Входит в состав базы Russian Science Citation Index (RSCI) на платформе Web of Science
ISSN 0033-8486

РАДИОТЕХНИКА

Radioengineering — XXI век

3 2016

В номере:

Оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью

Метод синтеза сложной широкополосной вибраторной антенны

и др.

РАДИОТЕХНИКА
тел./факс: (495) 625-9241
e-mail: info@radiotec.ru
http://www.radiotec.ru

ПОДПИСНОЙ ИНДЕКС 70775 В КАТАЛОГЕ АГЕНТСТВА «РОСПЕЧАТЬ»: ГАЗЕТЫ И ЖУРНАЛЫ

УДК 621.391

Оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью

А.П. Трифонов – д.т.н., засл. деятель науки РФ, профессор, зав. кафедрой радиофизики, Воронежский государственный университет, «Национальный исследовательский университет «МЭИ»
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Ю.Э. Корчагин – д.ф.-м.н., доцент, кафедра радиофизики, Воронежский государственный университет, «Национальный исследовательский университет «МЭИ»
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
К.Д. Титов – аспирант, кафедра радиофизики, Воронежский государственный университет
E-mail: titovkd@gmail.com

Синтезированы квазиправдоподобный и максимально правдоподобный алгоритмы оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума. Найдены структура и статистические характеристики алгоритмов оценки амплитуды. Исследовано влияние априорного незнания длительности сигнала на точность оценки амплитуды.

Ключевые слова: *амплитуда, длительность, квазирадиосигнал, квазиправдоподобная оценка, максимально правдоподобная оценка, смещение, дисперсия, рассеяние.*

We considered the new quasi-likelihood and maximum-likelihood amplitude estimation algorithm of the ultra-wideband quasi radio signal with unknown duration against white Gaussian noise. We found the structure and statistical characteristics of the introduced estimation algorithm and we investigated the influence of the prior signal duration ignorance on estimation efficiency.

Keywords: *amplitude, duration, quasi radio signal, quasi-likelihood estimation, maximum-likelihood estimation, offset, bias, variance.*

Задача оценки амплитуды радиосигнала, наблюдаемого на фоне шума, актуальна для многих практических приложений статистической радиофизики и неоднократно рассматривалась в литературе [1–7]. В работе [1] исследована оценка амплитуды детерминированного сигнала при условии, что все остальные параметры априори известны, найдены характеристики оценки амплитуды. В работе [2] рассмотрена оценка максимального правдоподобия амплитуды сигнала, содержащего неизвестные неэнергетические параметры, а также совместные оценки амплитуды и длительности прямоугольного импульса. Оценка амплитуды радиосигнала с непрямоугольной формой огибающей, неизвестной длительностью и начальной фазой, исследована в работе [8]. При этом предполагалось, что радиосигнал является узкополосным [1]. Однако во многих практических приложениях требуется формировать оценку амплитуды радиосигнала, для которого условия узкополосности не выполняются, а также неизвестна длительность сигнала. В работе [9] рассмотрен алгоритм обнаружения радиосигнала с неизвестными амплитудой и начальной фазой, который не удовлетворяет условию относительной узкополосности и назван сверхширокополосным квазирадиосигналом. Поскольку зачастую помимо амплитуды и начальной фазы оказывается неизвестной длительность сигнала, имеется необходимость исследования алгоритма оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестными начальной фазой и длительностью.

Ц е л ь р а б о т ы – синтез квазиправдоподобного и максимально правдоподобного алгоритмов оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала с неизвестной длительностью, наблюдаемого на фоне гауссовского белого шума; разработка структуры и расчет статистических характеристик алгоритмов оценки амплитуды; оценка влияния априорного незнания длительности сигнала на точность оценки амплитуды.

Постановка задачи

Сверхширокополосный квазирадиосигнал с прямоугольной модулирующей функцией запишем в виде

$$s(t,a,\phi,\tau) = I(t/\tau)\,a\cos(\omega t - \phi), \tag{1}$$

где a, ϕ, ω, τ – амплитуда, начальная фаза, частота и длительность квазирадиосигнала соответственно [9]; $I(x)$ – индикатор единичной длительности:

$$I(x)=\begin{cases}1, & 0\le x\le 1,\\ 0, & x<0,\ x>1.\end{cases}$$

Если полоса частот $\Delta\omega$ и частота ω сигнала (1) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega << \omega, \tag{2}$$

то сигнал (1) является узкополосным радиосигналом. Тогда $I(t/\tau)$ – прямоугольная огибающая узкополосного радиосигнала (1). Если условие (2) не выполняется, то формула (1) описывает сверхширокополосный квазирадиосигнал. Величины a, ϕ, ω, τ являются параметрами гармонического колебания, используемого для его формирования. Тем не менее, для краткости, далее будем называть a, ϕ, ω, τ соответственно амплитудой, начальной фазой, частотой и длительностью квазирадиосигнала (1).

