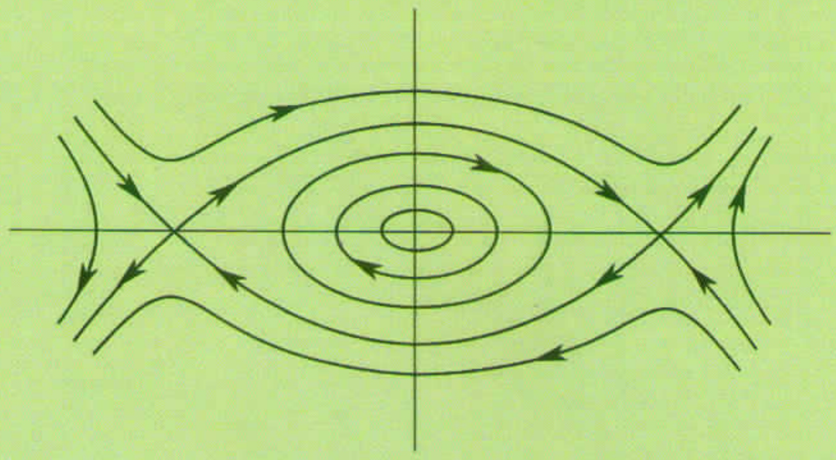
ISSN 0234-5439
ISSN 1609-0705
Основан в 1993 г.

ВЕСТНИК

Воронежского Государственного Университета



СЕРИЯ
Физика
Математика

№ 1 / 2016

УДК 621.391

КВАЗИПРАВДОПОДОБНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНЫМИ АМПЛИТУДОЙ И ДЛИТЕЛЬНОСТЬЮ*

А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, Е. В. Литвинов

Воронежский государственный университет,
Национальный исследовательский университет "МЭИ"

Поступила в редакцию 24.02.2016 г.

Аннотация. Исследованы алгоритмы обнаружения сигнала произвольной формы с неизвестными амплитудой и длительностью, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума. Выполнен синтез квазиправдоподобного алгоритма обнаружения, использующего вместо неизвестных амплитуды и длительности сигнала их ожидаемые значения. Исследована возможность адаптации обнаружителя по неизвестным параметрам. Синтезированы кзиправдоподобные алгоритмы обнаружения с адаптацией по амплитуде и по длительности. Получены статистические характеристики эффективности функционирования синтезированных алгоритмов обнаружения: вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала. Выполнен сравнительный анализ алгоритмов обнаружения.

Ключевые слова: обнаружение сигнала, амплитуда, длительность, квазиправдоподобный алгоритм, вероятность ложной тревоги, вероятность пропуска сигнала, адаптация по амплитуде, адаптация по длительности.

QUASI LIKELIHOOD DETECTION OF THE SIGNAL WITH UNKNOWN AMPLITUDE AND DURATION

A. P. Trifonov, Yu. E. Korchagin, E. V. Litvinov

Abstract. We synthesized the quasi-likelihood algorithms for the detection of a waveform signal with unknown amplitude and duration against additive Gaussian white noise. We explored the possibility of adapting the detector for unknown parameters. We synthesized the detection algorithms with adaptation in amplitude and duration. We analyzed the algorithms for calculation of the characteristics of their operating effectiveness and also we found the analytical expressions for false-alarm and missing probabilities of the considered detectors. We performed a comparative analysis of the detection algorithms.

Keywords: signal detection, amplitude, duration, quasi-likelihood algorithm, false alarm probability, the probability of missing a signal, amplitude adaptation, adaptation of duration.

В работах [1], [2] рассмотрена задача приема прямоугольного импульса с неизвестной длительностью на фоне белого шума. Алгоритмы приема сигнала произвольной формы с неизвестной длительностью исследованы в [3]. Однако в ряде практических приложений мощность принимаемого сигнала оказывается неизвестной. Поэтому целесообразно рассмотреть алгоритмы приема сигнала с неизвестной амплитудой. В работе [4] исследованы алгоритмы приема прямоугольного импульса с неизвестными длительностью и амплитудой. Получены

* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект 14-49-00079)

асимптотические выражения для вероятностей ошибок обнаружения, а также для распределения и рассеяния совместных оценок максимального правдоподобия амплитуды и длительности сигнала. В данной работе выполнен синтез и анализ алгоритмов обнаружения сигнала произвольной формы с неизвестными длительностью и амплитудой.

