УДК 621.321

Квазиоптимальная оценка моментов появления и исчезновения прямоугольного радиоимпульса с неизвестными амплитудой, частотой и начальной фазой

© Авторы, 2017

© ООО «Издательство «Радиотехника», 2017

А.П. Трифонов – Засл. деятель науки РФ, д.т.н., профессор, зав. кафедрой радиофизики, Воронежский государственный университет

E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Ю.Э. Корчагин – д.ф.-м.н., доцент, кафедра радиофизики, Воронежский государственный университет E-mail: korchagin@phys.vsu.ru

С.В. Корольков – аспирант, кафедра радиофизики, Воронежский государственный университет E-mail: sergeik1991@rambler.ru

Синтезированы квазиправдоподобный и квазиоптимальный алгоритмы оценки моментов появления и исчезновения прямоугольного радиоимпульса с адаптацией по амплитуде и начальной фазе. Найдены асимптотически точные выражения для характеристик эффективности функционирования синтезированных алгоритмов.

Ключевые слова: радиоимпульс, квазиправдоподобная оценка, квазиоптимальная оценка, момент появления, момент исчезновения, амплитуда, начальная фаза, частота, характеристики оценки.

The quasioptimal algorithms for estimation a appearanse and disappearanse moments of rectangle radiosignal with adaptation of unknown amplitude and initial phase has been synthesized. The efficiency of the algorithm are founded.

Keywords: radiosignal, quasilikelihood estimation, quasioptimal estimation, moments of appearance and disappearance, the amplitude, initial phase, frequency, offset, estimation characteristics.

В практических приложениях статистической радиотехники, теории связи, локации, навигации, сейсмологии актуальна задача оценки моментов появления и исчезновения сигнала, наблюдаемого на фоне шума [1–5]. В работах [2, 3] исследованы алгоритмы оценки моментов появления и исчезновения квазидетерминированного сигнала произвольной формы с неизвестными (или случайными) моментами появления и исчезновения, а в [4] – квазидетерминированного сигнала с неизвестной амплитудой.

Оценка моментов появления и исчезновения узкополосного радиосигнала с прямоугольной огибающей исследована в [5]. Однако синтезированы лишь квазиправдоподобные (КП) алгоритмы оценки, а также показано, что априорное незнание амплитуды, начальной фазы и частоты может приводить к существенным потерям в точности оценивания моментов появления и исчезновения. Поэтому целесообразно рассмотреть алгоритмы оценки моментов появления и исчезновения радиосигнала с адаптацией по неизвестным амплитуде и начальной фазе.

Ц е л ь р а б о т ы – исследовать КП и квазиоптимальный (КО) алгоритмы оценки моментов появления и исчезновения прямоугольного радиоимпульса с неизвестной амплитудой, частотой и начальной фазой.

Пусть на фоне аддитивного гауссовского белого шума n(t) с односторонней спектральной плотностью N_0 наблюдается прямоугольный узкополосный радиоимпульс

$$s(t, a, \varphi, \omega, \theta_1, \theta_2) = \begin{cases} a\cos(\omega t - \varphi), & \theta_1 < t < \theta_2, \\ 0, & t < \theta_1, \quad t > \theta_2, \end{cases}$$

$$\tag{1}$$

где a – амплитуда; $\varphi \in [0, 2\pi]$ – начальная фаза; ω – частота; θ_1 и θ_2 – моменты появления и исчезновения соответственно, принимающие значения из априорных интервалов

$$\theta_i \in [\theta_{i\min}, \theta_{i\max}], \quad i = 1, 2.$$
 (2)

Для того чтобы сигнал не мог исчезнуть раньше, чем он появится, будем считать, что $\theta_{1\max} < \theta_{2\min}$. Пусть параметры $a, \varphi, \omega, \theta_1, \theta_2$ априори неизвестны. Обозначим через $a_0, \varphi_0, \omega_0, \theta_{01}, \theta_{02}$ – их истинные значения соответственно. Тогда наблюдаемая на интервале времени [0,T] реализация аддитивной смеси сигнала и шума имеет вид

$$\xi(t) = s(t, a_0, \varphi_0, \omega_0, \theta_{01}, \theta_{02}) + n(t). \tag{3}$$

Располагая наблюдаемой реализацией $\xi(t)$, приемник должен сформировать оценки моментов появления и исчезновения прямоугольного радиоимпульса (1).

Если амплитуда, начальная фаза и частота априори известны, можно применить МП алгоритм оценивания, согласно которому оценки моментов появления и исчезновения совпадают с координатами положения наибольшего максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП) [6]:

$$L(\theta_1, \theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \cos(\omega_0 t - \varphi_0) dt - \frac{a_0^2}{2N_0} (\theta_2 - \theta_1).$$

Здесь и далее отброшены интегралы от функций, осциллирующих с удвоенной частотой. Однако если неизвестны как моменты появления и исчезновения, так и амплитуда, начальная фаза и частота, то логарифм ФОП зависит от пяти неизвестных параметров [5, 6]:

$$L(a, \varphi, \omega, \theta_1, \theta_2) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a_0^2}{2N_0} (\theta_2 - \theta_1). \tag{4}$$

Таким образом, имеется априорная параметрическая неопределенность относительно амплитуды, частоты и начальной фазы.

