

331

С

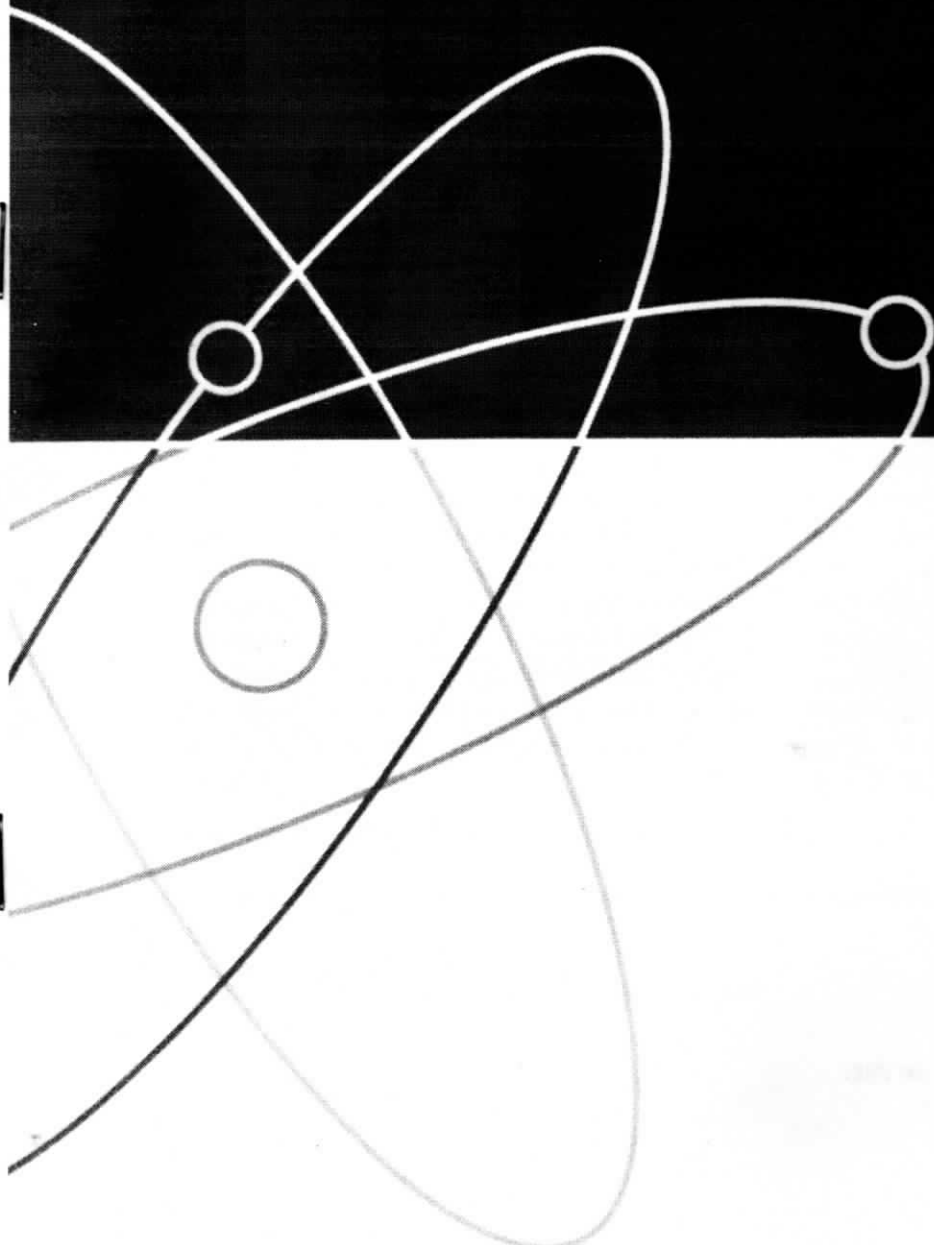
331

Том 59, № 3
март 2016

ISSN 0021-3470

РАДИОЭЛЕКТРОНИКА

**ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ
ЗАВЕДЕНИЙ**



**ИЗДАНИЕ
НАЦИОНАЛЬНОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
УКРАИНЫ
«КИЕВСКИЙ
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ
ИНСТИТУТ»**

УДК 621.391

**КВАЗИПРАВДОПОДОБНАЯ ОЦЕНКА ВРЕМЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНЫХ СИГНАЛОВ
НЕИЗВЕСТНОЙ ФОРМЫ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ УЗКОПОЛОСНЫХ ПОМЕХ*****ТРИФОНОВ А. П.¹, БЕСПАЛОВА М. Б.¹, ТРИФОНОВ П. А.², ГУЦИН И. В.²**¹*Воронежский государственный университет,**Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1*²*Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил**«Военно-воздушная академия им. проф. Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина»,**Россия, Воронеж, 394064, ул. Старых Большевиков, 54А*

Аннотация. Исследованы характеристики квазиправдоподобной оценки времени прихода и периода повторения сверхширокополосного сигнала неизвестной формы, принимаемого на фоне узкополосных помех с неизвестными параметрами и гауссовского белого шума

Ключевые слова: сверхширокополосная оценка; узкополосная помеха; характеристики оценок

На сегодняшний день использование сверхширокополосных сигналов (СШПС) является передовой и одной из наиболее перспективных технологий [1–6], которая находит широкое применение в самых различных радиоэлектронных системах, включая системы военного назначения.