Пусть на фоне гауссовского белого шума подлежит обнаружению сигнал

$$s(t, a_0, \tau_0) = \begin{cases} a_0 f(t), \ 0 \leqslant t \leqslant \tau_0, \\ 0, t < 0, t > \tau_0, \end{cases} \tag{1}$$

где a_0, τ_0 — амплитуда и длительность принимаемого сигнала соответственно, $f(t)$ — функция, описывающая форму сигнала. Полагаем, что длительность сигнала принимает значения из априорного интервала

$$\tau \in [T_1, T_2], \tag{2}$$

а также функция, описывающая форму сигнала удовлетворяет условию $\max f(t) = 1$, $t \in [0, T_2]$. Будем считать, что доступная наблюдению на интервале времени $[0, T]$ реализация $\xi(t)$ может быть либо только шумом $\xi(t) = n(t)$, либо аддитивной смесью шума с полезным сигналом (1) $\xi(t) = s(t, a_0, \tau_0) + n(t)$. Здесь $n(t)$ — реализация гауссовского белого шума с односторонней спектральной плотностью N_0. Располагая наблюдаемой реализацией $\xi(t)$, необходимо вынести решение о наличии или отсутствии полезного сигнала (1).

Если амплитуда и длительность полезного сигнала (1) априори известны, можно применить оптимальный алгоритм обнаружения [2, 5, 6], согласно которому приёмное устройство формирует логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОП)

$$L_0 = \frac{2a_0}{N_0} \int\limits_0^{\tau_0} \xi(t) f(t)\, dt - \frac{a_0^2}{N_0} \int\limits_0^{\tau_0} f^2(t)\, dt. \tag{3}$$

Решение о наличии или отсутствии сигнала выносится в результате сравнения сформированной величины с порогом. Однако при неизвестных параметрах сигнала имеет место априорная параметрическая неопределенность относительно амплитуды и длительности. В этом случае логарифм ФОП зависит от двух неизвестных параметров [2, 6]

$$L(a, \tau) = \frac{2a}{N_0} \int\limits_0^{\tau} \xi(t) f(t)\, dt - \frac{a^2}{N_0} \int\limits_0^{\tau} f^2(t)\, dt. \tag{4}$$

Соответственно, ряд алгоритмов обнаружения (возможно неоптимальных) может быть получен при подстановке в (4) вместо неизвестных a_0 и τ_0 некоторых их значений. Эти значения могут быть фиксированными, а могут определяться по реализации наблюдаемых данных. Получаемые в результате алгоритмы обнаружения, рассмотренные ниже, отличаются своей эффективностью и степенью простоты аппаратурной реализации.

1. КВАЗИПРАВДОПОДОБНЫЙ АЛГОРИТМ ОБНАРУЖЕНИЯ

Одним из способов преодоления априорной параметрической неопределенности относительно амплитуды и длительности является применения квазиправдоподобного (КП) алгоритма обнаружения [7].

Квазиправдоподобный приемник формирует логарифм ФОП (4) для некоторых ожидаемых амплитуды a^* и длительности $\tau^* \in [T_1, T_2]$, то есть

$$L_1 = L(a^*, \tau^*) = \frac{2a^*}{N_0} \int\limits_0^{\tau^*} \xi(t) f(t)\, dt - \frac{a^{*2}}{N_0} \int\limits_0^{\tau^*} f^2(t)\, dt. \tag{5}$$

Величина (5) сравнивается с порогом h и выносится решения о наличии или отсутствии сигнала в наблюдаемой реализации. Выражение (5) определяет структуру приёмного устройства.