Рассмотрим задачу оценки амплитуды сигнала (1) с неизвестными начальной фазой ϕ и длительностью τ на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0. Наблюдаемую в течение интервала времени $t\in[0,T]$ аддитивную смесь сигнала (1) и шума $n(t)$ представим в виде

$$\xi(t)=s(t,a_0,\phi_0,\tau_0)+n(t), \tag{3}$$

где a_0, ϕ_0, τ_0 – истинные значения неизвестных параметров.

Будем считать, что длительность сигнала может принимать значения из априорного интервала $\tau\in[T_1,T_2]$. Располагая наблюдаемой реализацией $\xi(t)$, необходимо сформировать оценку амплитуды полезного сигнала (1), считая длительность и начальную фазу неинформативными параметрами, в оценке которых нет необходимости.

Квазиправдоподобная оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала

Для синтеза алгоритма оценки воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [1–3], согласно которому оценка амплитуды при априори известных длительности и начальной фазе совпадает с положением абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) $a_{0m}=\arg\sup\limits_a L(a,\phi_0,\tau_0)$.

При неизвестных параметрах сигнала имеет место априорная параметрическая неопределенность относительно начальной фазы и длительности. В этом случае логарифм ФОП зависит от трех неизвестных параметров:

$$L(a,\phi,\tau)=\frac{2a}{N_0}\int_0^\tau\left(\xi(t)-\frac{a\cos(\omega t-\phi)}{2}\right)\cos(\omega t-\phi)\,dt. \tag{4}$$

Одним из возможных способов преодоления априорной параметрической неопределенности является использование квазиправдоподобного (КП) алгоритма оценки. Вместо неизвестной длительности в выражении (4) будем использовать некоторое ожидаемое ее значение τ^* из области возможных значений длительности $\tau^*\in[T_1,T_2]$. Неизвестную начальную фазу в выражении (4) заменим ее КП оценкой

$$\tilde\phi(a)=\arg\sup_\phi L^*(a,\phi),\quad L^*(a,\phi)=L\left(a,\phi,\tau=\tau^*\right), \tag{5}$$

что равносильно максимизации логарифма ФОП (4) по переменной ϕ. КП оценка амплитуды $\tilde a$ определяется как положение абсолютного (наибольшего) максимума логарифма ФОП:

$$\tilde a=\arg\sup L^*(a),\quad L^*(a)=\sup_\phi L^*(a,\phi)=L^*\left(a,\tilde\phi\right). \tag{6}$$

Подставим в выражение (4) явный вид квазирадиосигнала (1) и перепишем логарифм ФОП (5) как

$$L^*(a,\phi)=a\left(X^*\cos\phi+Y^*\sin\phi\right)-Q^*a^2\frac{1+\rho_c^*\cos(2\phi)+\rho_s^*\sin(2\phi)}{2}, \tag{7}$$

где $X^*=X\left(\tau^*\right)$, $Y^*=Y\left(\tau^*\right)$, $Q^*=Q\left(\tau^*\right)$, $\rho_c^*=\rho_c\left(\tau^*\right)$, $\rho_s^*=\rho_s\left(\tau^*\right)$:

$$X(\tau)=\frac{2}{N_0}\int_0^{\tau^*}\xi(t)\cos(\omega t)dt,\quad Y(\tau)=\frac{2}{N_0}\int_0^{\tau^*}\xi(t)\sin(\omega t)dt,\quad Q(\tau)=\frac{\tau}{N_0}, \tag{8}$$

$$\rho_c(\tau)=\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau^*}\cos(2\omega t)dt=\frac{\sin\left(4\pi\kappa\tau/\tau_0\right)}{4\pi\kappa\tau/\tau_0},\quad \rho_s(\tau)=\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau^*}\sin(2\omega t)dt=\frac{1-\cos\left(4\pi\kappa\tau/\tau_0\right)}{4\pi\kappa\tau/\tau_0}.$$

Величина $\kappa=\dfrac{\omega\tau_0}{2\pi}$ характеризует степень узкополосности радиосигнала и равна числу периодов гармонического колебания (1), укладывающихся на длительности сигнала τ_0. Величину κ будем аналогично [9] называть параметром узкополосности.