Физическая основа целесообразности использования сверхширокополосных сигналов очевидна — количество информации, передаваемой в единицу времени, прямо пропорционально полосе используемых частот. Альтернативой этому является увеличение времени передачи информации, но в радиолокации время контакта с целью всегда ограничено, поэтому проблема повышения информативности при использовании традиционных подходов остается.

Во многих прикладных задачах радиолокации приемник РЛС должен измерять основные временные параметры отраженной от цели последовательности СШПС — время прихода и период следования. В [6] рассмотрена оценка максимального правдоподобия этих параметров при воздействии только гауссовского белого шума (ГБШ). В [3] исследованы алгоритмы оценки времени прихода и периода повторения последовательности СШПС на фоне помех, в качестве модели которых использовался гауссовский узкополосный процесс (ГУП) [7]. При этом форма СШПС считалась априори известной.

В реальных условиях, форма принимаемого сигнала неизвестна, т.к. изменяется при отражении от объекта (радиолокация), при распространении в различных средах (навигация,

* Работа выполнена за счет гранта Российского научного фонда (проект № 15-11-10022).

связь), а при радиомониторинге форма сигнала неизвестна всегда. В [5] рассматривалась задача оценки временных параметров последовательности видеоимпульсов (частный случай СШПС) неизвестной формы, однако не учитывалось воздействие помех. В данной работе рассматривается задача оценки времени прихода и периода повторения СШПС неизвестной формы на фоне ГУП и ГБШ. При этом характеристики ГУП также неизвестны.

Цель работы — определение потерь в точности измерения времени прихода и периода следования из-за отличия в форме ожидаемых и принимаемых СШПС, а также вследствие воздействия узкополосных помех.

Пусть на интервале времени $t \in [0, T]$ наблюдается реализация вида:

$$x(t) = s_{0N}(t, \lambda_0, \theta_0) + n(t) + \xi(t),$$

где

$$s_{0N}(t, \lambda, \theta) = \sum_{k=0}^{N-1} s_0[t - (k - \mu)\theta - \lambda] \quad (1)$$

— полезный сигнал, форма которого неизвестна, известно только, что он сверхширокополосный, λ_0 — неизвестное время прихода сигнала, θ_0 — неизвестный период повторения, μ определяет точку последовательности, с которой связано ее время прихода λ , $n(t)$ — реализация ГБШ с односторонней спектральной плотностью N_0 , $\xi(t)$ — узкополосная помеха. В качестве модели узкополосной помехи использован, как наиболее универсальный [7], узкополосный стационарный гауссовский процесс $\xi(t)$ с нулевым математическим ожиданием $\langle \xi(t) \rangle = 0$ и корреляционной функцией

$$B_\xi(\Delta) = \langle \xi(t)\xi(t + \Delta) \rangle. \quad (2)$$

Спектральную плотность гауссовской узкополосной помехи запишем как

$$G_\xi(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} B_\xi(\Delta) \exp(-j\omega\Delta) d\Delta = \frac{\gamma_\xi}{2} \left[g_\xi\left(\frac{\omega - \omega_{0\xi}}{\Omega_\xi}\right) + g_\xi\left(\frac{\omega + \omega_{0\xi}}{\Omega_\xi}\right) \right], \quad (3)$$

где $\Omega_\xi = \int_0^\infty G_\xi^2(\omega) d\omega / \max G_\xi^2(\omega)$ — эквивалентная полоса частот помехи, $\omega_{0\xi}$ — центральная частота.

Так как помеха узкополосная, то выполняется условие $\Omega_\xi \ll \omega_{0\xi}$. Функция $g_\xi(x)$ описывает форму спектральной плотности помехи и удовлетворяет условиям:

$$g_\xi(x) \geq 0, \quad g_\xi(x) = g_\xi(-x),$$

$$\max g_\xi(x) = \int_{-\infty}^{\infty} g_\xi^2(x) dx = 1.$$

Полагаем, что процессы $n(t)$ и $\xi(t)$ статистически независимы.

Если форма принимаемого сигнала $s_{0N}(t)$ априори известна, а ГУП отсутствует, то для оценки времени прихода сигнала λ_0 и периода повторения θ_0 возможно использовать метод максимального правдоподобия [8]. Для этого в качестве оценки необходимо использовать положение наибольшего максимума логарифма функционала отношения правдоподобия [8]

$$L_F(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s_{0N}(t, \lambda, \theta) dt. \quad (4)$$

Если форма сигнала $s_{0N}(t)$ известна неточно, то в (4) в качестве опорного сигнала используется некоторый ожидаемый (предполагаемый) сигнал

$$s_{1N}(t, \lambda, \theta) = \sum_{k=0}^N s_1[t - (k - \mu)\theta - \lambda],$$

$$s_{1N}(t) \neq s_{0N}(t). \quad (5)$$

Таким образом, получаем следующее выражение для выходного сигнала измерителя (решающей статистики):

$$L(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \int_0^T x(t) s_{1N}(t, \lambda, \theta) dt. \quad (6)$$

В качестве оценки $\hat{\lambda}, \hat{\theta}$ неизвестных времени прихода λ_0 и периода повторения θ_0 принимаются значения λ, θ , при которых решающая статистика (6) достигает абсолютного максимума:

$$(\hat{\lambda}, \hat{\theta}) = \operatorname{argsup} L(\lambda, \theta). \quad (7)$$

Получаемую оценку (7) будем называть квазиправдоподобной [9]. Действительно, в случае совпадения принимаемого сигнала $s_{0N}(t)$ и ожидаемого сигнала $s_{1N}(t)$ при отсутствии ГУП решающая статистика (6) совпадает с логарифмом функционала отношения правдоподобия (4). Соответственно, квазиправдоподобная оценка (КПО) переходит в оценку максимального правдоподобия.

