_{/11} \Delta V_0^2] / c^2, \quad (23)$$

где I — один из оцениваемых параметров движения: R или V ,

$$\chi_{lmn} = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{lk}^2 (1 - P_{0k}) |k - \mu|^{m+n}, \quad m, n = 0, 1,$$

$$\psi_{lmn} = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{lk}^2 P_{0k} (1 - P_{0k}) (k - \mu)^{m+n} +$$

$$+ \left(\sum_{k=0}^{N-1} \delta_{lk} (1 - P_{0k}) (k - \mu)^m \right) \times$$

$$\times \left(\sum_{k=0}^{N-1} \delta_{lk} (1 - P_{0k}) (k - \mu)^n \right).$$

В частном случае, когда истинные значения R_0 и V_0 совпадают с серединами априорных интервалов $R_{\text{апр}}$ и $V_{\text{апр}}$ (т.е. $R_0 = R_{\text{апр}}$ и $V_0 = V_{\text{апр}}$), формула (32) упрощается:

$$B(\tilde{I}|R_0, V_0) = \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{lk}^2 \frac{P_{0k}}{\alpha^2} + \frac{1}{3c^2} \times \\ \times \sum_{k=0}^{N-1} \delta_{lk}^2 (1 - P_{0k}) [\Delta R_{\text{апр}} + 9|k - \mu| \Delta V_{\text{апр}}]^2. \quad (24)$$

При больших значениях ОСШ (9) для каждого импульса последовательности (2) вероятность надежных оценок (20) $P_{0k} \approx 1$. Соответственно, выражения (23) для рассеяний квазиоптимальных оценок дальности и скорости принимают вид (12), т.е. совпадают с рассеяниями надежных оценок максимального правдоподобия и, следовательно, с рассеяниями эффективных оценок [1, 2, 4]. Таким образом, асимптотически (с ростом ОСШ для каждого импульса) квазиоптимальные оценки являются эффективными.

Согласно [3, 4] высокая точность оценок максимального правдоподобия дальности и скорости достигается при достаточно больших ОСШ $z^2 = N z_1^2$ (8) для всей последовательности (2), даже если значение ОСШ z_1^2 (9) для одного импульса мало. В этой связи точность квазиоптимальных оценок (22) может быть существенно ниже, чем точность оценок максимального правдоподобия (4). Действительно, если значение z^2 (8) велико, аномальные ошибки оценок (4) дальности и скорости фактически отсутствуют. В то же время при малых z_1^2 (9) могут иметь место аномальные ошибки оценок $\hat{\lambda}_k$ (16), которые могут привести к существенному снижению точности оценок (22).

Для сравнения характеристик совместно-эффективных оценок, оценок максимального правдоподобия и квазиоптимальных оценок конкретизируем форму интенсивности оптических импульсов и приведем формулы для условных нормированных рассеяний при $R_0 = R_{\text{апр}}$ и $V_0 = V_{\text{апр}}$.

Полагаем, что форма интенсивности одного импульса последовательности (2) описывается кривой Гаусса

$$s(t) = a \exp(-\pi t^2 / 2\tau^2), \quad (25)$$

где

$$a = \max s(t)$$

— максимальная интенсивность импульса,

$$\tau = \int_{-\infty}^{+\infty} s^2(t) ds / \max s^2(t)$$

— эквивалентная длительность импульса.

В случае квазиоптимальных оценок формулы для условных нормированных рассеяний при $R_0 = R_{\text{апр}}$ и $V_0 = V_{\text{апр}}$ в соответствии с (24) имеют вид

$$b_{\tilde{R}}(R_0, V_0) = \frac{B(\tilde{R}|R_0, V_0)}{\Delta R_{\text{апр}}^2} = \\ = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{\delta}_{Rk}^2 \left[\frac{P_{0k}}{4m_R^2 q \mu_s \alpha_0^2} + \frac{1 - P_{0k}}{12} \left(1 + \frac{m_V}{m_R} |k - \mu| \right)^2 \right], \\ b_{\tilde{V}}(R_0, V_0) = \frac{B(\tilde{V}|R_0, V_0)}{\Delta V_{\text{апр}}^2} = \\ = \sum_{k=0}^{N-1} \tilde{\delta}_{Vk}^2 \left[\frac{P_{0k}}{4m_V^2 q \mu_s \alpha_0^2} + \frac{1 - P_{0k}}{12} \left(\frac{m_R}{m_V} + |k - \mu| \right)^2 \right], \\ \tilde{\delta}_{Rk} = \frac{2[k(6\mu - 3N + 3) + (N - 1)(-3\mu + 2N - 1)]}{N(N^2 - 1)}, \\ \tilde{\delta}_{Vk} = \frac{6(2k - N + 1)}{N(N^2 - 1)}. \quad (26)$$

