

УДК 621.321

ОЦЕНКА ВРЕМЕНИ ПРИХОДА И ДЛИТЕЛЬНОСТИ РАДИОСИГНАЛА С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И НАЧАЛЬНОЙ ФАЗОЙ**А. П. Трифонов**, Ю. Э. Корчагин*, С. В. Корольков

Воронежский госуниверситет, г. Воронеж, Россия

Синтезированы квазиравдоподобный, максимально правдоподобный и квазиоптимальный алгоритмы оценки времени прихода и длительности радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой. Показаны различия в аппаратной или программной реализациях алгоритма оценки. Найдены характеристики эффективности функционирования синтезированных алгоритмов. Получены асимптотические выражения для смещений, рассеяний и коэффициента корреляции оценок времени прихода и длительности, справедливые при больших отношениях сигнал/шум. Определены потери в точности оценок времени прихода и длительности радиосигнала вследствие априорного незнания амплитуды и начальной фазы.

ВВЕДЕНИЕ

В практических приложениях статистической радиофизики, теории связи, радио- и гидролокации, радиоастрономии, дефектоскопии и сейсмологии актуальна задача приёма сигнала с неизвестными временем прихода и длительностью. В работе [1] рассмотрена задача совместной оценки максимального правдоподобия времени прихода и длительности прямоугольного импульса. В работе [2] исследованы оценки времени прихода и длительности сигнала произвольной формы, а в работе [3] — сигнала произвольной формы с неизвестной амплитудой. Однако во многих практических приложениях используются сигналы с высокочастотным заполнением (радиосигналы), которые ввиду специфики их распространения имеют неизвестные амплитуду и начальную фазу. Поэтому целесообразно рассмотреть алгоритмы совместной оценки времени прихода и длительности радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой. В данной работе на основе метода максимального правдоподобия синтезированы алгоритмы оценки времени прихода и длительности радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой. Для синтезированных алгоритмов найдены асимптотические характеристики эффективности их функционирования, точность которых увеличивается с ростом отношения сигнал/шум (ОСШ).

Модель радиосигнала с неизвестными амплитудой, начальной фазой, временем прихода и длительностью запишем в виде

$$s(t, a, \varphi, \lambda, \tau) = af(t) \cos(\omega t - \varphi) I\left(\frac{t - \lambda}{\tau}\right), \quad (1)$$

где $f(t)$ — непрерывная функция, описывающая форму огибающей функции радиосигнала,

$$I(x) = \begin{cases} 1, & |x| \leq 1/2; \\ 0, & |x| > 1/2 \end{cases} \quad (2)$$

— индикатор единичной длительности. Здесь a — величина, характеризующая амплитуду, $\varphi \in [0, 2\pi]$ — начальная фаза, λ — время прихода и τ — длительность сигнала. Модель сигнала (1)

* korchagin@phys.vsu.ru

используется, например, в гидролокации, дефектоскопии и сейсмологии, а оценка времени прихода и длительности такого сигнала позволяет определить параметры цели, дефекта или центра сейсмической активности. Будем считать, что время прихода и длительность могут принимать значения из априорной области Λ , описываемой неравенствами $|\lambda| \leq \Lambda_0/2$, $T_1 \leq \tau \leq T_2$, а сигнал (1) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 . В выбранной системе отсчёта времени положение переднего фронта сигнала $\theta_1 = \lambda - \tau/2$ может принимать значения из отрезка $[-(\Lambda_0 + T_2)/2, -(T_1 - \Lambda_0)/2]$, а положение заднего фронта $\theta_2 = \lambda + \tau/2$ — из отрезка $[(T_1 - \Lambda_0)/2, (\Lambda_0 + T_2)/2]$. Потребуем, чтобы интервалы возможных значений переднего и заднего фронтов не перекрывались, т. е. сигнал не мог исчезнуть раньше, чем он появляется:

$$-(T_1 - \Lambda_0)/2 \leq (T_1 - \Lambda_0)/2,$$

что равносильно неравенству

$$\Lambda_0 \leq T_1. \quad (3)$$

Располагая наблюдаемой на интервале времени $[-T/2, T/2]$ реализацией

$$\xi(t) = s(t, a_0, \varphi_0, \lambda_0, \tau_0) + n(t) \quad (4)$$

аддитивной смеси сигнала и шума, необходимо сформировать совместную оценку времени прихода и длительности. Здесь $a_0, \varphi_0, \lambda_0, \tau_0$ — истинные значения амплитуды, начальной фазы, времени прихода и длительности принимаемого сигнала соответственно. Положим, что сигнал (1) полностью размещается в интервале наблюдения, т. е. $T \geq \Lambda_0 + T_2$. Будем также считать, что в моменты появления $\theta_{01} = \lambda_0 - \tau_0/2$ и исчезновения $\theta_{02} = \lambda_0 + \tau_0/2$ принятого сигнала функция $f(t)$ не равна нулю, и, следовательно, сигнал появляется и исчезает скачком, т. е. является разрывным, что приводит к нарушению условий регулярности [4, 5].