Для определения характеристик КПО времени прихода и периода следования запишем (6) в виде суммы сигнальной и шумовой функций [8]

$$L(\lambda, \theta) = S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta),$$

$$S(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} s_0[t - (k - \mu)\theta_0 - \lambda_0] \times s_1[t - (k - \mu)\theta - \lambda] dt, \quad (8)$$

$$N(\lambda, \theta) = N_n(\lambda, \theta) + N_\xi(\lambda, \theta), \quad (9)$$

где $N_n(\lambda, \theta)$ — шумовая функция вследствие воздействия ГБШ, $N_\xi(\lambda, \theta)$ — шумовая функция вследствие воздействия ГУП. Запишем эти шумовые функции:

$$N_n(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) s_1[t - (k - \mu)\theta - \lambda] dt, \quad (10)$$

$$N_\xi(\lambda, \theta) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} \xi(t) s_1[t - (k - \mu)\theta - \lambda] dt. \quad (11)$$

Шумовая функция (9) является реализацией гауссовского случайного поля [8]. При этом его первые два момента равны:

$$\langle N(\lambda, \theta) \rangle = 0,$$

$$\begin{aligned} B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) &= \langle N(\lambda_1, \theta_1) N(\lambda_2, \theta_2) \rangle = \\ &= \langle N_n(\lambda_1, \theta_1) N_n(\lambda_2, \theta_2) \rangle + \\ &+ \langle N_\xi(\lambda_1, \theta_1) N_\xi(\lambda_2, \theta_2) \rangle = \\ &= B_n(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2) + B_\xi(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2), \end{aligned} \quad (12)$$

где $B_n(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)$ — корреляционная функция шумовой функции (10), $B_\xi(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)$ — корреляционная функция шумовой функции (11).

Подставляя (10), (11) в (12) и учитывая $\langle n(t_1) n(t_2) \rangle = (N_0 / 2) \delta(t_1 - t_2)$, получаем:

$$\begin{aligned} B_n(\lambda_1, \theta_1, \lambda_2, \theta_2) &= \left\langle \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) \times \right. \\ &\times s_1[t - (k - \mu)\theta_1 - \lambda_1] dt \times \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} n(t) \times \\ &\times s_1[t - (k - \mu)\theta_2 - \lambda_2] dt \left. \right\rangle = \\ &= \frac{4}{N_0^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{N-1} \langle n(t_1) n(t_2) \rangle s_1[t_1 - (k - \mu)\theta_1 - \\ &- \lambda_1] \times s_1[t_2 - (m - \mu)\theta_2 - \lambda_2] dt_1 dt_2. \end{aligned}$$

Используя фильтрующее свойство δ -функции, находим:

$$B_n(\lambda_1, \theta_1, \lambda_2, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int_{-\infty}^{\infty} s_1[t - (k - \mu)\theta_1 -$$

$$-\lambda_1]s_2[t - (k - \mu)\theta_2 - \lambda_2]dt.$$

Аналогично для корреляционной функции шумовой функции вследствие воздействия ГУП, учитывая $\langle \xi(t_1)\xi(t_2) \rangle = B_\xi(t_2 - t_1)$, получаем

$$B_\xi(\lambda_1, \theta_1, \lambda_2, \theta_2) = \frac{4}{N_0^2} \sum_{k=0}^{N-1} \iint B_\xi(t_2 - t_1) s_1 \times \\ \times [t_1 - (k - \mu)\theta_1 - \lambda_1] s_1 [t_2 - (k - \mu)\theta_2 - \lambda_2] dt_1 dt_2.$$

При выводе сигнальной функции (8) и корреляционной функции (12) шумовой функции (9) предполагалось, что их аргументы удовлетворяют условию:

$$\max(|\lambda - \lambda_0 + (\theta - \theta_0)(k - \mu)|, |\lambda_1 - \lambda_2 + \\ + (\theta_1 - \theta_2)(k - \mu)|) < \min(\theta, \theta_0, \theta_1, \theta_2)$$

для всех $k = \overline{0, N-1}$. Поэтому (4), (6) описывают центральные пики соответствующих функций [8]. По определению КПО функция $L(\lambda, \theta)$ (6) при $\lambda = \hat{\lambda}$ и $\theta = \hat{\theta}$ обращается в абсолютный максимум, а КПО $\hat{\lambda}$ и $\hat{\theta}$ являются решениями системы уравнений

$$\frac{\partial}{\partial \lambda} [S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta)]_{\hat{\lambda}, \hat{\theta}} = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial \theta} [S(\lambda, \theta) + N(\lambda, \theta)]_{\hat{\lambda}, \hat{\theta}} = 0.$$

При этом, если шумовая функция отсутствует ($N(\lambda, \theta) \equiv 0$), то функция (8) достигает максимума в некоторой точке $(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta})$, причем в общем случае $\tilde{\lambda} \neq \lambda_0$, $\tilde{\theta} \neq \theta_0$. Систему уравнений для определения $\tilde{\lambda}$ и $\tilde{\theta}$ возможно записать в виде:

$$\left[\frac{\partial S(\lambda, \theta)}{\partial \lambda} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = -\frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} \int \frac{ds_1(t)}{dt} s_0(t - \Delta_k) dt = 0,$$

$$\left[\frac{\partial S(\lambda, \theta)}{\partial \theta} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} =$$

$$= -\frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds_1(t)}{dt} s_0(t - \Delta_k) dt = 0, \quad (13)$$

$$\Delta_k = \Delta\lambda + (k - \mu)\Delta\theta,$$

$$\Delta\lambda = \tilde{\lambda} - \lambda_0, \quad \Delta\theta = \tilde{\theta} - \theta_0.$$