В случае оценок максимального правдоподобия формулы для условных нормированных рассеяний при $R_0 = R_{\text{апр}}$ и $V_0 = V_{\text{апр}}$ в соответствии с (5) имеют вид

$$b_{\hat{R}}(R_0, V_0) = \frac{B(\hat{R}|R_0, V_0)}{\Delta R_{\text{апр}}^2} = \frac{P_0}{4m_R^2 q \mu_s \alpha_0^2} \times \\ \times \frac{2(6\mu^2 + 6\mu + 2N^2 - 3(2\mu + 1)N + 1)}{N(N^2 - 1)} + \frac{1 - P_0}{12}, \\ b_{\hat{V}}(R_0, V_0) = \frac{B(\hat{V}|R_0, V_0)}{\Delta V_{\text{апр}}^2} = \frac{P_0}{4m_V^2 q \mu_s \alpha_0^2} \times \\ \times \frac{12}{N(N^2 - 1)} + \frac{1 - P_0}{12}. \quad (27)$$

Полагая в (27) $P_0 = 1$ получаем нормированные характеристики надежных оценок максимального правдоподобия (12), которые совпадают с характеристиками совместно-эффективных оценок [11, 14]:

$$b_{RE}(R_0, V_0) = \frac{B_0(\hat{R}|R_0, V_0)}{\Delta R_{pr}^2} = \frac{1}{4m_R^2 q \mu_s \alpha_0^2} \times \\ \times \frac{2(6\mu^2 + 6\mu + 2N^2 - 3(2\mu + 1)N + 1)}{N(N^2 - 1)}, \quad (28)$$

$$b_{VE}(R_0, V_0) = \frac{B_0(\hat{V}|R_0, V_0)}{\Delta V_{pr}^2} = \\ = \frac{1}{4m_V^2 q \mu_s \alpha_0^2} \frac{12}{N(N^2 - 1)}.$$

В выражениях для нормированных рассеяний оценок (26)–(28) введены обозначения

$$\alpha_0^2 = \pi^2 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x^2 \exp(-\pi x^2)}{1 + q \exp(-\pi x^2/2)} dx, \quad (29)$$

$$m_R = \Delta R_{\text{анр}}/c\tau$$

— число импульсов интенсивностью (29), которые укладываются в априорном интервале возможных значений дальности, $c\tau$ — пространственная эквивалентная длительность одного импульса,

$$m_V = \vartheta \Delta V_{\text{анр}}/c\tau$$

— доля пространственной длины импульса, на которую может переместиться цель за период повторения последовательности (2),

$$q = a/v$$

— отношение сигнал/фон,

$$\mu_S = a\tau$$

— среднее число сигнальных точек (фотоэлектронов), соответствующих одному импульсу.

Для расчета вероятности надежной оценки P_0 в (27) надо подставить в формулу (6) вместо κ^2 (7) значение

$$\kappa^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \ln^2[1 + q \exp(-\pi x^2/2)] dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} [1 + q \exp(-\pi x^2/2)] \ln^2[1 + q \exp(-\pi x^2/2)] dx}, \quad (30)$$

величину z^2 взять из (8), где теперь ОСШ z_1^2 (9) принимает вид

$$z_1^2 = q \mu_S \frac{\left[\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\pi x^2/2) \ln[1 + q \exp(-\pi x^2/2)] dx \right]^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} [1 + q \exp(-\pi x^2/2)] \ln^2[1 + q \exp(-\pi x^2/2)] dx}, \quad (31)$$

и величину

$$\xi = 2q^2 m_R m_V \beta_0^2 \sqrt{(N^2 - 1)/3}.$$

Здесь

$$\beta_0^2 = \pi^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\frac{x \exp(-\frac{\pi x^2}{2})}{1 + q \exp(-\frac{\pi x^2}{2})} \right]^2 dx \bigg/ \int_{-\infty}^{+\infty} \ln^2[1 + q \exp(-\pi x^2/2)] dx.$$