Для анализа квазиправдоподобного алгоритма необходимо найти вероятности ложной тревоги и пропуска сигнала [2, 5]. Понятно, что незнание амплитуды и длительности влияет на эффективность обнаружения. Поэтому введём в рассмотрение величины, характеризующие расстройку КП обнаружителя по амплитуде

$$\Delta_a = \frac{a^*}{a_0}, \quad \delta_a = \frac{a^* - a_0}{a_0} = \Delta_a - 1$$

и длительности

$$\Delta_\tau = \frac{\tau^*}{\tau_0}, \quad \delta_\tau = \frac{\tau^* - \tau_0}{\tau_0} = \Delta_\tau - 1.$$

Тогда ожидаемые амплитуды и длительность можно выразить через истинное значение и расстройку соответствующих параметров

$$a^* = a_0\left(1 + \delta_a\right) = a_0 \Delta_a, \quad \tau^* = \tau_0\left(1 + \delta_\tau\right) = \tau_0 \Delta_\tau. \tag{6}$$

Подставляя выражения (6) в решающую статистику (5), получаем

$$L_1 = \frac{2a_0}{N_0}\Delta_a \int\limits_0^{\tau_0\Delta_\tau} \xi(t) f(t)\, dt - \frac{a_0^2\Delta_a^2}{N_0} \int\limits_0^{\tau_0\Delta_\tau} f^2(t)\, dt.$$

Обозначим $L_1 = L_{11}$ — логарифм ФОП при наличии сигнала в принятой реализации, а $L_1 = L_{10}$ — при его отсутствии. Поскольку случайная величина L_1 является гауссовской, для ее статистического описания достаточно найти математические ожидания и дисперсии случайных величин L_{10}, L_{11}. Выполняя усреднение, получаем математические ожидания

$$S_{11} = \langle L_{11} \rangle = z_0^2 \Delta_a \left[1 + d\left(\min\left(1, \Delta_\tau\right)\right)\right] - z_0^2 \Delta_a^2 \left[1 + d\left(\Delta_\tau\right)\right] / 2, \tag{7}$$

$$S_{10} = \langle L_{10} \rangle = -z_0^2 \Delta_a^2 \left[1 + d\left(\Delta_\tau\right)\right] / 2 \tag{8}$$

и дисперсию

$$D = \left\langle \left(L_{10} - S_{10}\right)^2 \right\rangle = \left\langle \left(L_{11} - S_{11}\right)^2 \right\rangle = z_0^2 \Delta_a^2 \left[1 + d\left(\Delta_\tau\right)\right], \tag{9}$$

где $z_0^2 = \dfrac{2a_0^2}{N_0} \int\limits_0^{\tau_0} f^2(t)\, dt$ — отношение сигнал/шум (ОСШ) на выходе оптимального приёмника (3), $d(x) = \int\limits_{\tau_0}^{\tau_0 x} f^2(t)\, dt \Bigg/ \int\limits_0^{\tau_0} f^2(t)\, dt$ — обобщённая расстройка по длительности.

Используя статистические характеристики (7) – (9) случайной величины L_1 запишем точные выражения для вероятностей ошибок обнаружения:
вероятности ложной тревоги

$$\alpha_1 = P\left\{L_{10} > h\right\} = 1 - P\left\{L_{10} < h\right\} = 1 - \Phi\left(\frac{h}{z_0\Delta_a\sqrt{1 + d\left(\Delta_\tau\right)}} + \frac{1}{2} z_0 \Delta_a \sqrt{1 + d\left(\Delta_\tau\right)}\right), \tag{10}$$

и условной вероятности пропуска сигнала

$$\beta_1 = P\left\{L_{11} < h\right\} = F_{11}(h) =$$

$$= \Phi\left(\frac{h}{z_0\Delta_a\sqrt{1+d(\Delta_\tau)}} - \frac{z_0\left[1+d\left(\min\left(1,\Delta_\tau\right)\right)\right]}{\sqrt{1+d(\Delta_\tau)}} + \frac{1}{2}z_0\Delta_a\sqrt{1+d(\Delta_\tau)}\right). \quad (11)$$

Если ожидаемые амплитуда и длительность совпадают с истинными их значениями $\tau_0 = \tau^*$ и $a_0 = a^*$, то квазиправдоподобный обнаружитель совпадает с оптимальным обнаружителем априори известного сигнала с характеристиками [5]

$$\alpha_0 = 1 - \Phi\left(\frac{h}{z_0} + \frac{z_0}{2}\right), \quad \beta_0 = \Phi\left(\frac{h}{z_0} - \frac{z_0}{2}\right). \quad (12)$$

Сопоставление (10), (11) и (12) позволяет определить потери в эффективности КП обнаружителя (5) по сравнению с оптимальным обнаружителем (3) вследствие отклонения a^* от a_0 и τ^* от τ_0.