Поскольку $\max S(\lambda, \theta) = S(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta})$, то отношение сигнал-шум [8] имеет вид:

$$z^2 = S^2(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}) / B(\tilde{\lambda}, \tilde{\lambda}, \tilde{\theta}, \tilde{\theta}) = \quad (14)$$

$$= 2 \left[\sum_{k=0}^{N-1} \int s_1(t) s_0(t - \Delta_k) dt \right]^2 \left[NN_0 \int_{-\infty}^{\infty} s_1^2(t) dt \right]^{-1},$$

где $S(\tilde{\lambda}, \tilde{\theta})$ определяется из (8), а $B(\lambda, \lambda, \theta, \theta)$ из (12).

Положим отношение сигнал-шум (14) достаточно большим, так что КПО времени и периода следования обладают высокой апостериорной точностью. Тогда решение системы уравнений (13) возможно найти методом малого параметра [8], в качестве которого используется величина $1/z$. Ограничиваясь рассмотрением первого приближения, получаем смещение (систематическую ошибку) КПО времени прихода и периода следования:

$$b_q(\lambda) = \langle \hat{\lambda} - \lambda_0 \rangle = \tilde{\lambda} - \lambda_0 = \Delta\lambda,$$

$$b_q(\theta) = \langle \hat{\theta} - \theta_0 \rangle = \tilde{\theta} - \theta_0 = \Delta\theta. \quad (15)$$

Дисперсии КПО согласно [8] представим в виде:

$$D_q(\lambda) = \langle (\hat{\lambda} - \tilde{\lambda})^2 \rangle = \\ = (S_{\lambda\theta}^2 B_\theta - 2S_{\lambda\theta} S_\theta B_{\lambda\theta} + S_\theta^2 B_\lambda) (S_\lambda S_\theta - S_{\lambda\theta}^2)^{-2}, \\ D_q(\theta) = \langle (\hat{\theta} - \tilde{\theta})^2 \rangle = \quad (16) \\ = (S_\lambda^2 B_\theta - 2S_\lambda S_{\lambda\theta} B_{\lambda\theta} + S_{\lambda\theta}^2 B_\lambda) (S_\lambda S_\theta - S_{\lambda\theta}^2)^{-2}.$$

Коэффициент корреляции КПО запишется как [8]:

$$R_q = \langle (\hat{\lambda} - \tilde{\lambda})(\hat{\theta} - \tilde{\theta}) \rangle [D_q(\lambda)D_q(\theta)]^{-1/2} = \frac{S_{\lambda}S_{\theta}B_{\lambda\theta} - S_{\lambda\theta}S_{\lambda}B_{\theta} - S_{\lambda\theta}S_{\theta}B_{\lambda} + S_{\lambda\theta}^2B_{\lambda\theta}}{(S_{\lambda}S_{\theta} - S_{\lambda\theta}^2)^2 [D_q(\lambda)D_q(\theta)]^{1/2}}.$$

В (16) введены следующие обозначения:

$$S_{\lambda} = \left[\frac{\partial^2 S(\lambda, \theta)}{\partial \lambda^2} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} A_k,$$

$$S_{\lambda\theta} = \left[\frac{\partial^2 S(\lambda, \theta)}{\partial \lambda \partial \theta} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = \frac{2}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu) A_k,$$

$$B_{\lambda} = \left[\frac{\partial^2 B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \lambda_2} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = \frac{2N}{N_0} B_1,$$

$$B_{\lambda\theta} = \left[\frac{\partial^2 B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \lambda_1 \partial \theta_2} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = \frac{2B_1}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu),$$

$$B_{\theta} = \left[\frac{\partial^2 B(\lambda_1, \lambda_2, \theta_1, \theta_2)}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} \right]_{\tilde{\lambda}, \tilde{\theta}} = \frac{2B_1}{N_0} \sum_{k=0}^{N-1} (k - \mu)^2,$$

$$A_k = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d^2 s_1(t)}{dt^2} s_0(t - \Delta_k) dt,$$

$$B_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{ds_1(t)}{dt} \right]^2 dt + B_{\xi}, \quad (17)$$

где

$$B_{\xi} = \frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_{\xi}(t_2 - t_1) \frac{ds_1(t_1)}{dt_1} \frac{ds_1(t_2)}{dt_2} dt_1 dt_2.$$

Согласно (15) КПО времени и периода следования в общем случае смещенная.

Отметим, что с ростом отношения сигнал-шум (14) дисперсии КПО (16) стремятся к нулю. Точность оценок также характеризуется величиной рассеяния (средний квадрат ошибки) [8]:

$$V_q(\hat{\lambda} | \lambda_0, \theta_0) = \langle (\hat{\lambda} - \lambda_0)^2 \rangle = b_q^2(\lambda) + D_q(\lambda),$$

$$V_q(\hat{\theta} | \lambda_0, \theta_0) = \langle (\hat{\theta} - \theta_0)^2 \rangle = b_q^2(\theta) + D_q(\theta). \quad (18)$$

Если КПО времени прихода и периода следования не состоятельны ($\Delta\lambda \neq 0$, $\Delta\theta \neq 0$), то с ростом отношения сигнал-шум их рассеяния стремятся к величинам $\Delta\lambda^2$ и $\Delta\theta^2$ соответственно. Для состоятельных оценок ($\Delta\lambda = 0$, $\Delta\theta = 0$) их рассеяния с ростом отношения сигнал-шум стремятся к нулю.