Оценка (6) может быть найдена аналитически. Для этого надо решить систему уравнений правдоподобия

$$\left.\frac{\partial L^*(a,\phi)}{\partial a}\right|_{\hat{a},\hat{\phi}}=0,\quad \left.\frac{\partial L^*(a,\phi)}{\partial \phi}\right|_{\hat{a},\hat{\phi}}=0$$

и найти выражение для квазиправдоподобной оценки $\hat{a}$ амплитуды сигнала (1):

$$\hat{a}=\frac{\sqrt{X^{*2}\left[\left(1-\rho_c^*\right)^2+\rho_s^{*2}\right]+Y^{*2}\left[\left(1+\rho_c^*\right)^2+\rho_s^{*2}\right]-4X^*Y^*\rho_s^*}}{Q\left|1-\rho_c^{*2}-\rho_s^{*2}\right|}. \tag{9}$$

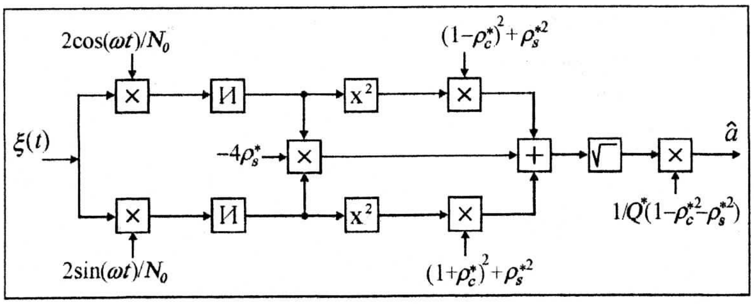

Рис. 1. Схема квазиправдоподобного измерителя амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала

Согласно (9) КП оценку амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала можно сформировать на основе схемы, приведенной на рис. 1, где интеграторы И работают на интервале времени $[0,\tau^*]$, $\tau^*\in[T_1,T_2]$.

Выполним анализ КП алгоритма оценки амплитуды. Для полного статистического описания оценки (6) найдем ее плотность вероятности. Точность оценки будем также характеризовать величинами смещения, дисперсии и рассеяния. Согласно (9), КП оценка амплитуды определяется через случайные величины X и Y. Следовательно, плотность вероятности оценки (9) может быть выражена через совместную плотность вероятности случайных величин X^* и Y^*. Эти величины являются гауссовскими, поскольку представляют собой линейные преобразования (8) гауссовского случайного процесса $\xi(t)$, обладают математическими ожиданиями

$$m_x=\left\langle X^*\right\rangle=a_0R\left[\left(1+r_c\right)\cos\phi_0+r_s\sin\phi_0\right],\qquad m_y=\left\langle Y^*\right\rangle=a_0R\left[\left(1-r_c\right)\sin\phi_0+r_s\cos\phi_0\right],$$

дисперсиями

$$\sigma_x^2=\left\langle\left(X^*-m_x\right)^2\right\rangle=Q^*\left(1+\rho_c^*\right),\qquad \sigma_y^2=\left\langle\left(Y^*-m_y\right)^2\right\rangle=Q^*\left(1-\rho_c^*\right),$$

и корреляционным моментом

$$K_{xy} = \left\langle \left(X^* - m_x\right) \left(Y^* - m_y\right) \right\rangle = Q^* \rho_s^*,$$

где введены обозначения:

$$R = Q\left[\min\left(\tau^*, \tau_0\right)\right] = \frac{\min\left(\tau^*, \tau_0\right)}{N_0} = Q^* \min\left(1, \frac{1}{\Delta}\right), \quad \Delta = \frac{\tau^*}{\tau_0},$$

$$r_c = \rho_c\left[\min\left(\tau^*, \tau_0\right)\right] = \frac{\sin\left[4\pi\kappa \min(1, \Delta)\right]}{4\pi\kappa \min(1, \Delta)}, \quad r_s = \rho_s\left[\min\left(\tau^*, \tau_0\right)\right] = \frac{1 - \cos\left[4\pi\kappa \min(1, \Delta)\right]}{4\pi\kappa \min(1, \Delta)}.$$

Величина $\Delta = \dfrac{\tau^*}{\tau_0}$ характеризует отличие длительности ожидаемого и принимаемого сигналов. При $\Delta = 1$ КП оценка амплитуды совпадает с МП оценкой, исследованной в [9].

Введем аналогично [9] замену переменных: $Z = \left(1 + \rho_c^*\right)Y^* - \rho_s^* X^*$, $P = \left(1 - \rho_c^*\right)X^* - \rho_s^* Y^*$. Тогда для КП оценки амплитуды (9) получаем выражение

$$\hat{a} = \frac{\sqrt{Z^2 + P^2}}{Q^*\left(1 - \rho_c^{*2} - \rho_s^{*2}\right)}. \tag{10}$$