Если амплитуда и начальная фаза полезного сигнала (1) априори известны, можно применить максимально правдоподобный алгоритм оценивания, согласно которому оценки времени прихода и длительности являются координатами положения абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия [4, 5]. При неизвестных начальной фазе, времени прихода и длительности логарифм функционала отношения правдоподобия зависит от четырёх неизвестных параметров: амплитуды, начальной фазы, времени прихода и длительности:

$$L(a, \varphi, \lambda, \tau) = \frac{2a}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt. \quad (5)$$

1. КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ

Одним из способов преодоления априорной параметрической неопределённости амплитуды и начальной фазы является применение квазиправдоподобного алгоритма оценивания [6]. Квазиправдоподобный приёмник формирует логарифм функционала отношения правдоподобия (5) для некоторых ожидаемых значений амплитуды a^* и начальной фазы φ^* и всех возможных значений времени прихода и длительности. Тогда квазиправдоподобные оценки времени прихода и длительности определяются как положения абсолютного максимума случайного поля

$$L^*(\lambda, \tau) = \frac{2a^*}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt - \frac{(a^*)^2}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt, \quad (6)$$

$$(\lambda^*, \tau^*) : L^*(\lambda^*, \tau^*) = \sup_{\lambda, \tau} L^*(\lambda, \tau). \quad (7)$$

Аналогично работам [1–3], перейдём в выражении (6) к новым переменным

$$\theta_1 = \lambda - \tau/2, \quad \theta_2 = \lambda + \tau/2 \quad (8)$$

— положениям переднего и заднего фронтов (моментам появления и исчезновения) сигнала (1) соответственно:

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = \frac{2a^*}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t)f(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt - \frac{(a^*)^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt. \quad (9)$$

Квазиправдоподобные оценки моментов появления и исчезновения являются положениями абсолютного максимума решающей статистики (9):

$$(\theta_1^*, \theta_2^*) : L^*(\theta_1^*, \theta_2^*) = \sup_{\theta_1, \theta_2} L^*(\theta_1, \theta_2), \quad (\theta_1, \theta_2) \in \Theta. \quad (10)$$

Здесь Θ — область возможных значений моментов появления и исчезновения [1]. Очевидно, что линейные преобразования (8) взаимно однозначны:

$$\lambda^* = (\theta_2^* + \theta_1^*)/2, \quad \tau^* = \theta_2^* - \theta_1^*. \quad (11)$$

Поэтому, определив характеристики квазиправдоподобных оценок (10) положений фронтов θ_1^* и θ_2^* , можно затем найти характеристики квазиправдоподобных оценок (7) времени прихода и длительности. При выполнении условия (3) априорные области моментов появления и исчезновения не перекрываются. Это позволяет выбрать произвольную точку θ из отрезка $[-(T_1 - \Lambda_0)/2, (T_1 - \Lambda_0)/2]$ и представить аналогично [7] случайное поле (9) в виде суммы двух случайных процессов.

$$L^*(\theta_1, \theta_2) = L^*_1(\theta_1) + L^*_2(\theta_2). \quad (12)$$

Первый из них зависит только от момента появления θ_1 , а второй — только от момента исчезновения θ_2 :

$$L^*_1(\theta_1) = \frac{2a^*}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t)f(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt - \frac{(a^*)^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt, \quad (13)$$

$$L^*_2(\theta_2) = \frac{2a^*}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t)f(t) \cos(\omega t - \varphi^*) dt - \frac{(a^*)^2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi^*) dt. \quad (14)$$

Такое представление позволяет предложить двухканальную блок-схему формирования оценок времени прихода и длительности (7). Квазиправдоподобные оценки θ_1^* и θ_2^* определяются как координаты абсолютного максимума случайного поля (12) при $(\theta_1, \theta_2) \in \Theta$. Для упрощения реализации приёмного устройства и поиска характеристик оценок расширим аналогично [1–3] априорную область Θ до квадрата Θ_a минимальной площади со сторонами, параллельными осям θ_1 и θ_2 , и включающего в себя область Θ . Тогда область Θ_a задаётся неравенствами

$$\theta_{1 \min} = -\beta \leq \theta_1 \leq -\alpha = \theta_{1 \max}, \quad \theta_{2 \min} = \alpha \leq \theta_2 \leq \beta = \theta_{2 \max},$$

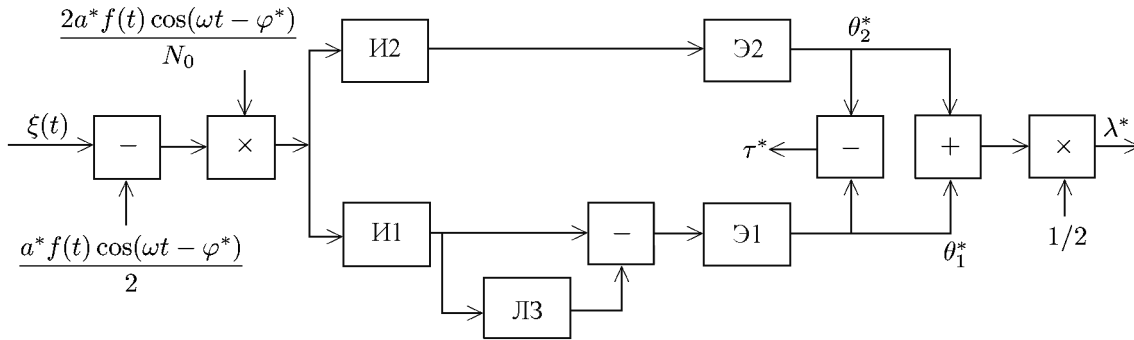


Рис. 1. Блок-схема квазиправдоподобного измерителя оценки времени прихода и длительности