Если ГУП отсутствует и форма отдельных СШПС последовательности (1) априори известна, возможно выбрать ожидаемый сигнал $s_1(t) \equiv s_0(t)$. В этом случае КПО $\hat{\lambda}$ и $\hat{\theta}$ переходят в оценки максимального правдоподобия λ_m и θ_m . Эти оценки максимального правдоподобия времени прихода и периода следования последовательности СШПС априори известной формы принимаемой на фоне только ГБШ обладают смещениями и дисперсиями [6]:

$$b_0(\lambda_m | \lambda_0, \theta_0) = \langle \lambda_m - \lambda_0 \rangle = 0,$$

$$b_0(\theta_m | \lambda_0, \theta_0) = \langle \theta_m - \theta_0 \rangle = 0,$$

$$\sigma_{\lambda}^2 = \langle (\lambda_m - \lambda_0)^2 \rangle =$$

$$= \frac{N_0}{2F_0} \frac{N^2 - 1 + 12[(N-1)/2 - \mu]^2}{N(N^2 - 1)},$$

$$\sigma_{\theta}^2 = \langle (\theta_m - \theta_0)^2 \rangle = 6N_0 / [F_0 N(N^2 - 1)], \quad (19)$$

$$\text{где } F_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{ds_0(t)}{dt} \right]^2 dt.$$

При этом коэффициент корреляции оценок максимального правдоподобия имеет вид:

$$R_0 = \frac{(N-1)/2 - \mu}{\{(N^2 - 1)/12 + [(N-1)/2 - \mu]^2\}^{1/2}}.$$

Поскольку оценки максимального правдоподобия несмещенные, их рассеяния совпадают с дисперсиями:

$$\begin{aligned} V_0(\lambda_m | \lambda_0, \theta_0) &= \sigma_\lambda^2, \\ V_0(\theta_m | \lambda_0, \theta_0) &= \sigma_\theta^2. \end{aligned} \quad (20)$$

Сопоставляя (16), (18), (19) найдем потери в точности КПО времени прихода и периода следования вследствие априорного незнания формы СШПС и воздействия ГУП. В частности из (16), (19) следует, что КПО обладают дисперсиями, которые превосходят дисперсии оценок максимального правдоподобия в ρ_1 раз, причем

$$\begin{aligned} \rho_{1\lambda} &= D_q(\lambda) / \sigma_\lambda^2, \\ \rho_{1\theta} &= D_q(\theta) / \sigma_\theta^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Увеличение дисперсий оценок (21) не зависит от амплитуд принимаемого и ожидаемого сигналов.

В ряде задач более полной характеристикой, чем дисперсия оценки является рассеяние оценки. Из (18), (20) следует, что КПО времени прихода и периода следования обладают рассеяниями, которые превосходят рассеяния соответствующих оценок максимального правдоподобия в κ_1 раз, причем:

$$\begin{aligned} \kappa_{1\lambda} &= \frac{V_q(\hat{\lambda} | \lambda_0, \theta_0)}{V_0(\lambda_m | \lambda_0, \theta_0)} = \frac{\Delta\lambda^2}{\sigma_\lambda^2} + \rho_{1\lambda}, \\ \kappa_{1\theta} &= \frac{V_q(\hat{\theta} | \lambda_0, \theta_0)}{V_0(\theta_m | \lambda_0, \theta_0)} = \frac{\Delta\theta^2}{\sigma_\theta^2} + \rho_{1\theta}. \end{aligned} \quad (22)$$

Следовательно, проигрыш в точности несостоятельных КПО по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия возрастает с увеличением отношения сигнал–шум. Действительно, с увеличением мощности принимаемого сигнала и уменьшением спектральной плотности ГБШ, первые слагаемые в правых частях формул (22) возрастают.

Для ряда форм принимаемого и ожидаемого СШПС в последовательностях (1), (5), КПО

времени прихода и периода следования последовательности могут быть состоятельными. В частности, они состоятельны, если СШПС принимаемой и ожидаемой последовательности являются четными функциями времени:

$$\begin{aligned} s_0(t) &= s_0(-t), \\ s_1(t) &= s_1(-t), \end{aligned} \quad (23)$$

или нечетными функциями времени:

$$\begin{aligned} s_0(t) &= -s_0(-t), \\ s_1(t) &= -s_1(-t). \end{aligned} \quad (24)$$

Если выполняются (23) или (24), то решения системы уравнений (13) совпадают с истинными значениями времени прихода и периода следования. Следовательно, при выполнении (23), (24) КПО времени прихода и периода следования состоятельны.