Случайные величины Z и P – гауссовские, т.к. они представляют собой линейные комбинации гауссовских случайных величин X^* и Y^*. Следовательно, статистические свойства Z и P полностью описываются их первыми двумя моментами. Выполняя усреднение, находим математические ожидания

$$m_z = \langle Z \rangle = a_0 Q^* \min(1, \Delta) S_z, \qquad m_p = \langle P \rangle = a_0 Q^* \min(1, \Delta) S_p, \tag{11}$$

$$S_z = \sin\phi_0\left[\left(1 + \rho_c^*\right)(1 - r_c) - \rho_s^* r_s\right] + \cos\phi_0\left[\left(1 + \rho_c^*\right)r_s - \rho_s^*(1 + r_c)\right], \tag{12}$$

$$S_p = \sin\phi_0\left[\left(1 - \rho_c^*\right)r_s - \rho_s^*(1 - r_c)\right] + \cos\phi_0\left[\left(1 - \rho_c^*\right)(1 + r_c) - \rho_s^* r_s\right], \tag{13}$$

дисперсии $\sigma_z^2 = \left\langle (Z - m_z)^2 \right\rangle = Q^* g\left(1 + \rho_c^*\right)$, $\sigma_p^2 = \left\langle \left(P - m_p\right)^2 \right\rangle = Q^* g\left(1 - \rho_c^*\right)$, $g = 1 - \rho_c^{*2} - \rho_s^{*2}$ и коэффициент корреляции $R_{zp} = \dfrac{\left\langle (Z - m_z)\left(P - m_p\right) \right\rangle}{\sigma_z \sigma_p} = -\dfrac{\rho_s^*}{\sqrt{1 - \rho_c^{*2}}}$.

С учетом найденных моментов совместная плотность вероятности случайных величин Z и P будет определяться формулой

$$W_2(Z, P) = \frac{\left(1 - R_{zp}^2\right)^{-\frac{1}{2}}}{2\pi\ \sigma_z \sigma_p} \exp\left[-\frac{1}{2\left(1 - R_{zp}^2\right)}\left(\frac{(Z - m_z)^2}{2\sigma_z^2} + \frac{\left(P - m_p\right)^2}{2\sigma_p^2} - \frac{2R_{zp}(Z - m_z)\left(P - m_p\right)}{\sigma_z \sigma_p}\right)\right]. \tag{14}$$

Сделаем далее замену переменных в (10): $Z = \Lambda \sin\theta$, $P = \Lambda \cos\theta$, тогда получим

$$\hat{a} = \frac{\Lambda}{Q^* g}. \tag{15}$$

Выполним переход от совместной плотности вероятности случайных величин Z и P к совместной плотности вероятности случайных величин Λ и θ ($\Lambda \ge 0$, $\theta \in [-\pi, \pi]$). Воспользуемся формулой [10]

$$W_{\Lambda\theta}(\Lambda, \theta) = W_{ZP}(Z = \Lambda \sin\theta, P = \Lambda \cos\theta)\ |D|, \tag{16}$$

где последний множитель – якобиан преобразования $|D| = \begin{vmatrix} \dfrac{\partial \Lambda \sin\theta}{\partial \Lambda} & \dfrac{\partial \Lambda \sin\theta}{\partial \theta} \\ \dfrac{\partial \Lambda \cos\theta}{\partial \Lambda} & \dfrac{\partial \Lambda \cos\theta}{\partial \theta} \end{vmatrix} = \Lambda$.

Затем в (16) перейдем от случайных величин Λ и θ к случайным величинам $\widehat{a} = \dfrac{\Lambda}{Qg}$ и θ:

$$W_{a\,\theta}(a,\theta) = W_{\Lambda\theta}(\Lambda = aQg, \theta)\ |D|, \tag{17}$$

где якобиан преобразования $|D| = Q^* g$.

В результате получим выражение для совместной плотности вероятности $\widehat{a}$ и θ:

$$W_{a\,\theta}(a,\theta) = CQa\exp\left\{-\left[\gamma^2(\theta)Qa^2 - 2\delta\ (\theta)\sqrt{Q}a\right]\right\},\quad a \ge 0,\ \theta \in [-\pi, \pi], \tag{18}$$

в котором введены следующие обозначения:

$$C = \frac{Q^* g^2}{2\pi\sqrt{\left(1 - R_{zp}^2\right)\sigma_z^2\sigma_p^2}}\exp\left(-\frac{\sigma_p^2 m_z^2 + \sigma_z^2 m_p^2 - 2R_{zp}\sigma_z\sigma_p m_z m_p}{2\left(1 - R_{zp}^2\right)\sigma_z^2\sigma_p^2}\right),$$

$$\delta(\theta) = \sqrt{Q^*}\, g\frac{m_z\sigma_p^2\sin\theta + m_p\sigma_z^2\cos\theta - R_{zp}\sigma_z\sigma_p\left(m_p\sin\theta + m_z\cos\theta\right)}{2\left(1 - R_{zp}^2\right)\sigma_z^2\sigma_p^2},$$

$$\gamma^2(\theta) = Q^* g^2\frac{\sigma_p^2\sin^2\theta + \sigma_z^2\cos^2\theta - R_{zp}\sigma_z\sigma_p\sin 2\theta}{2\left(1 - R_{zp}^2\right)\sigma_z^2\sigma_p^2}.$$