Соответственно, для расчета вероятностей надежной оценки P_{0k} в (26) надо подставить в формулу (20) величины (30) и (31), а также принять

$$\xi_k = 2q\beta_0(m_R + |k - \mu|m_V).$$

Зависимости условных нормированных смещений b_R и b_V (26), (27) и (28) рассматриваемых оценок дальности и скорости от отношения сигнал/фон q при $\mu = 0$ приведены на рис. 2–7. Сплошными линиями изображены теоретические зависимости для квазиоптимальной оценки с учетом аномальных ошибок (26), штриховыми — для оценки максимального правдоподобия с учетом аномальных ошибок (27), штрихпунктирными — для совместно-эффективной оценки (28). Результаты статистического моделирования обозначены кружочками.

Из рисунков видим, что в области надежной оценки характеристики квазиоптимальных оценок и оценок максимального правдоподобия совпадают с характеристиками совместно-эффективных оценок. Это иллюстрирует асимптотическую эффективность квазиоптимального метода и метода максимального правдоподобия. В области аномальных ошибок точность квазиоптимальной оценки существенно ниже, чем точность оценки максимального правдоподобия. При этом асимптотическая эффективность оценок максимального правдоподобия достигается при меньших значениях отношения сигнал/фон, чем для квазиоптимальных оценок.

Из сопоставления рис. 2 и 4, а также рис. 3 и 5 видим, что увеличение числа импульсов в зондирующей последовательности приводит к увеличе-

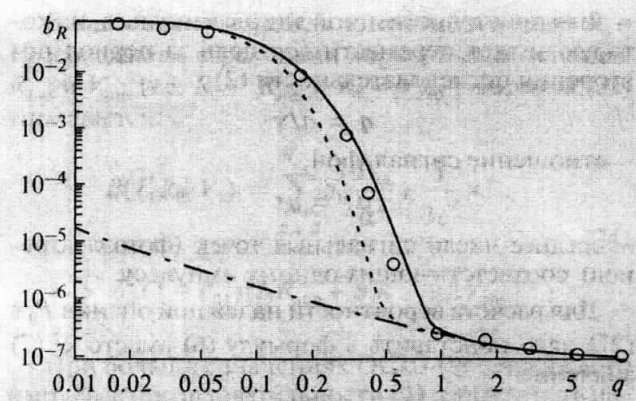


Рис. 2. Нормированные рассеяния оценок дальности при $N = 2, \mu_S = 100, m_R = 100, m_V = 1$.

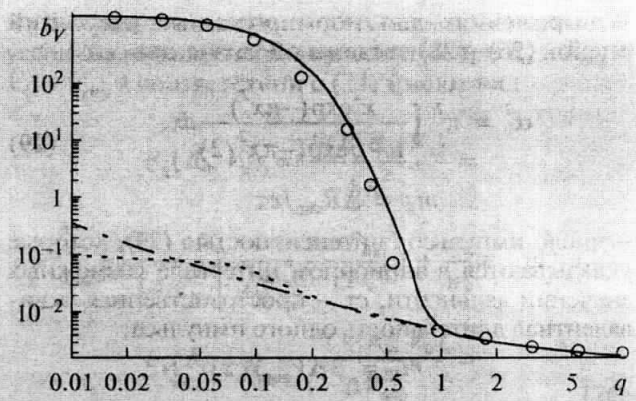


Рис. 3. Нормированные рассеяния оценок скорости при $N = 2, \mu_S = 100, m_R = 100, m_V = 1$.

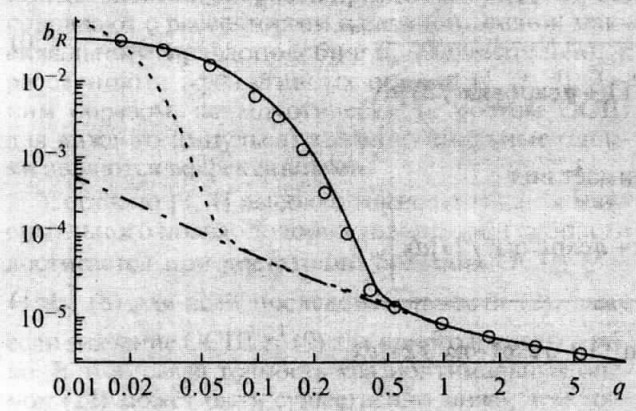


Рис. 4. Нормированные рассеяния оценок дальности при $N = 10, \mu_S = 100, m_R = 10, m_V = 1$.