2. АЛГОРИТМ С АДАПТАЦИЕЙ ПО АМПЛИТУДЕ

С целью повышения эффективности обнаружения можно использовать КП алгоритм с адаптацией по амплитуде, согласно которому логарифм ФОП формируется для ожидаемой длительности τ^* и выполняется его максимизация по амплитуде

$$L_2 = \max_a L\left(a, \tau^*\right) = \max_a L_2\left(a\right). \quad (13)$$

Решение о наличии или отсутствии сигнала выносится в результате сравнения величины (13) с порогом h. Максимизацию логарифма ФОП (4) по амплитуде выполним аналитически. Для этого обозначим

$$L_2\left(a\right) = L\left(a, \tau^*\right) = \frac{2a}{N_0}\int_0^{\tau^*}\xi\left(t\right)f\left(t\right)dt - \frac{a^2}{N_0}\int_0^{\tau^*}f^2\left(t\right)dt.$$

Функция $L_2\left(a\right)$ достигаем максимума при

$$a = \int_0^{\tau^*}\xi\left(t\right)f\left(t\right)dt \Big/ \int_0^{\tau^*}f^2\left(t\right)dt. \quad (14)$$

Подставляя выражение (14) в формулу (13), получаем для решающей статистики

$$L_2 = \frac{1}{N_0}\left(\int_0^{\tau^*}\xi\left(t\right)f\left(t\right)dt\right)^2 \Big/ \int_0^{\tau^*}f^2\left(t\right)dt = \left(\int_0^{\tau^*}\xi\left(t\right)f\left(t\right)dt \Big/ \sqrt{N_0\int_0^{\tau^*}f^2\left(t\right)dt}\right)^2. \quad (15)$$

Выражение (15) определяет структуру приемного устройства.

Для анализа синтезированного алгоритма необходимо найти функцию распределения случайной величины (15). Обозначим $L_2 = L_{21}$ при наличии сигнала, $L_2 = L_{20}$ — при его отсутствии. Под квадратом в выражении (15) находится гауссовская случайная величина $\kappa = \int_0^{\tau^*}\xi\left(t\right)f\left(t\right)dt \Big/ \sqrt{N_0\int_0^{\tau^*}f^2\left(t\right)dt}$ с математическим ожиданием $m = 0$ при отсутствии сигнала, $m = a_0\int_0^{\min(\tau^*,\tau_0)}f^2\left(t\right)dt \Big/ \sqrt{N_0\int_0^{\tau^*}f^2\left(t\right)dt}$ при наличии сигнала и дисперсией $\sigma^2 = 1/2$.

Случайная величина κ преобразуется по квадратичному закону $L_2 = \kappa^2$. Следовательно, для функции распределения случайной величины L_2 справедливо выражение

$$F_{L_2}(y) = P\{L_2 < y\} = P\left(-\sqrt{y} < \kappa < \sqrt{y}\right) = F_\kappa\left(\sqrt{y}\right) - F_\kappa\left(-\sqrt{y}\right), \tag{16}$$

где $F_\kappa(y)$ — функция распределения гауссовской случайной величины κ. Используя функцию распределения (16) запишем точные выражения для вероятностей ошибок обнаружения: вероятности ложной тревоги

$$\alpha_2 = 1 - P\{L_{20} < h\} = 2 - 2\Phi\left(2\sqrt{h}\right) = 2\left[1 - \Phi\left(2\sqrt{h}\right)\right] \tag{17}$$

и условной вероятности пропуска

$$\beta_2 = P\{L_{21} < h\} = \Phi\left(2\sqrt{h} - \frac{z_0\left[1 + d\left(\min\left(1, \Delta_\tau\right)\right)\right]}{\sqrt{\left[1 + d\left(\Delta_\tau\right)\right]/2}}\right) - \Phi\left(-2\sqrt{h} - \frac{z_0\left[1 + d\left(\min\left(1, \Delta_\tau\right)\right)\right]}{\sqrt{\left[1 + d\left(\Delta_\tau\right)\right]/2}}\right). \tag{18}$$

Сопоставляя (17), (18) и (10), (11) можно определить выигрыш в эффективности обнаружения вследствие применения адаптации по амплитуде.