Согласно (18), плотность вероятности квазиправдоподобной оценки (9) амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала можно записать как

$$W_a(a) = \int_{-\pi}^{\pi} W_{a\,\theta}(a,\theta)\mathrm{d}\theta = CQ^* a\int_{-\pi}^{\pi}\exp\left[-\left(\gamma^2(\theta)Q^* a^2 - 2\delta(\theta)\sqrt{Q^*}a\right)\right]\mathrm{d}\theta. \tag{19}$$

Найдем основные характеристики квазиправдоподобной оценки (9) амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала – условные смещение и рассеяние:

$$b\ (\widehat{a}\,|\,a_0,\phi_0) = \langle\widehat{a}\rangle - a_0,\quad V(\widehat{a}\,|\,a_0,\phi_0) = \left\langle\widehat{a}^2\right\rangle - 2a_0\langle\widehat{a}\rangle^2 + a_0^2. \tag{20}$$

В формулах (20) усреднение выполняется по реализациям шума при фиксированных истинных значениях параметров a_0, ϕ_0. Используя плотность вероятности (19), находим значения первых двух моментов оценки:

$$\langle\widehat{a}\rangle = \int_0^\infty aW_a(a)da,\quad \left\langle\widehat{a}^2\right\rangle = \int_0^\infty a^2 W_a(a)da. \tag{21}$$

Выполняя в (21) интегрирование по a, получим

$$\langle\widehat{a}\rangle = \frac{C}{\sqrt{Q}}\int_{-\pi}^{\pi} J_1(\theta)d\theta,\quad \left\langle\widehat{a}^2\right\rangle = \frac{C}{\sqrt{Q}}\int_{-\pi}^{\pi} J_2(\theta)d\theta. \tag{22}$$

Здесь введены следующие обозначения:

$$J_2(\theta) = \frac{1}{2\gamma^4(\theta)}\left(1 + \frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right) + \frac{\delta(\theta)\sqrt{\pi}\Phi\left(\sqrt{2}\delta\ (\theta)\big/\gamma\ (\theta)\right)}{\gamma^5(\theta)}\exp\left(\frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right)\left(\frac{3}{2} + \frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right),$$

$$J_1(\theta)=\frac{\delta(\theta)}{2\gamma^4(\theta)}+\frac{\sqrt{\pi}\Phi\left(\sqrt{2}\delta\ (\theta)\Big/\gamma\ (\theta)\right)}{2\gamma^3(\theta)}\exp\left(\frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right)\left(1+2\frac{\delta^2(\theta)}{\gamma^2(\theta)}\right),$$

где $\Phi\ (x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{x}\exp\left(\frac{-t^2}{2}\right)dt$ – интеграл вероятности.

Проигрыш в эффективности оценки вследствие незнания длительности квазирадиосигнала можно охарактеризовать отношением рассеяний (20) оценки амплитуды при наличии и при отсутствии расстройки длительности:

$$\chi_V=V(z_0,\Delta)/V(z_0,\Delta=1), \tag{23}$$

а также величиной нормированного смещения

$$\chi_b=b(z_0,\Delta)\Big/\sqrt{V(z_0,\Delta)}. \tag{24}$$

В качестве примера на рис. 2 изображены зависимости условного рассеяния (20) $V=\frac{V(\hat{a}\,|\,a_0,\phi_0)}{a_0^2}$, нормированного на a_0^2, от $z_0=a_0\sqrt{\frac{\tau_0}{N_0}}$ – отношения сигнал/шум (ОСШ) при различных расстройках длительности ожидаемого сигнала Δ. Сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки $\Delta=1$, штрихпунктирная – расстройке $\Delta=2/3$ (ожидаемая длительность меньше истинного значения), штриховая – расстройке $\Delta=3/2$ (ожидаемая длительность больше истинного значения).