$$\alpha = (T_1 - \Lambda_0)/2, \quad \beta = (T_2 + \Lambda_0)/2.$$

Поскольку выражения (13) и (14) содержат интегралы от гауссовского белого шума на неперекрывающихся интервалах, то $L^*_1(\theta_1)$ и $L^*_2(\theta_2)$ — статистически независимые гауссовские случайные процессы. Следовательно, положение максимума случайного поля $L^*(\theta_1, \theta_2)$ по переменным θ_1 и θ_2 можно искать отдельно как положения максимумов случайных процессов (13) и (14) соответственно:

$$\theta_i^* : L_i^*(\theta_i^*) = \sup_{\theta_i} L_i^*(\theta_i), \quad i = 1, 2, \quad (\theta_1, \theta_2) \in \Theta_a. \tag{15}$$

На рис. 1 показана блок-схема формирования квазиправдоподобных оценок времени прихода и длительности. Здесь И1 — интегратор на интервале времени $[\theta_{1\min}, t]$, $t \in [\theta_{1\min}, \theta]$, И2 — интегратор на интервале $[\theta, t]$, где $t \in [\theta, \theta_{2\max}]$, ЛЗ — линия задержки на время $t = \theta - \theta_{1\min}$, Э1 и Э2 — экстрематоры, которые осуществляют поиск положений максимумов сигнала на интервалах времени $[\theta, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ и $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$ соответственно. Эти положения являются квазиправдоподобными оценками моментов появления и исчезновения сигнала соответственно, из них формируются оценки времени прихода и длительности (11). Элементы «+», «-», «×» осуществляют сложение, вычитание и умножение сигналов.

Статистические характеристики квазиправдоподобных оценок моментов появления и исчезновения (10) были исследованы в работе [7]. Было показано, что оценки θ_1^* и θ_2^* статистически независимы и при больших ОСШ обладают асимптотическими значениями смещений

$$B_a(\theta_j^* | \theta_{0j}) = \langle \theta_j^* - \theta_{0j} \rangle = (-1)^j \frac{2T_{\max}}{\rho_j^2} \frac{(\Delta + 1)(\Delta - 2\delta_a - 1)}{(1 + \delta_a)^2(\Delta - \delta)^2}, \tag{16}$$

и рассеяний

$$V_a(\theta_j^* | \theta_{0j}) = \langle (\theta_j^* - \theta_{0j})^2 \rangle = \frac{8T_{\max}^2}{\rho_j^4} \frac{P(\delta_a, \Delta)}{(1 + \delta_a)^4(\Delta + 1)^2(\Delta - \delta_a)^4}. \tag{17}$$

Здесь

$$P(x, y) = 2y^6 - 4(2x - 1)y^5 + (11x^2 - 18x + 1)y^4 - (5x^3 - 29x^2 + 7x + 1)y^3 - \\ - (15x^3 - 21x^2 - 7x - 1)y^2 + (3x^5 + 15x^4 + 15x^3 + 29x^2 + 18x + 4)y - \\ - x^6 - 3x^5 + 5x^3 + 11x^2 + 8x + 2,$$

$\rho_j^2 = 2a_0^2 f^2(\theta_{0j}) T_{\max} / N_0$, $T_{\max} = \theta_{2\max} - \theta_{1\min} = 2\beta$ — максимально возможная длительность сигнала, $\theta_{01} = \lambda_0 - \tau_0 / 2$, $\theta_{02} = \lambda_0 + \tau_0 / 2$ — истинные значения моментов появления и исчезновения соответственно, $\Delta = 2 \cos \Delta\varphi - 1$, $\Delta\varphi = \varphi^* - \varphi_0$ — расстройка квазиправдоподобного измерителя

по начальной фазе, $\delta_a = (a^* - a_0)/a_0$ — относительная расстройка по амплитуде. Угловые скобки в выражениях (16) и (17) обозначают усреднение по реализациям наблюдаемых данных.

Смещения и рассеяния квазиправдоподобных оценок времени прихода и длительности (7) можно выразить через смещения и рассеяния квазиправдоподобных оценок моментов появления и исчезновения (15):

$$B(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = B(\theta_2^*|\theta_{02}) - B(\theta_1^*|\theta_{01}), \quad (18)$$

$$B(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = [B(\theta_2^*|\theta_{02}) + B(\theta_1^*|\theta_{01})]/2, \quad (19)$$

$$V(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = V(\theta_1^*|\theta_{01}) + V(\theta_2^*|\theta_{02}), \quad (20)$$

$$V(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = [V(\theta_1^*|\theta_{01}) + V(\theta_2^*|\theta_{02})]/4. \quad (21)$$

Согласно (8) и (11) запишем выражение для коэффициента корреляции оценок времени прихода и длительности

$$K(\lambda^*, \tau^*|\lambda_0, \tau_0) = \frac{V(\theta_2^*|\theta_{02}) - V(\theta_1^*|\theta_{01})}{V(\theta_2^*|\theta_{02}) + V(\theta_1^*|\theta_{01})}.$$