Выражения для дисперсий и коэффициента корреляции КПО (16) существенно упрощаются, когда выполняются (23) или (24) и КПО состоятельны. Действительно, полагая в (17) $\Delta_k = 0$ и подставляя результат в (16), находим

$$\begin{aligned} D_q(\lambda) &= \frac{N_0 B_1}{2F_1^2} \frac{N^2 - 1 + 12[(N-1)/2 - \mu]^2}{N(N^2 - 1)}, \\ D_q(\theta) &= 6N_0 B_1 / [F_1^2 N(N^2 - 1)], \\ \rho_q &= \frac{(N-1)/2 - \mu}{\{(N^2 - 1)/12 + [(N-1)/2 - \mu]^2\}^{1/2}}, \end{aligned}$$

$$\text{где } F_1 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds_0(t)}{dt} \frac{ds_1(t)}{dt} dt.$$

Теперь дисперсии (16) и рассеяния (18) КПО совпадают, и проигрыш в точности КПО времени прихода и периода следования по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия характеризуется величиной

$$\kappa_{01} = \rho_{01} = \kappa_{1\lambda} = \kappa_{1\theta} = \rho_{1\lambda} = \rho_{1\theta} = \chi_1 / R_s^2, \quad (25)$$

где

$$\chi_1 = 1 + \frac{\frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_{\xi}(t_2 - t_1) \frac{ds_1(t_1)}{dt_1} \frac{ds_1(t_2)}{dt_2} dt_1 dt_2}{\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{ds_1(t)}{dt} \right]^2 dt} \quad (26)$$

и описывает влияние ГУП на точность КПО, а

$$R_s = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{ds_0(t)}{dt} \frac{ds_1(t)}{dt} dt}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{ds_0(t)}{dt} \right]^2 dt \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{ds_1(t)}{dt} \right]^2 dt}} \quad (27)$$

— коэффициент взаимной корреляции между производной принимаемого сигнала и производной ожидаемого сигнала. Очевидно, величина (27) характеризует влияние отличия форм принимаемого и ожидаемого сигналов на дисперсии КПО времени прихода и периода следования. Отметим, что, как и ранее, относительное увеличение дисперсий КПО (25) не зависит от амплитуд принимаемого и ожидаемого сигналов.

Как частный случай, найдем проигрыш в точности КПО при отсутствии ГУП, т. е. только вследствие отличия форм принимаемого и ожидаемого сигналов. Действительно, полагая $B_{\xi}(\Delta) \equiv 0$ из (25), (26) получаем

$$\kappa_{01} = R_s^{-2}. \quad (28)$$

Если формы принимаемого и ожидаемого сигналов совпадают, то проигрыш в точности оценок вследствие воздействия ГУП имеет вид

$$\kappa_{01} = \chi_0, \quad (29)$$

где

$$\chi_0 = 1 +$$

$$\frac{\frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} B_{\xi}(t_2 - t_1) \frac{ds_0(t_1)}{dt_1} \frac{ds_0(t_2)}{dt_2} dt_1 dt_2}{\int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{ds_0(t)}{dt} \right]^2 dt}.$$

Действительно, при совпадении форм принимаемого и ожидаемого сигналов $R_s \equiv 1$ и из (25) получаем (29).

Расчет проигрыша в точности КПО времени прихода и периода следования может быть более простым и удобным при использовании спектральных характеристик сигналов и помехи. Обозначим с этой целью

$$S_i(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_i(t) \exp(-j\omega t) dt, \quad i = 0, 1$$

— спектры принимаемого и ожидаемого сигналов. Тогда из (26), (27) имеем

$$\chi_i = 1 + \frac{\frac{2}{N_0} \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 G_{\xi}(\omega) |S_i(j\omega)|^2 d\omega}{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S_i(j\omega)|^2 d\omega}, \quad (30)$$

$$R_s = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 S_0(j\omega) S_1^*(j\omega) d\omega}{\sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S_0(j\omega)|^2 d\omega \int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S_1(j\omega)|^2 d\omega}}. \quad (31)$$

Спектральное представление удобно использовать при анализе воздействия ГУП. В качестве примера, рассмотрим влияние ГУП с прямоугольной формой спектральной плотности на точность квазиравдоподобных оценок времени прихода и периода следования. Для этого положим в (3) $g_{\xi}(x) = 1$ при $|x| < 1/2$ и $g_{\xi}(x) = 0$ при $|x| > 1/2$. Подставляя (3) в (30) получаем проигрыш в точности оценок вследствие влияния ГУП в виде:

$$\chi_i = 1 + \varepsilon_i q, \quad (32)$$

где $q = \gamma_\xi / N_0$ — отношение спектральных плотностей ГУП и ГБШ, а

$$\varepsilon_i = \frac{\int_{\omega_{0\xi} - \Omega_\xi/2}^{\omega_{0\xi} + \Omega_\xi/2} \omega^2 |S_i(j\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty \omega^2 |S_i(j\omega)|^2 d\omega}$$

— относительная доля энергии производной сигнала $s_i(t)$, $i=0,1$ в полосе частот, пораженной ГУП. Из (32) следует, что проигрыш в точности КПО возрастает с увеличением интенсивности ГУП и относительной доли энергии производной сигнала, поражаемой ГУП.

Примерами принимаемого и ожидаемого СШПС, для которых КПО времени прихода и периода следования состоятельны, служат квазипрямоугольные импульсы вида [10]:

$$s_2(t, \tau, \delta) = \begin{cases} \exp\left[-\frac{\pi}{2\delta^2}\left(\frac{t}{\tau} - \frac{1-\delta}{2}\right)^2\right], & \frac{t}{\tau} \geq \frac{1-\delta}{2}, \\ 1, & \frac{|t|}{\tau} \leq \frac{1-\delta}{2}, \\ \exp\left[-\frac{\pi}{2\delta^2}\left(\frac{t}{\tau} + \frac{1-\delta}{2}\right)^2\right], & \frac{t}{\tau} \leq \frac{1-\delta}{2}, \end{cases} \quad (33)$$

$$s_3(t, \tau, \delta) = \begin{cases} \left\{1 + \left[\frac{\pi}{2\delta}\left(\frac{t}{\tau} - \frac{1-\delta}{2}\right)\right]^2\right\}^{-1}, & \frac{t}{\tau} \geq \frac{1-\delta}{2}, \\ 1, & \frac{|t|}{\tau} \leq \frac{1-\delta}{2}, \\ \left\{1 + \left[\frac{\pi}{2\delta}\left(\frac{t}{\tau} + \frac{1-\delta}{2}\right)\right]^2\right\}^{-1}, & \frac{t}{\tau} \leq \frac{1-\delta}{2}, \end{cases} \quad (34)$$

где $\tau = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt / \max s^2(t)$ — эквивалентная длительность импульса, δ ($0 < \delta \leq 1$) — относительная доля энергии импульса, сосредоточенная в его фронтах.