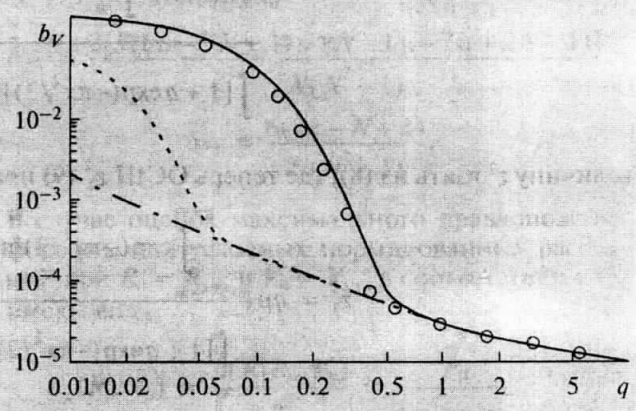


Рис. 5. Нормированные рассеяния оценок скорости при $N = 10, \mu_S = 100, m_R = 10, m_V = 1$.

нию точности оценок. Особенно заметно увеличивается точность оценок скорости. Кроме того видно, что при увеличении числа импульсов область аномальных ошибок для квазиправдоподобного метода не меняется, а для оценок максимального правдоподобия уменьшается. Увеличение приведенной длины априорного интервала возможных значений дальности m_R не приводит к изменению надежных характеристик. Однако при увеличении априорного интервала возможных значений дальности увеличивается область пороговых явлений как для квазиоптимального метода, так и для метода максимального правдоподобия.

Найденные выше выражения для характеристик квазиоптимальных оценок являются лишь асимптотически точными при больших значениях параметров μ_S и m_R . При конечных значениях этих параметров определить погрешность найденных формул аналитическими методами пока не представляется возможным. В связи с этим исследование работоспособности квазиоптимального алгоритма, а также определение границ области применения асимптотических выражений для характеристик оценок

дальности и скорости были выполнены методами статистического моделирования на ЭВМ.

В процессе статистического моделирования формировались дискретные отсчеты логарифма ФОП (15) для каждого импульса с шагом $\Delta\lambda = \tau/25$. Интеграл в (15) при этом аппроксимирован конечной суммой отсчетов подынтегральной функции с шагом $\Delta t = \tau/25$. Пуассоновский процесс $\pi(t)$ формировался на основе стандартного датчика равномерно распределенных на интервале $[0, 1]$ независимых случайных чисел для интенсивности процесса $s(t - \lambda_{0k}) + v$, где величина $s(t)$ определяется согласно формуле (25). При выбранном интервале дискретизации $\Delta\lambda = \tau/2$ относительная среднеквадратическая погрешность аппроксимации логарифма ФОП (15) ступенчатыми функциями на основе его отсчетов не превышала 2.5%. По положению наибольшего максимума аппроксимации логарифма ФОП (15) определялась оценка $\hat{\lambda}_k$ (16) временного положения k -го импульса. Набор оценок $\hat{\lambda}_k$ использовался для получения квазиоптимальных оценок

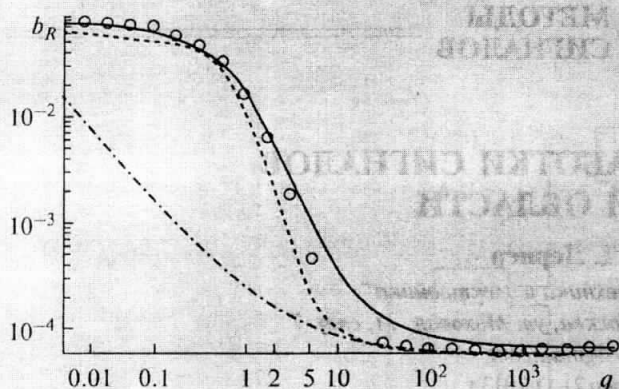


Рис. 6. Нормированные рассеяния оценок дальности при $N = 2$, $\mu_S = 10$, $m_R = 10$, $m_V = 0.5$.