Подставляя величины (16) и (17) в формулы (18)–(21), получаем следующие асимптотические значения для смещений, рассеяний и коэффициента корреляции оценок времени прихода и длительности:

$$B_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = \frac{2T_{\max}(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{\rho_1^2\rho_2^2} \frac{(\Delta + 1)(\Delta - 2\delta_a - 1)}{(\delta_a + 1)^2(\Delta - \delta_a)^2}, \quad (22)$$

$$B_{a\varphi}(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = \frac{T_{\max}(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{\rho_1^2\rho_2^2} \frac{(\Delta + 1)(\Delta - 2\delta_a - 1)}{(\delta_a + 1)^2(\Delta - \delta_a)^2}, \quad (23)$$

$$V_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = 8T_{\max}^2 \frac{P(\delta_a, \Delta)(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4(\delta_a + 1)^4(\Delta + 1)^2(\Delta - \delta_a)^4}, \quad (24)$$

$$V_{a\varphi}(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = V_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)/4; \quad (25)$$

$$K_{a\varphi}(\tau^*, \lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = (q^4 - 1)/(q^4 + 1), \quad q^2 = \rho_1^2/\rho_2^2. \quad (26)$$

Как видно из формулы (23), квазиправдоподобная оценка времени прихода являются несмещённой для сигналов, имеющих одинаковую высоту переднего и заднего фронтов, т. е. при $\rho_1 = \rho_2$.

Если начальная фаза априори известна, то $\Delta\varphi = 0$, $\Delta = 1$, и величины (22)–(25) совпадают с характеристиками квазиправдоподобных оценок времени прихода и длительности сигнала с неизвестной амплитудой, найденными в работе [3]:

$$B_a(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = -\frac{8T_{\max}\delta_a(\rho_1^2 + \rho_2^2)}{\rho_1^2\rho_2^2(\delta_a + 1)^2(\delta_a - 1)^2}; \quad (27)$$

$$B_a(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = -\frac{4T_{\max}\delta_a(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{\rho_1^2\rho_2^2(\delta_a + 1)^2(\delta_a - 1)^2}; \quad (28)$$

$$V_a(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) = 2T_{\max}^2 \frac{(13 + 101\delta_a^2 + 15\delta_a^4 - \delta_a^6)(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4(\delta_a + 1)^4(\delta_a - 1)^4}; \quad (29)$$

$$V_a(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) = T_{\max}^2 \frac{(13 + 101\delta_a^2 + 15\delta_a^4 - \delta_a^6)(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{2\rho_1^4\rho_2^4(\delta_a + 1)^4(\delta_a - 1)^4} = \frac{V_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)}{4}. \quad (30)$$

При $\delta_a = 0$ и $\Delta\varphi = 0$ величины (22)–(25) совпадают с характеристиками максимально правдоподобных оценок времени прихода и длительности радиосигнала с априори известными амплитудой и начальной фазой, найденными в работе [2]:

$$B_{0\tau} = B_{0\lambda} = 0, \quad (31)$$

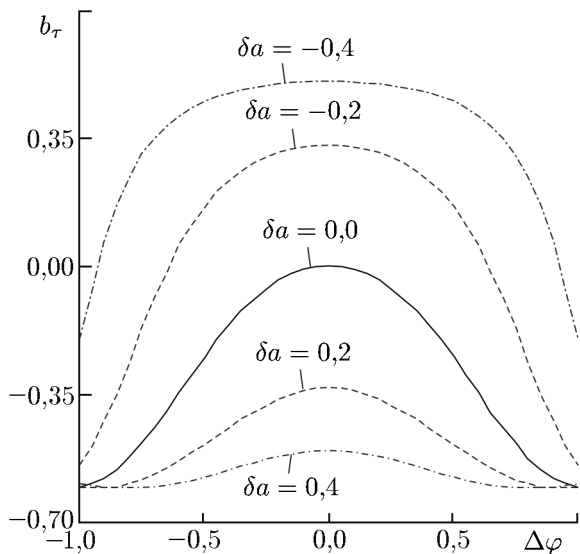


Рис. 2. Зависимости нормированных смещений квазиправдоподобных оценок длительности от расстройки по начальной фазе

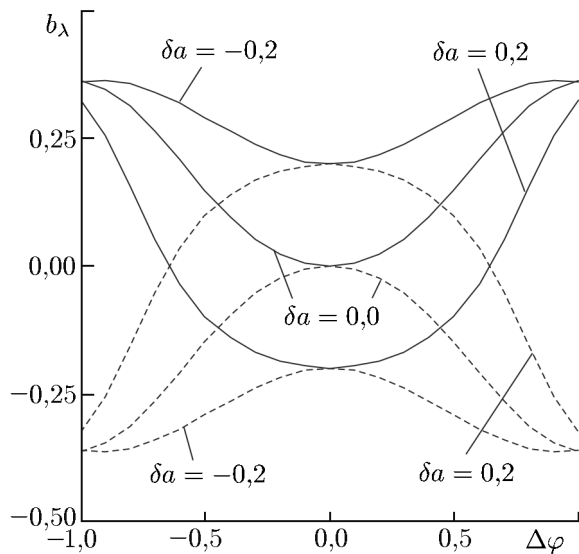


Рис. 3. Зависимости нормированных смещений квазиправдоподобных оценок времени прихода от расстройки по начальной фазе

$$V_{0\tau} = \frac{26T_{\max}^2(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{\rho_1^4\rho_2^4}, \tag{32}$$

$$V_{0\lambda} = \frac{13T_{\max}^2(\rho_1^4 + \rho_2^4)}{2\rho_1^4\rho_2^4} = \frac{V_{0\tau}}{4}. \tag{33}$$

Влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы на точность квазиправдоподобных оценок времени прихода и длительности можно охарактеризовать нормированными смещениями

$$b_\tau = B_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0) / \sqrt{V_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)}, \quad b_\lambda = B_{a\varphi}(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0) / \sqrt{V_{a\varphi}(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0)}$$

и рассеяниями $v = v_\tau = v_\lambda = V_{a\varphi}(\tau^*|\lambda_0, \tau_0)/V_{0\tau} = V_{a\varphi}(\lambda^*|\lambda_0, \tau_0)/V_{0\lambda}$. Величина v показывает, во сколько раз рассеяния квазиправдоподобных оценок времени прихода и длительности больше рассеяний максимально правдоподобных оценок тех же параметров сигнала с априори известными амплитудой и начальной фазой. На рис. 2 показаны зависимости нормированного смещения оценки длительности b_τ от расстройки по начальной фазе $\Delta\varphi$ при $q = \rho_1/\rho_2 = 0,5$ для различных значений расстройки по амплитуде δa . На рис. 3 представлены зависимости нормированного смещения оценки времени прихода b_λ от расстройки по начальной фазе $\Delta\varphi$ при различных q и значениях расстройки по амплитуде δa . Сплошные линии соответствуют $q = 0,5$, штриховые — $q = 2$.

Нормированные рассеяния оценок длительности и времени прихода v_τ и v_λ совпадают между собой и с нормированными рассеяниями квазиправдоподобных оценок моментов появления и исчезновения, полученными в работе [7]. На рис. 4 изображены совпадающие зависимости нормированных рассеяний оценок длительности и времени прихода v от величины $\Delta\varphi$ при нескольких значениях расстройки амплитуды δa ожидаемого и принятого сигналов. На рис. 5 представлены совпадающие зависимости нормированных рассеяний оценок длительности и времени прихода v от величины δa при нескольких значениях разности фаз $\Delta\varphi$ ожидаемого и принятого сигналов.

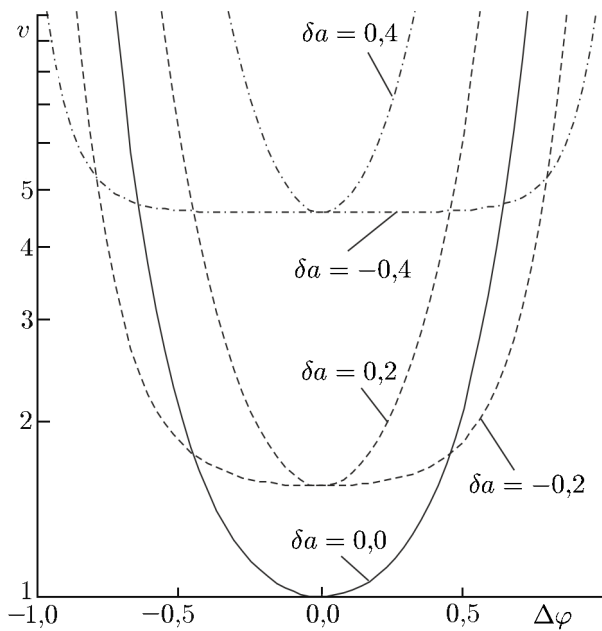


Рис. 4. Зависимости нормированных рассеяний квазиправдоподобных оценок длительности и времени прихода от расстройки по начальной фазе

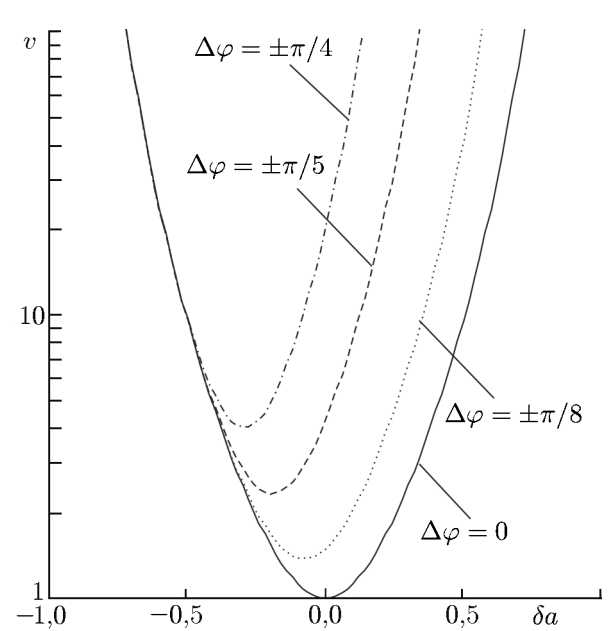


Рис. 5. Зависимости нормированных рассеяний квазиправдоподобных оценок длительности и времени прихода от расстройки по амплитуде

Сплошные кривые соответствуют $\Delta\varphi = 0$, пунктирные линии $\Delta\varphi = \pm\pi/8$, штриховые $\Delta\varphi = \pm\pi/5$, штрих-пунктирные $\Delta\varphi = \pm\pi/4$.