Сигналы (33), (34) удовлетворяют условию (23) состоятельности КПО времени прихода и периода следования последовательности СШПС. Примеры сигналов, удовлетворяющих условиям состоятельности приведены в [4].

Согласно (28), проигрыш в точности состоятельных КПО вследствие априорного незнания формы одного СШПС последовательности, определяется величиной коэффициента корреляции (27), (31) производных принимаемого и ожидаемого сигналов при отсутствии систематической ошибки ($\Delta\lambda \equiv 0, \Delta\theta \equiv 0$). По этим формулам для сигналов (33), (34) рассчитан проигрыш (28) в точности КПО времени прихода и периода следования для различных значений длительности τ_0 принимаемого сигнала и длительности τ ожидаемого сигнала.

На рис. 1–4 приведены зависимости $\kappa(\eta)$ проигрыша в точности КПО по сравнению с точностью оценок максимального правдоподобия от отношения $\eta = \tau / \tau_0$. Сплошные линии рассчитаны для значения параметра $\delta = 1$; штриховые — $\delta = 0,5$; штрих-пунктирные — $\delta = 0,1$.

Для рис. 1 выбран принимаемый сигнал $s_0(t, \tau_0) = s_2(t, \tau_0, \delta = 1)$, а ожидаемый сигнал $s_1(t, \tau) = s_2(t, \tau, \delta)$. Для рис. 2 соответственно выбрано $s_0(t, \tau_0) = s_3(t, \tau_0, \delta = 1)$ и $s_1(t, \tau) = s_3(t, \tau, \delta)$. Для рис. 3 — $s_0(t, \tau_0) = s_2(t, \tau_0, \delta = 1)$ и $s_1(t, \tau) = s_3(t, \tau, \delta)$, а для рис. 4 — $s_0(t, \tau_0) = s_3(t, \tau_0, \delta = 1)$ и $s_1(t, \tau) = s_2(t, \tau, \delta)$.

Как следует из характера кривых (рис. 1–4), проигрыш в точности КПО времени прихода и периода следования последовательности СШПС может быть значительным.

Примеры расчета проигрыша в точности КПО так же приведены в [4], где период следования предполагался априори известным.

Таким образом, определены потери в точности измерения времени прихода и периода повторения вследствие отличия в форме ожидаемых и принимаемых СШПС, а также по причине воздействия узкополосных помех. Сформулированы достаточные условия со-

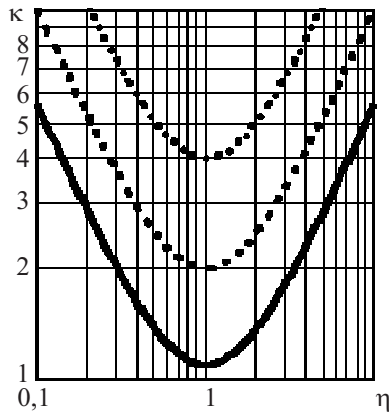


Рис. 1

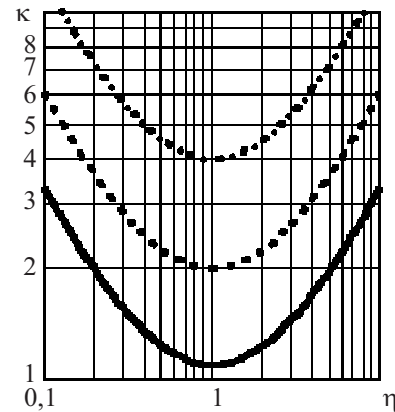


Рис. 2

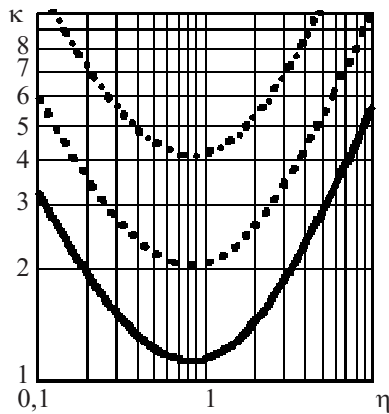


Рис. 3

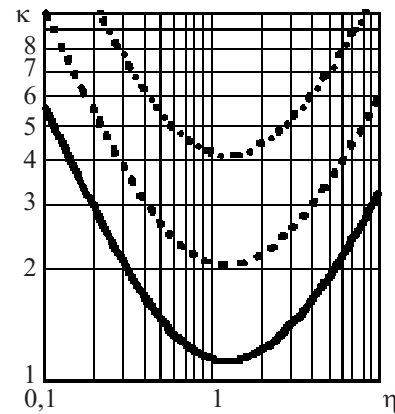


Рис. 4

стоятельности КПО. Показано, что потери в точности оценок из-за отличия форм ожидаемого и принимаемого СШПС возрастают с уменьшением коэффициента корреляции первых производных этих сигналов. В результате найденные характеристики КПО позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки и формы ожидаемого сигнала в зависимости от имеющейся априорной информации и допустимого проигрыша в точности оценки.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Астанин Л. Ю. Основы сверхширокополосных радиолокационных измерений / Л. Ю. Астанин, А. А. Костылев. — М. : Радио и связь, 1989. — 192 с.
2. Taylor J. D. Introduction to Ultra-wideband Radar Systems / James D. Taylor. — Ann Arbor, London, Tokyo, New-York : CRC Press Boca Raton, 1995.