3. АЛГОРИТМ С АДАПТАЦИЕЙ ПО ДЛИТЕЛЬНОСТИ

Другим способом улучшения качества обнаружение является использование КП алгоритма обнаружения с адаптацией по длительности. Приемник формирует логарифм ФОП (4) для ожидаемой амплитуды a^* и выполняется максимизация по длительности

$$L_3 = \max_\tau L\left(a^*, \tau\right) = \max_\tau L_3(\tau). \tag{19}$$

Решение о наличии или отсутствии сигнала выносится в результате сравнения величины (19) с порогом h. Обозначим

$$L_3(\tau) = L\left(a^*, \tau\right) = \frac{2a^*}{N_0}\int_0^\tau \xi(t) f(t)\, dt - \frac{a^{*2}}{N_0}\int_0^\tau f^2(t)\, dt. \tag{20}$$

Приёмник должен формировать случайный процесс (20) для всех возможных значений длительности из априорного интервала (2) и находить его максимум. В результате сравнения максимума с порогом выносится решение о наличии или отсутствии сигнала. Пусть $L_3(\tau) = L_{30}(\tau)$ при отсутствии сигнала в принятой реализации и $L_3(\tau) = L_{31}(\tau)$ при наличии сигнала. Согласно (19) случайный процесс $L_3(\tau)$ является гауссовским. Поэтому для полного его описания достаточно найти его математическое ожидания и корреляционную функцию. Выполняя усреднение, находим математическое ожидание при наличии полезного сигнала в принятой реализации

$$S_{31}(\tau) = \langle L_{31}(\tau)\rangle = \Delta_a q\left(\min\left(\tau, \tau_0\right)\right) - \Delta_a^2 q(\tau)/2$$

и при его отсутствии

$$S_{30}(\tau) = \langle L_{31}(\tau)\rangle = -\Delta_a^2 q(\tau)/2,$$

и корреляционную функцию

$$K\left(\tau_1, \tau_2\right) = \Delta_a^2 q\left(\min\left(\tau_1, \tau_2\right)\right),$$

где введем $q(\tau) = \dfrac{2a_0^2}{N_0} \int\limits_0^{\tau} f^2(t)\,dt$ — ОСШ на выходе приёмника для сигнала длительностью τ.

Перейдём в (20) к новой переменной $\lambda = q(\tau)$. Учитывая неотрицательность монотонной функции $q(\tau)$, можем записать $q(\min(\tau_1, \tau_2)) = \min(q(\tau_1), q(\tau_2))$. Тогда решающую статистику (20) как функцию переменной λ можно представить в виде

$$L_{31}(\tau) = L_{31}[\tau(\lambda)] = \mu_{31}(\lambda) = \Delta_a \min(\lambda, \lambda_0) - \Delta_a^2 \lambda/2 + \nu(\lambda)$$

при наличии сигнала и

$$L_{30}(\tau) = L_{30}[\tau(\lambda)] = \mu_{30}(\lambda) = -\Delta_a^2 \lambda/2 + \nu(\lambda)$$

при отсутствии сигнала, $\lambda_0 = q(\tau_0)$, а $\nu(\lambda)$ — гауссовский случайный процесс с нулевым математическим ожиданием и корреляционной функцией

$$B(\lambda_1, \lambda_2) = \Delta_a^2 \min(\lambda_1, \lambda_2), \tag{21}$$

где $\tau(\lambda)$ определяется из решения уравнения $q(\tau) = \lambda$.