Как видно из рис. 2–5, при известных амплитуде ($\delta a = 0$) и начальной фазе ($\Delta\varphi = 0$) квазиправдоподобные оценки времени прихода и длительности сигнала обладают нулевым смещением, а их рассеяние совпадает с рассеянием оценок максимального правдоподобия. Наличие расстройек по амплитуде и начальной фазе приводит к появлению смещений оценок времени прихода и длительности и увеличению рассеяния в десятки раз. Так, при $\delta a = 0,5$ и $\Delta\varphi = \pi/8$ рассеяние квазиправдоподобных оценок в 40 раз больше рассеяния максимально правдоподобных оценок при априори известных амплитуде и начальной фазе. Отклонение формы импульса от прямоугольной ($q \neq 1$) существенно влияет на смещение оценок. В то же время, увеличение рассеяний квазиправдоподобных оценок по сравнению с рассеяниями оценок максимального правдоподобия, показанное на рис. 4, 5, не зависит от формы импульса, т. е. степень относительного увеличения рассеяния квазиправдоподобных оценок не зависит от q .

2. МАКСИМАЛЬНО ПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ

Для повышения точности оценок времени прихода и длительности можно применить максимально правдоподобный алгоритм, согласно которому неизвестные амплитуду и начальную фазу в выражении (5) необходимо заменить на их оценки максимального правдоподобия a_m, φ_m , что равносильно максимизации логарифма функционала отношения правдоподобия (5) по амплитуде и начальной фазе:

$$L(\lambda, \tau) = L(a_m, \varphi_m, \lambda, \tau) = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \lambda, \tau). \quad (34)$$

Оценки максимального правдоподобия времени прихода и длительности определяются как положения наибольшего максимума решающей статистики (34):

$$(\lambda_m, \tau_m) : L(\lambda_m, \tau_m) = \sup_{\lambda, \tau} L(\lambda, \tau). \tag{35}$$

Выполняя аналитически максимизацию логарифма функционала отношения правдоподобия (5) по переменным a и φ аналогично работе [7], получаем

$$L(\lambda, \tau) = \max_{a, \varphi} L(a, \varphi, \lambda, \tau) = \frac{N_0}{2} [X^2(\lambda, \tau) + Y^2(\lambda, \tau)] / \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} f^2(t) dt. \tag{36}$$

Здесь введены обозначения

$$X(\lambda, \tau) = \frac{2}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y(\lambda, \tau) = \frac{2}{N_0} \int_{\lambda-\tau/2}^{\lambda+\tau/2} \xi(t) f(t) \sin(\omega t) dt$$

и отброшены интегралы от членов, осциллирующих с удвоенной частотой.

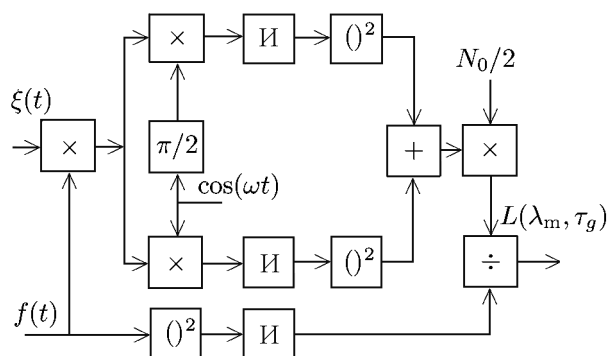


Рис. 6. Блок-схема одного канала максимально правдоподобного измерителя времени прихода и длительности

Выражение (36) определяет структуру приёмного устройства. Получить значение (36) как непрерывную функцию времени прихода и длительности не представляется возможным, поэтому приёмник должен формировать отсчёты $L(\lambda_m, \tau_g) = L(m\Delta\lambda - \Lambda_0/2, T_1 + g\Delta\tau)$ случайного поля (36) для дискретного набора значений своих аргументов. Здесь $\Delta\lambda, \Delta\tau$ — шаги квантования времени прихода и длительности, $m = 1, 2, \dots, n_1$ и $g = 1, 2, \dots, n_2$ — целые числа. При этом, чем точнее необходимо оценить время прихода и длительность, тем меньшие $\Delta\lambda$ и $\Delta\tau$ необходимо брать и, соответственно, тем большее число каналов должен содержать приёмник. Необходимость формирования двумерного случайного поля вызывает трудности в технической

реализации приёмного устройства, поскольку приходится использовать многоканальную структуру. На рис. 6 изображена блок-схема одного канала измерителя, который формирует логарифм функционала отношения правдоподобия (36) для фиксированных значений λ и τ . Здесь И — интеграторы, работающие на интервалах времени $[\lambda_m - \tau_g/2, \lambda_m + \tau_g/2]$, элементы «+», «×», «()²», «÷» осуществляют сложение, умножение, возведение в степень и деление сигналов соответственно. Максимально правдоподобные оценки времени прихода и длительности радиосигнала определяются по номерам канала с максимальным выходным сигналом.