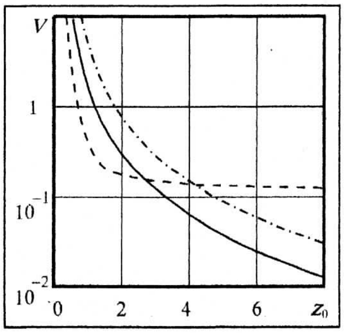

Рис. 2. Графики зависимости условного рассеяния КП оценки амплитуды от ОСШ

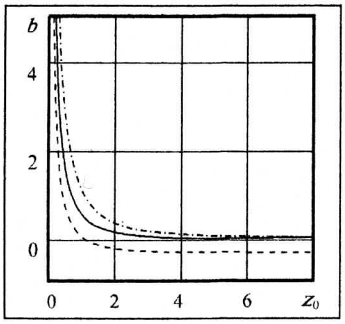

Рис. 3. Графики зависимости условного смещения КП оценки амплитуды от ОСШ

На рис. 3 показаны зависимости условного смещения (20) $b=\frac{b(\hat{a}\,|\,a_0,\phi_0)}{a_0}$, нормированного на a_0, от ОСШ z_0 при различных расстройках длительности ожидаемого сигнала Δ: сплошная кривая соответствует отсутствию расстройки $\Delta=1$, штрихпунктирная – расстройке $\Delta=2/3$, штриховая – расстройке $\Delta=3/2$.

На рис. 4 и 5 приведены соответственно зависимости проигрыша (23) в точности КП оценки амплитуды и нормированного смещения (24) от величины расстройки длительности ожидаемого сигнала Δ при различных ОСШ: $z_0=2$ (сплошная кривая), $z_0=5$ (штрихпунктирная кривая), $z_0=8$ (штриховая кривая).

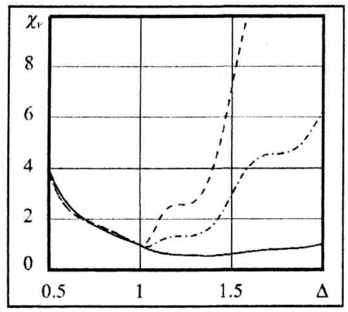

Рис. 4. Графики зависимости проигрыша в эффективности КП оценки амплитуды от величины расстройки

При расчете кривых предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала $\phi_0=0$, а $\kappa=1$, т.е. на длительности принятого сигнала укладывается один период квазирадиосигнала.

Как видно из приведенных рисунков, априорное незнание длительности сигнала может привести к снижению точности оценки амплитуды. При малых ОСШ и $\Delta>1$ КП оценка обладает меньшим рассеянием, чем при отсутствии расстройки и $\Delta<1$. При этом КП оценка амплитуды является несостоятельной, ее смещение не сходится к нулю с ростом ОСШ.

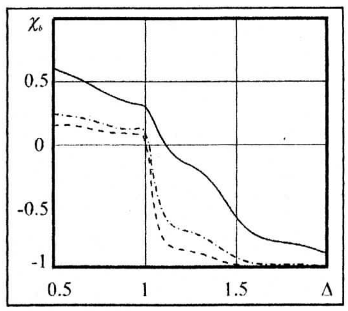

Рис. 5. Графики зависимости нормированного смещения КП оценки амплитуды от величины расстройки

Максимально правдоподобная оценка амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала

С целью улучшения точности оценки амплитуды можно применить МП алгоритм, основанный на поиске положения абсолютного максимума логарифма ФОП:

$$a_m = \arg\sup_a L(a), \quad L(a) = \sup_{\tau,\phi} L(\tau,a,\phi) = \sup_\tau L(\tau,a), \quad L(\tau,a) = \sup_\phi L(\tau,a,\phi),$$

в котором вместо неизвестных длительности и начальной фазы используются их оценки максимального правдоподобия a_m и ϕ_m, что равносильно максимизации логарифма ФОП (4) по неизвестным параметрам. Выполняя аналитически максимизацию логарифма ФОП (4) по переменным a и ϕ, получаем

$$a_m = \frac{\sqrt{X^2(\tau_m)\left[(1-\rho_{cm})^2 + \rho_{sm}^2\right] + Y^2(\tau_m)\left[(1+\rho_{cm})^2 + \rho_{sm}^2\right] - 4X(\tau_m)Y(\tau_m)\rho_{sm}}}{Q(\tau_m)\left|1-\rho_{cm}^2-\rho_{sm}^2\right|}, \tag{25}$$

$$\tau_m = \arg\sup_\tau L(\tau), \quad \rho_{cm} = \rho_{cm}(\tau_m), \quad \rho_{sm} = \rho_{sm}(\tau_m), \tag{26}$$

$$L(\tau) = \frac{\left[1-\rho_c(\tau)\right]X^2(\tau) + \left[1+\rho_c(\tau)\right]Y^2(\tau) - 2X(\tau)Y(\tau)\rho_s(\tau)}{2Q(\tau)\left[1-\rho_c^2(\tau)-\rho_s^2(\tau)\right]}. \tag{27}$$

Выражение (25) определяет структуру приемного устройства. Приемник должен формировать случайный процесс (27) для всех возможных значений длительности и находить МП оценку длительности как положение его максимума. Подставив найденную оценку длительности в выражение (25), получаем искомую МП оценку амплитуды. Схема МП измерителя амплитуды изображена на рис. 6.