Вероятность ложной тревоги α_3 по определению выражается через вероятность непревышения случайным процессом $\mu_{30}(\lambda)$ порога h, то есть $\alpha_3 = 1 - P\{-\infty < \mu_{30}(\lambda) < h, \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]\} = 1 - P_0(h)$. Аналогично вероятность пропуска сигнала равна вероятности непревышения порога h случайным процессом $\mu_{31}(\lambda)$ $\beta_3 = P\{-\infty < \mu_{31}(\lambda) < h, \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]\} = P_1(h)$. Здесь обозначено

$$P_i(h) = P\{-\infty < \mu_{3i}(\lambda) < h, \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]\}. \tag{22}$$

Для нахождения функции (22) воспользуемся методикой [2, 3, 8]. Согласно (21) случайный процесс $\mu_{3i}(\lambda)$ является марковским с коэффициентами сноса и диффузии

$$k_{1i} = \begin{cases} i\Delta_a - \Delta_a^2/2, & \lambda \leqslant \lambda_0, \\ -\Delta_a^2/2, & \lambda > \lambda_0, \end{cases} \qquad k_{2i} = \Delta_a^2, \quad i = 0, 1. \tag{23}$$

Поэтому можем записать [9]

$$P_i(h) = P\{\mu_{3i}(\lambda) > 0, \lambda \in [\Lambda_1, \Lambda_2]\} = \int\limits_0^{\infty} W(y, \Lambda_2)\,dy. \tag{24}$$

Здесь $W(y, \lambda)$ — решение уравнения Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК) [8, 9]

$$\frac{\partial_W(y, \lambda)}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial\, y}[k_1 W(y, \lambda)] - \frac{1}{2}\frac{\partial^2}{\partial\, y^2}[k_2 W(y, \lambda)] = 0 \tag{25}$$

при граничных условиях $W(y = 0, \lambda) = W(y = \infty, \lambda) = 0$ и начальном условии

$$W(y, \lambda)|_{\lambda = \Lambda_1} = \frac{1}{\Delta_a \sqrt{2\pi\Lambda_1}} \exp\left[-\frac{\left(y - h + i\Delta_a\Lambda_1 - \Delta_i^2\Lambda_1/2\right)^2}{2\Delta_a^2\Lambda_1}\right].$$

Применяя метод отражения с переменой знака [10], находим решение уравнения (25) с коэффициентами (23) отдельно для случаев $\lambda \in [\Lambda_1, \lambda_0]$ и $\lambda \in [\lambda_0, \Lambda_2]$. Подставляя найденные решения в выражение (24) получаем выражения для вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала в виде

$$\begin{gathered} \alpha_3 = 1 - \tfrac{1}{\Delta_a\sqrt{2\pi\Lambda_1}} \int\limits_0^{\infty} \exp\left(-\tfrac{\left(h - \xi + \Delta_a^2\Lambda_1/2\right)^2}{2\Delta_a^2\Lambda_1}\right) \times \\ \times \Phi\left(\tfrac{\Delta_a}{2}\sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1} + \tfrac{\xi}{\Delta_a\sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1}}\right) - \exp(-\xi)\, \Phi\left(\tfrac{\Delta_a}{2}\sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1} - \tfrac{\xi}{\Delta_a\sqrt{\Lambda_2 - \Lambda_1}}\right) d\xi, \end{gathered} \tag{26}$$

$$
\begin{gathered}
\beta_3 = \frac{1}{2\pi\Delta_a^2\sqrt{\Lambda_1(\lambda_0-\Lambda_1)}} \exp\left[-\left(\lambda_0-\Lambda_1\right)\frac{1}{2}\left(1-\frac{\Delta_a}{2}\right)^2\right] \int\limits_0^\infty \int\limits_0^\infty \exp\left(-\frac{\left(h-\xi-\Delta_a\Lambda_1+\Delta_a^2\Lambda_1/2\right)^2}{2\Delta_a^2\Lambda_1}\right)\times \\
\times\Phi\left(\frac{\Delta_a}{2}\sqrt{\Lambda_2-\lambda_0}+\frac{\xi_1}{\Delta_a\sqrt{(\Lambda_2-\lambda_0)}}\right)-\exp\left(-\xi_1\right)\Phi\left(\frac{\Delta_a}{2}\sqrt{\Lambda_2-\lambda_0}-\frac{\xi_1}{\Delta_a\sqrt{(\Lambda_2-\lambda_0)}}\right)\times \\
\times\left\{\exp\left[-\frac{(\xi_1-\xi)^2}{2\Delta_a^2(\lambda_0-\Lambda_1)}\right]-\exp\left[-\frac{(\xi_1+\xi)^2}{2\Delta_a^2(\lambda_0-\Lambda_1)}\right]\right\}\exp\left[\left(\xi-\xi_1\right)\left(\frac{1}{\Delta_a}-\frac{1}{2}\right)\right]d\xi d\xi_1.
\end{gathered} \tag{27}
$$

Сопоставление (26), (27) и (10), (11) позволяет определить выигрыш в эффективности обнаружения вследствие применения адаптации по длительности и вынести решение о целесообразности применения такой адаптации.