Для анализа максимально правдоподобных оценок времени прихода и длительности (35) рассмотрим логарифм функционала отношения правдоподобия (5). Он представляет собой случайное поле, дифференцируемое по параметрам a и φ и недифференцируемое по переменным λ и τ . Следовательно, амплитуда и начальная фаза являются регулярными параметрами сигнала (1), а время прихода и длительность — разрывными параметрами [5]. В работах [8, 9] показано, что

асимптотически (с ростом ОСШ) точность максимально правдоподобных оценок разрывных параметров (моментов появления и исчезновения или времени прихода и длительности) не зависит от наличия неизвестных регулярных параметров (амплитуды и начальной фазы). Это означает, что смещения и рассеяния оценок времени прихода и длительности (35) при больших ОСШ асимптотически совпадают со смещениями и рассеяниями максимально правдоподобных оценок времени прихода и длительности сигнала с априори известными амплитудой и начальной фазой (31)–(33), найденными в работе [2]. Следовательно, зависимости, приведённые на рис. 4 и 5, можно интерпретировать как функции, характеризующие выигрыш в точности максимально правдоподобных оценок (35) по сравнению с точностью квазиправдоподобных оценок (7).

3. КВАЗИОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНКИ

Для упрощения технической реализации максимально правдоподобного измерителя можно воспользоваться квазиоптимальным алгоритмом. Для этого перейдём в выражении (5) к новым переменным (8),

$$L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt, \quad (37)$$

и представим логарифм функционала отношения правдоподобия (37) в виде суммы $L(a, \varphi, \theta_1, \theta_2) = L_1(a, \varphi, \theta_1) + L_2(a, \varphi, \theta_2)$ двух слагаемых

$$L_1(a, \varphi, \theta_1) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt, \quad (38)$$

$$L_2(a, \varphi, \theta_2) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t) f(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) \cos^2(\omega t - \varphi) dt. \quad (39)$$

Обозначим $L_{a\varphi j}(\theta_j) \equiv \sup_{a, \varphi} L_j(a, \varphi, \theta_j)$ и введём в рассмотрение квазиоптимальные оценки

$$\theta_{mj}^* : L_{a\varphi j}(\theta_{mj}^*) = \sup_{\theta_j} L_{a\varphi j}(\theta_j). \quad (40)$$

моментов появления и исчезновения сигнала. Оценки (40) исследованы в работе [7]. Они не являются оценками максимального правдоподобия, но их использование позволяет существенно упростить техническую реализацию измерителя. Статистические характеристики оценок (40) асимптотически (при больших ОСШ) совпадают с характеристиками оценок максимального правдоподобия [7].

Выполняя аналогично работе [7] максимизацию функций (38) и (39) по переменным a и φ , получаем

$$L_{1a\varphi}(\theta_1) = \sup_{a, \varphi} L_1(a, \varphi, \theta_1) = \frac{N_0}{2} [X_1^2(\theta_1) + Y_1^2(\theta_1)] \bigg/ \int_{\theta_1}^{\theta} f^2(t) dt, \quad (41)$$

$$L_{2a\varphi}(\theta_2) = \sup_{a, \varphi} L_2(a, \varphi, \theta_2) = \frac{N_0}{2} [X_2^2(\theta_2) + Y_2^2(\theta_2)] \bigg/ \int_{\theta}^{\theta_2} f^2(t) dt, \quad (42)$$

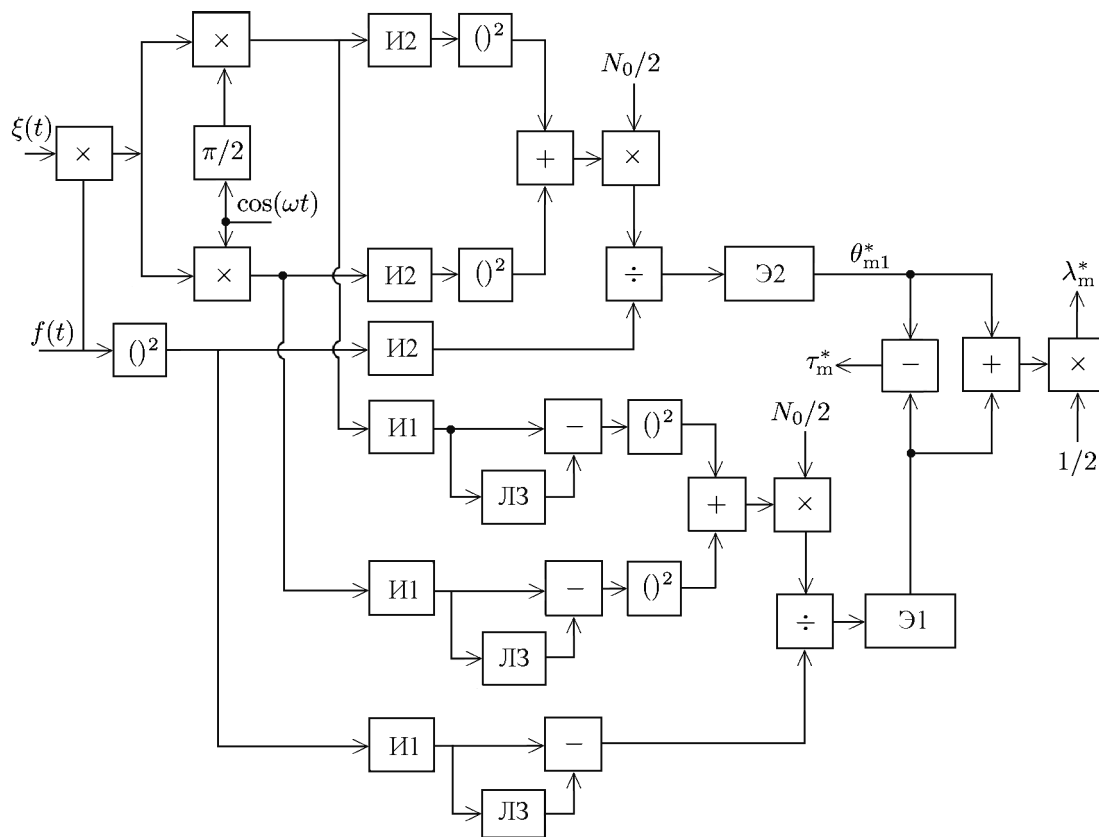


Рис. 7. Блок-схема квазиоптимального измерителя времени прихода и длительности

где

$$X_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t)f(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y_1(\theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t)f(t) \sin(\omega t) dt, \quad (43)$$