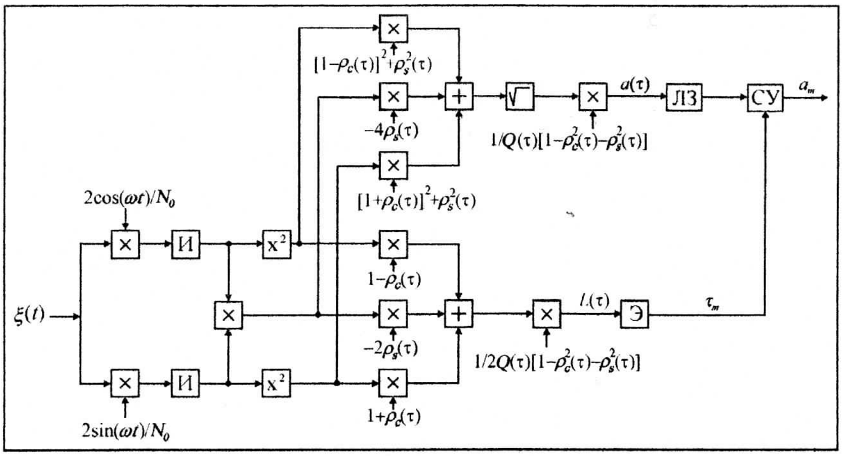

Рис. 6. Схема максимально правдоподобного измерителя амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала: И – интеграторы на интервале времени $[0; t]$, $t \in [0; T_2]$; Э – экстрематор, осуществляющий поиск положения максимума входного сигнала на интервале времени $[T_1; T_2]$; ЛЗ – линия задержки на время T_2; СУ – стробирующее устройство, фиксирующее значение входного сигнала в момент времени $T_2 + \tau_m$

Для анализа МП алгоритма оценки амплитуды рассмотрим логарифм функционала отношения правдоподобия (4). Он представляет собой случайное поле, дифференцируемое по параметрам a и ϕ и недифференцируемое по переменной τ. Следовательно, амплитуда и начальная фаза являются регулярными параметрами сигнала (2), а длительность – разрывным параметром [2]. Таким образом, условия регулярности частично нарушаются. В работе [11] показано, что асимптотически (с ростом ОСШ) точность МП оценок регулярных параметров (амплитуды и начальной фазы) не зависит от наличия неизвестного разрывного параметра (длительности). Это означает, что смещение и дисперсия МП оценки амплитуды (25) при больших ОСШ асимптотически совпадают со смещением и рассеянием оценки амплитуды радиосигнала с априори известной длительностью, найденными в [9]:

$$b(a_m \mid a_0,\phi_0) = \frac{a_0}{2z_0^2}\frac{1+\rho_c\cos(2\phi_0)+\rho_s\sin(2\phi_0)}{1-\rho_c^2-\rho_s^2}, \quad V(a_m \mid a_0,\phi_0) = \frac{a_0^2}{z_0^2}\frac{1-\rho_c\cos(2\phi_0)-\rho_s\sin(2\phi_0)}{1-\rho_c^2-\rho_s^2}.$$

Следовательно, зависимости, приведенные на рис. 2–5, можно интерпретировать как функции, характеризующие выигрыш в точности МП оценки (25) по сравнению с точностью КП оценки (6), (9).

- Полученные результаты позволяют оценить влияние априорного незнания длительности квазирадиосигнала на точность оценки его амплитуды. Найденные выражения для проигрышей в точности оценки амплитуды количественно характеризуют относительное увеличение ее рассеяния. Несовпадение ожидаемого значения длительности с его истинным значением может привести к увеличению рассеяния квазиправдоподобной оценки амплитуды в несколько раз. Статистические характеристики более сложной максимально правдоподобной оценки амплитуды при больших отношениях сигнал/шум асимптотически совпадают со смещением и рассеянием максимально правдоподобной оценки амплитуды радиосигнала с априори известной длительностью. Полученные результаты позволяют сделать обоснованный выбор алгоритма оценки амплитуды в зависимости от имеющейся априорной информации, а также в зависимости от требований, предъявляемых к точности оценки и степени простоты технической реализации алгоритма оценки.

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект №14-49-00079).