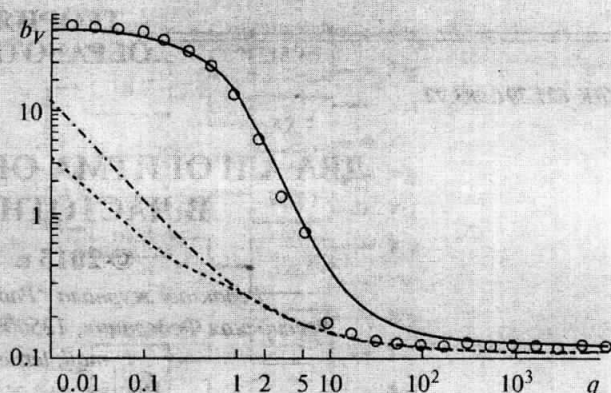


Рис. 7. Нормированные рассеяния оценок скорости при $N = 2$, $\mu_S = 10$, $m_R = 10$, $m_V = 0.5$.

дальности и скорости (22). Далее рассчитывались выборочные нормированные рассеяния оценок.

Объем N_e экспериментальной выборки в зависимости от значений параметров q , μ_S и m_R варьировался в интервале от 10^3 до 5×10^3 реализаций. Эти значения N_e обеспечивали среднеквадратическую погрешность экспериментальных данных в пределах 10...20%. Из рис. 2–7 следует, что теоретические зависимости (26) рассеяния квазиоптимальных оценок дальности и скорости с учетом аномальных ошибок удовлетворительно аппроксимируют экспериментальные данные при $\mu_S \geq 10$, $m_R \geq 10$. Эти нижние границы области применения полученных теоретических формул для характеристик квазиоптимальных оценок вряд ли могут быть существенно улучшены. Действительно, при $\mu_S = 5$ уже не наблюдается согласование теоретических и экспериментальных данных.

Предлагаемые квазиоптимальные оценки (22), как и оценки максимального правдоподобия (4), являются асимптотически эффективными с ростом ОСШ. Для того чтобы оценки максимального правдоподобия (4) были близки к эффективным оценкам, необходимо обеспечить достаточно большое значение ОСШ (8) для всей последовательности оптических импульсов интенсивностью (2). Для приближения квазиоптимальной оценки к эффективной необходимо, чтобы было велико значение ОСШ (9) для каждого импульса наблюдаемой последовательности оптических импульсов. Поэтому для обеспечения высокой апостериорной точности квазиоптимальных оценок требуется существенно большая энергия сигнала.

Таким образом, если условия высокой апостериорной точности оценок временных положений каждого импульса выполняются, вместо относительно сложно реализуемого алгоритма максимального правдоподобия (4) фактически без потерь в точности можно использовать достаточно просто реализуемый квазиоптимальный алгоритм (22). Кроме того, алгоритм (22) можно использовать для

обработки результатов в существующих высокоточных лазерных дальномерах с целью получения дополнительной информации о скорости цели.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 14-49-00079) и Министерства образования и науки Российской Федерации (проект № 1729).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Воробьев В.И. Оптическая локация для радиоинженеров. М.: Радио и связь, 1983.
2. Долинин Н.А., Терпухов А.Ф. Статистические методы в оптической локации. Томск: Изд-во Том. ун-та, 1982.
3. Волохатюк В.А., Красовский Р.Р. Вопросы оптической локации. М.: Сов. радио, 1971.
4. Хелстром К. Квантовая теория проверки гипотез и оценивания. М.: Мир, 1979.
5. Трифонов А.П., Беспалова М.Б. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1993. Т. 36. № 1. С. 17.
6. Трифонов А.П., Беспалова М.Б. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1995. Т. 38. № 4. С. 45.
7. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
8. Тихонов В.И., Шахтарин Б.И., Сизых В.В. Случайные процессы. Примеры и задачи. Т. 5. Оценка сигналов, их параметров и спектров. Основные теории информации. М.: Горячая линия-Телеком, 2009.
9. Шахтарин Б.И. Нелинейная оптимальная фильтрация в примерах и задачах. М.: Горячая линия-Телеком, 2014.
10. Шахтарин Б.И. // РЭ. 2006. Т. 51. № 11. С. 1324.
11. Трифонов А.П., Курбатов А.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2014. Т. 57. № 4. С. 319.
12. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986.
13. Лезин Ю.С. Оптимальные фильтры и накопители импульсных сигналов. М.: Сов. радио, 1978.
14. Трифонов А.П., Невежин Ю.В. // Изв. вузов. Радиофизика. 1999. Т. 42. № 12. С. 1201.
15. Большаков И.А., Ракошиц В.С. Прикладная теория случайных потоков. М.: Сов. радио, 1978.