С целью улучшения качества обнаружения можно применить максимально правдоподобный алгоритм обнаружения, согласно которому приемник выполняет максимизацию логарифма ФОП (4) как по длительности, так и по амплитуде [11].

Приведенные результаты позволяют сделать обоснованный выбор обнаружителя с учетом сложности его аппаратурной реализации и эффективности обнаружения. Наиболее простым в смысле аппаратурной реализации является КП алгоритм (5). Действительно, для принятия решения здесь требуется сформировать лишь случайную величину, линейно зависящую от реализации наблюдаемых данных. Однако, КП алгоритм (5) обладает низкой эффективностью обнаружения. Для повышения эффективности обнаружения можно использовать либо КП обнаружитель с адаптацией по амплитуде (15), либо КП обнаружитель с адаптацией по длительности (20). Первый из них требует формирования случайной величины, нелинейно зависящей от реализации наблюдаемых данных, второй — поиска абсолютного максимума случайного процесса, линейно связанного с реализацией наблюдаемых данных. Наиболее эффективным, но вместе с тем наиболее сложно реализуемым является максимально правдоподобный алгоритм [11].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Трифонов, А. П. Приём сигнала с неизвестной длительностью на фоне белого шума / А. П. Трифонов // Радиотехника и электроника. — 1977. — Т. 22, № 1. — С. 90–98.

2. Трифонов, А. П. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех / А. П. Трифонов, Ю. С. Шинаков. — М.: Радио и связь, 1986. — 264 с.

3. Трифонов, А. П. Приём сигнала с неизвестной длительностью / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Известия ВУЗов. Радиофизика. — 2002. — Т. 45, № 7. — С. 625–637.

4. Трифонов, А. П. Прием сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью на фоне белого шума / А. П. Трифонов, В. К. Бутейко // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. — 1981. — Т. 27, № 8. — С. 28–34.

5. Тихонов, В. И. Оптимальный приём сигналов / В. И. Тихонов. — М.: Радио и связь, 1983. — 320 с.

6. Теория обнаружения сигналов / П. С. Акимов, П. А. Бакут, В. А. Богданович [и др.]; под ред. П.А. Бакута. — М.: Радио и связь, 1984. — 440 с.

7. Трифонов, А. П. Квазиправдоподобное обнаружение сигналов с неизвестными формой и моментами появления и исчезновния / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2015. — № 4. — С. 41–51.

8. Трифонов, А. П. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, М. Б. Беспалова // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика, математика. — 2014. — № 4. — С. 54–65.

9. Тихонов, В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М. А. Миронов. — М.: Радио и связь, 1977. — 488 с.

10. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Т. 2 / В. И. Смирнов. — М.: Наука, 1965. — 656 с.

11. Трифонов, А. П. Обнаружение сигнала с неизвестными амплитудой и длительностью / А. П. Трифонов, Ю. Э. Корчагин, П. А. Кондратович // Известия ВУЗов. Радиофизика. — 2011. — Т. 54, № 5. — С. 391–401.

REFERENCES

1. Trifonov A. P. Receiving the signal of unknown duration against a background of white noise. [Priem signala s neizvestnoi dlitel'nost'yu na fone belogo shuma]. *Journal of Communications Technology and Electronics — Radiotexnika i e'lektronika*, 1977, vol. 22, no. 1, pp. 90–98.

2. Trifonov A. P., Shinakov Yu. S. The joint assessment of thedistinction between signals and their parameters on the background noise. [Trifonov A. P., Shinakov Yu. S. Sovmestnoe razlichenie signalov i ocenka ih parametrov na fone pomeh]. Moscow: Radio and communications, 1986, 264 p.

3. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Receiving the signal of unknown duration. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Priem signala s neizvestnoi dlitel'nost'yu]. *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij. Radiofizika — Radiophysics and Quantum Electronics*, 2002, vol. 45, no. 5, pp. 625–637.