Литература

1. *Куликов Е.И., Трифонов А.П.* Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио. 1978.
2. *Трифонов А.П., Шинаков Ю.С.* Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь. 1986.
3. *Тихонов В.И.* Оптимальный прием сигналов. М.: Радио и связь. 1983.
4. *Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Кондратович П.А., Трифонов М.В.* Оценка амплитуды сигнала с неизвестной длительностью // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. 2012. Т. 55. № 9. С. 3–10.
5. *Грязнов М.И., Гуревич М.Л., Рябинин Ю.А.* Измерение параметров импульсов. М.: Радио и связь. 1991.
6. *Зандер Ф.В., Чмых М.К.* Предельные погрешности оптимальных измерителей амплитуды и постоянной составляющей сигналов с малым временем измерения // Измерительная техника. 1988. № 1. С. 33–34.
7. *Мешков В.П., Угольков В.Н.* Методы измерения амплитуды гармонического сигнала за время менее периода // Метрология. 1984. № 8. С. 8–11.
8. *Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Трифонов М.В., Чернояров О.В., Артеменко А.А.* Оценка амплитуды радиосигнала с неизвестной длительностью и начальной фазой // Прикладные математические науки. 2014. Т. 8. № 111. 5517–5528.
9. *Трифонов А.П., Руднев П.Е.* Характеристики оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. 2010. Т. 53. № 5. С. 22–31.
10. *Тихонов В.И.* Статистическая радиотехника. М.: Радио и связь. 1982.
11. *Трифонов А.П., Бутейко В.К.* Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности // Радиотехника и электроника. 1991. Т. 36. № 2. С. 319–327.

Поступила 15 апреля 2015 г.

The amplitude estimation of the ultra-wideband quasi radio signal with unknown duration

A.P. Trifonov – Dr. Sc. (Eng.), Honored Scientist of RF, Professor, Head of Department of Radiophysics, Voronezh State University, «National Research University «MPEI» (Moscow)
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Yu.E. Korchagin – Dr. Sc. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Radiophysics, Voronezh State University, «National Research University «MPEI» (Moscow)
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
K.D. Titov – Post-graduate Student, Department of Radiophysics, Voronezh State University
E-mail: titovkd@gmail.com

The article contains quasi-likelihood and maximum-likelihood amplitude estimation algorithm of ultra-wideband quasi radio signal with unknown duration. Under the ultra-wideband quasi radio signal is understood the signal, the structure of which is similar to narrow-band radio signal without performed relatively narrow bandwidth condition. Proposed flowchart devices generating amplitude estimate. The comparison of the complexity of the technical or software implementation of the synthesized algorithms is performed. It is shown that the maximum likelihood estimation algorithm is more complex than quasi-likelihood algorithm.
The analysis of the synthesized algorithms is fulfilled, the accuracy of amplitude estimates characteristics is found. It is shown that the duration of the signal ignorance may lead to a significant reduction in the accuracy of quasi-likelihood estimation. The accuracy of maximum-likelihood amplitude estimates asymptotically with increasing signal/noise ratio is close to the accuracy of amplitude estimates with unknown duration.
The obtained results of synthesis and analysis of estimation algorithms of the amplitude with unknown quasi radio signal duration allow us to make reasonable choice of necessary estimation algorithm based on the available a priori information about the duration of the signal, as well as the requirements for ease of implementation of the algorithm and the requirements for the accuracy of the estimate.

References

1. *Kulikov E.I., Trifonov A.P.* Parameter estimation of signals in noise. M.: Sov. radio. 1978.
2. *Trifonov A.P., Shinakov Yu.S.* Joint distinction signals and estimation of their parameters in noise. M.: Radio and Communications. 1986.
3. *Tikhonov V.I.* Optimal reception of signals. M.: Radio and Communications. 1983.
4. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A., Trifonov M.V.* Estimation of the signal amplitude with unknown duration // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Radionics. 2012. Vol.55. № 9. pp. 3–10.
5. *Gryaznov M.I., Gurevich M.L., Ryabinin Yu.A.* Measurement of pulse parameters. M.: Radio and Communications. 1991.
6. *Zander F.V., Zhmykh M.K.* Error limits optimal measuring amplitude and constant component of signals with fast measurement // Measuring equipment. 1988. № 1. pp. 33–34.
7. *Meshkov V.P., Ugolkov V.N.* Methods for measuring the amplitude of the harmonic signal in a time period of less than // Metrology. 1984. № 8. pp. 8–11.
8. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Trifonov M.V., Chernoyarov O.V., Artemenko A.A.* Amplitude Estimate of the Radio Signal with Unknown Duration and Initial Phase // Applied Mathematical Sciences, 2014. Vol.8. № 111. pp. 5517–5528.
9. *Trifonov A.P., Rudnev P.E.* Features ultra-wideband amplitude estimation quasi radio signal // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. 2010. Vol.53. № 5. pp. 22–31.
10. *Tikhonov V.I.* Statistical Radio Engineering. M.: Radio and Communications. 1982.
11. *Trifonov A.P., Buteyko V.K.* Features joint assessments of signal parameters in the partial violation of regularity conditions // Radio Engineering and Electronics. 1991. Vol.36. № 2. pp. 319–327.