3. Радзиевский В. Г. Обработка сверхширокополосных сигналов и помех / В. Г. Радзиевский, П. А. Трифонов. — М. : Радиотехника, 2009. — 288 с.

4. Квазиправдоподобная оценка времени прихода сверхширокополосного сигнала неизвестной формы при воздействии узкополосных помех / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова, П. А. Трифонов, И. В. Гуцин // Радиотехника. — 2014. — Т. 57, № 10. — С. 34–41. — (Известия вузов). — Режим доступа : <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347014100045>.

5. Трифонов А. П. Квазиправдоподобная оценка времени прихода и периода следования видеоимпульсов / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова // Радиотехника. — 1998. — № 3. — С. 78–80.

6. Трифонов А. П. Эффективность совместной оценки времени прихода и периода следования импульсов при наличии неинформативных параметров / А. П. Трифонов, М. Б. Беспалова // Радиотехника и электроника. — 1992. — Т. 37, № 6. — С. 1014–1023.

7. Радзиевский В. Г. Теоретические основы радиоэлектронной разведки / В. Г. Радзиевский, А. А. Сирота. — М. : Радиотехника, 2004. — 432 с.

8. Куликов Е. И. Оценка параметров сигналов на фоне помех / Е. И. Куликов, А. П. Трифонов. — М. : Сов. Радио, 1978. — 296 с.

9. Мудров В. И. Методы обработки измерений. Квазиравнодоподобные оценки / В. И. Мудров, В. Л. Кушко. — М. : Радио и связь, 1983. — 304 с.

10. Ярлыков М. С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике / М. С. Ярлыков. — М. : Сов. Радио, 1980. — 360 с.

Поступила в редакцию 02.02.2015

После переработки 29.04.2015

INFORMATION ON THE ARTICLE

QUASI-LIKELIHOOD ESTIMATION OF THE TIME PARAMETERS OF ULTRAWIDEBAND SIGNAL SEQUENCE OF UNKNOWN SHAPE UNDER THE INFLUENCE OF NARROWBAND INTERFERENCES

A.P. Trifonov, trifonov@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Russian Federation

Marina B. Bespalova, bmb5@yandex.ru, Voronezh State University, Russian Federation

P.A. Trifonov, bk_123@bk.ru, Zhukovsky–Gagarin Air Force Academy, Russian Federation

I.V. Gushchin, aviavolf@bk.ru, Zhukovsky–Gagarin Air Force Academy, Russian Federation

In this article we investigate the characteristics of a quasi-likelihood estimation of the time of arrival and the repetition period of ultrawideband signal of unknown form, which is received on the background of narrowband interferences with unknown parameters and of Gaussian white noise

Keywords: ultrawideband estimation; narrowband interference; estimation characteristics

REFERENCES

1. ASTANIN, L.Y.; KOSTYLEV, A.A. *Foundations of Ultrawideband Radar Measurements*. Moscow: Radio i Svyaz', 1989 [in Russian].

2. TAYLOR, JAMES D. *Introduction to Ultra-wideband Radar Systems*. Ann Arbor, London, Tokyo, New York: CRC Press Boca Raton, 1995.

3. RADZIEVSKIY, V.G.; TRIFONOV, P.A. *Processing of Ultrawideband Signals and Interferences*. Moscow: Radiotekhnika, 2009 [in Russian].

4. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B.; TRIFONOV, P.A.; GUSHCHIN, I.V. Quasi-likelihood estimate of the arrival time of ultrawideband signal with unknown waveform on exposure to narrow-band interferences. *Radioelectron. Commun. Syst.*, 2014, v.57, n.10, p.457-464, DOI: [10.3103/S0735272714100045](https://doi.org/10.3103/S0735272714100045).

5. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B. Quasi-likelihood estimation of the arrival time and the repetition period of videopulses. *Radiotekhnika*, 1998, n.3, p.78-80.

6. TRIFONOV, A.P.; BESPALOVA, M.B. The efficiency of simultaneous estimation of the arrival time and the repetition period of pulses in the presence of uninformative parameters. *Radiotekh. Elektron.*, 1992, v.37, n.6, p.1014-1023.

7. RADZIEVSKIY, V.G.; SIROTA, A.A. *Theoretical Foundations of Electronic Surveillance*. Moscow: Radiotekhnika, 2004 [in Russian].

8. KULIKOV, E.I.; TRIFONOV, A.P. *Estimation of Signal Parameters on the Background of Interferences*. Moscow: Sov. Radio, 1978 [in Russian].

9. MUDROV, V.I.; KUSHKO, V.L. *Methods of Measurement Processing. Quasi-likelihood Estimations*. Moscow: Radio i Svyaz', 1983 [in Russian].

10. YARLYKOV, M.S. *Application of Markov Theory of Nonlinear Filtration in Radioengineering*. Moscow: Sov. Radio, 1980 [in Russian].

Received in final form April 29, 2015