4. Trifonov A.P., Buteyko V.K. Receiving a signal with unknown amplitude and duration in white noise. [Trifonov A.P., Buteyko V.K.Priem signala s neizvestnymi amplitudoi i dlitel'nost'yu na fone belogo shuma]. *Izvestiya vuzov. Radioelektronika — Radioelectronics and Communications Systems*, 1981, vol. 27, no. 8, pp. 28–34.

5. Tihonov V.I. Optimal reception of signals. [Tihonov V.I. Optimalnyi priyem signalov]. Moscow: Radio and communications, 1983, 320 p.

6. Akimov I.S., Bakut P.A., Bogdanovich V.A. et. al. Theory of detection of signals. [Akimov I.S., Bakut P.A., Bogdanovich V.A. i dr. Teoriya obnaruzheniya signalov]. Moscow: Radio and communications, 1984, 440 p.

7. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Quasilikilihood detection of signal with unknown forms and moments of appearance and disappearance. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E. Kvazipravdopodobnoe obnarujenie signalov s neizvestnymi formoi i momentami poyavleniya i ischeznoveniya]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2015, no. 4, pp. 41–51.

8. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Bespalova M.B. Statistical properties of height and provisions of absolute maximum markov processes Bachelier type. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Bespalova M.B. Statisticheskie svoistva vysoty i polojeniya absolyutnogo maksimuma markovskogo sluchainogo processa tipa Bashel'e]. *Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya: Fizika. Matematika — Proceedings of Voronezh State University. Series: Physics. Mathematics*, 2014, no. 4, pp. 54–65.

9. Tihonov V.I., Mironov M.A. Markov processes. [Tihonov V. I., Mironov M.A. Markovskie processy]. Moscow: Radio and communications, 1977, 488 p.

10. Smirnov V.I. Course of Higher Mathematics. V. 2. [Smirnov V. I. Kurs vysshei matematiki, t. 2]. Moscow: Science, 1965, 656 p.

11. Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Detection of a signal with unknown amplitude and duration. [Trifonov A.P., Korchagin Yu.E., Kondratovich P.A. Obnarujenie signala s neizvestnymi amplitudoi i dlitel'nost'yu]. *Izvestiya vysshix uchebnyx zavedenij. Radiofizika — Radiophysics and quantum electronics*, 2011, vol. 54, no. 5, pp. 354–363.

Трифонов Андрей Павлович, доктор технических наук, профессор, Заслуженный деятель науки РФ, зав. каф. радиофизики ВГУ, г. Воронеж, профессор кафедры радиотехнических приборов и антенных систем НИУ "МЭИ", г. Москва, Российская Федерация
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Тел.: (473)220–89–16

Корчагин Юрий Эдуардович, доктор физико–математических наук, доцент, доцент каф. радиофизики ВГУ, г. Воронеж, доцент кафедры радиотехнических приборов и антенных систем НИУ "МЭИ", г. Москва, Российская Федерация
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Тел.: (473)220–89–16

Литвинов Евгений Владимирович, кандидат физико-математических наук, ассистент каф. радиофизики ВГУ, г. Воронеж, Российская Федерация
E-mail: elitvinov@list.ru
Тел.: (473)220–89–16

Trifonov Andrei Pavlovich, Doctor of technical sciences, Professor, Honored Scientist of the Russian Federation, Head of the Department of Radiophysics of Voronezh State University, Voronezh, Professor Department of Radio Engineering Devices and Antenna Systems of National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Russian Federation
E-mail: trifonov@phys.vsu.ru
Tel.: (473)220–89–16

Korchagin Yurii Eduardovich, Doctor of physico-mathematical sciences, Accosiate Professor of the Departament of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Associate Professor Department of Radio Engineering Devices and Antenna Systems of National Research University "Moscow Power Engineering Institute", Russian Federation,
E-mail: korchagin@phys.vsu.ru
Tel.: (473)220–89–16

Litvinov Evgenii Vladimirovich, Candidate of physico-mathematical sciences, assistant professor of the Departament of radiophysic of Voronezh State University, Voronezh, Russian Federation,
E-mail: elitvinov@list.ru
Tel.: (473)220–89–16