$$X_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t)f(t) \cos(\omega t) dt, \quad Y_2(\theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t)f(t) \sin(\omega t) dt. \quad (44)$$

Располагая оценками (40), можно получить квазиоптимальные оценки времени прихода и длительности сигнала:

$$\lambda_m^* = \frac{\theta_{m2}^* + \theta_{m1}^*}{2}, \quad \tau_m^* = \theta_{m2}^* - \theta_{m1}^*. \quad (45)$$

На рис. 7 показана блок-схема устройства формирования оценок (45), построенная на основе выражений (41) и (42). Здесь И1 — интегратор на интервале времени $[\theta_{1\min}, t]$, $t \in [\theta_{1\min}, \theta]$, И2 — интегратор на интервале $[\theta, t]$, где $t \in [\theta, \theta_{2\max}]$, ЛЗ — линии задержки на время $\theta - \theta_{1\min}$, Э1 и Э2 — экстрематоры, фиксирующие положения абсолютных максимумов сигналов на отрезках времени $[\theta, \theta + \theta_{1\max} - \theta_{1\min}]$ и $[\theta_{2\min}, \theta_{2\max}]$ соответственно. Элементы «+», «-», «×», «()²» «÷» осуществляют сложение, вычитание, умножение, возведение в квадрат и деление сигналов.

Таким образом, использование оценок (40) позволяет существенно упростить техническую схему приёмника. Действительно, для реализации максимально правдоподобного алгоритма оценивания (35) требуется построение многоканального приёмного устройства, содержащего $n_1 \times n_2$

каналов, показанных на рис. 6. Для нахождения оценок (40) достаточно двухканальной схемы, представленной на рис. 7.

Асимптотические характеристики оценок (40), справедливые при больших ОСШ, были найдены в работе [7]. Смещения и рассеяния оценок (40) положений переднего и заднего фронтов радиоимпульса определяются формулами [7]:

$$B_{a\varphi}(\theta_{mj}^*|\theta_{0j}) = 0, \quad V_{\varphi}(\theta_{mj}^*|\theta_{0j}) = 26T_{\max}^2/\rho_j^4.$$

Следовательно, эффективность квазиоптимальных оценок (40) времени прихода и длительности при неизвестных амплитуде и начальной фазе асимптотически совпадает с эффективностью их оценок максимального правдоподобия при известных амплитуде и начальной фазе. Это обстоятельство позволяет интерпретировать зависимости, изображённые на рис. 2–5, как выигрыш в точности максимально правдоподобных оценок (35) или квазиоптимальных оценок (45) по сравнению с квазиравдоподобными оценками (7).

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Синтезированы квазиравдоподобный, максимально правдоподобный и квазиоптимальный алгоритмы оценки времени прихода и длительности радиосигнала с произвольной формой огибающей функции и неизвестными амплитудой и начальной фазой. Найдены асимптотические характеристики эффективности этих оценок. Наилучшей точностью среди рассмотренных обладают максимально правдоподобные оценки, однако для их формирования требуется наиболее сложная аппаратная или программная реализация. Точность более простых квазиоптимальных оценок асимптотически совпадает с точностью максимально правдоподобных оценок. Показано, что априорное незнание амплитуды и начальной фазы сигнала при больших отношениях сигнал/шум асимптотически не влияет на точность максимально правдоподобных и квазиоптимальных оценок времени прихода и длительности сигнала. Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки в зависимости от имеющейся априорной информации об амплитуде и фазе сигнала, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценок и степени простоты реализации алгоритма.

Исследование выполнено при поддержке Российского научного фонда (проект 15–11–10022).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов А. П., Бутейко В. К. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34, № 11. С. 2323.
2. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2000. Т. 5, № 6. С. 33.
3. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Кондратович П. А. // Электромагнитные волны и электронные системы. 2012. Т. 17, № 7. С. 4.
4. Куликов Е. И., Трифонов А. П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
5. Трифонов А. П., Шинаков Ю. С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986. 264 с.
6. Мудров В. И., Кушко В. Л. Методы обработки измерений. Квазиравдоподобные оценки. М.: Радио и связь, 1983. 304 с.
7. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э., Корольков С. В. // Изв. вузов. Радиофизика. 2017. Т. 60, № 1. С. 72.

8. Трифонов А. П., Бутейко В. К. // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36, № 2. С. 319.
9. Трифонов А. П., Корчагин Ю. Э. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 2000. Т. 43, № 5. С. 34.

Поступила в редакцию 13 сентября 2017 г.; принята в печать 7 декабря 2017 г.

???

???