Квазиправдоподобный алгоритм оценки с адаптацией по амплитуде и фазе

Одним из способов преодоления априорной параметрической неопределенности является применение КП алгоритма [7]. В этом случае оценки моментов появления и исчезновения являются положениями максимума логарифма ФОП (4), в котором вместо неизвестных амплитуды, начальной фазы и частоты используются некоторые ожидаемые их значения [5].

Другим способом преодоления априорной параметрической неопределенности является применение адаптации приемного устройства по неизвестным параметрам. Тогда неизвестные параметры в выражении (4) должны быть заменены их оптимальными или КО оценками, формируемыми на основе реализации наблюдаемых данных $\xi(t)$.

Рассмотрим далее КП алгоритм с адаптацией по амплитуде и фазе, согласно которому вместо неизвестной частоты ω в выражении (4) будем использовать некоторое ее ожидаемое значение ω^* , а вместо неизвестных амплитуды и начальной фазы – их КП оценки a_m , φ_m , что равносильно максимизации логарифма ФОП (4) по переменным a и φ :

$$L(\omega^*, \theta_1, \theta_2) = L(a_m, \varphi_m, \omega^*, \theta_1, \theta_2) = \sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \omega^*, \theta_1, \theta_2), \quad (a_m, \varphi_m) = \arg\sup_{a, \varphi} L(a, \varphi, \omega^*, \theta_1, \theta_2). \tag{5}$$

Квазиправдоподобные оценки моментов появления и исчезновения определяются как положения наибольшего максимума решающей статистики (5):

$$(\theta_{m1}, \theta_{m2}) = \arg\sup L(\omega^*, \theta_1, \theta_2). \tag{6}$$

Максимизацию логарифма Φ ОП (4) по переменной φ можно выполнить аналитически. Для этого подставим сигнал (1) в выражение (4) и представим логарифм Φ ОП в виде

$$L(a, \varphi, \omega^*, \theta_1, \theta_2) = aX(\omega^*, \theta_1, \theta_2)\cos\varphi + aY(\omega^*, \theta_1, \theta_2)\sin\varphi - \frac{a^2}{2N_0}(\theta_2 - \theta_1), \tag{7}$$

где отброшены интегралы от членов, осциллирующих с удвоенной частотой, введены обозначения

$$X(\omega^*, \theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \cos(\omega^* t) dt, \quad Y(\omega^*, \theta_1, \theta_2) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \xi(t) \sin(\omega^* t) dt.$$

Найдем производную функции (7) по φ и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dL(a, \varphi, \omega^*, \theta_1, \theta_2)}{d\varphi} = -aX(\omega^*, \theta_1, \theta_2)\sin\varphi + aY(\omega^*, \theta_1, \theta_2)\cos\varphi = 0,$$

и решим полученное уравнение относительно φ :

$$\varphi = \operatorname{arctg} \left[Y(\omega^*, \theta_1, \theta_2) \middle/ X(\omega^*, \theta_1, \theta_2) \right].$$

Подставляя полученное решение в (7), получим

$$L(a, \omega^*, \theta_1, \theta_2) = \sup_{\varphi} L(a, \varphi, \omega^*, \theta_1, \theta_2) = a\sqrt{X^2(\omega^*, \theta_1, \theta_2) + Y^2(\omega^*, \theta_1, \theta_2)} - \frac{a^2}{2N_0}(\theta_2 - \theta_1).$$
 (8)

Выполним теперь максимизацию логарифма Φ ОП (8) по амплитуде. Производную функции (8) по переменной a приравняем нулю:

$$\frac{dL(a,\omega^*,\theta_1,\theta_2)}{da} = \sqrt{X^2(\omega^*,\theta_1,\theta_2) + Y^2(\omega^*,\theta_1,\theta_2)} - \frac{a}{N_0}(\theta_2 - \theta_1) = 0$$

и решим полученное уравнение относительно а:

$$a = N_0 \sqrt{X^2(\omega^*, \theta_1, \theta_2) + Y^2(\omega^*, \theta_1, \theta_2)} / (\theta_2 - \theta_1). \tag{9}$$

Подставляя решение (9) в выражение (8) вместо априори неизвестной амплитуды, получим

$$L(\omega^*, \theta_1, \theta_2) = \sup_{a} L(a, \omega^*, \theta_1, \theta_2) = \frac{N_0}{2} \left[X^2(\omega^*, \theta_1, \theta_2) + Y^2(\omega^*, \theta_1, \theta_2) \right] / (\theta_2 - \theta_1). \tag{10}$$

На основе выражения (10) можно определить структуру приемного устройства. Получить функцию (10) как непрерывную функцию моментов появления θ_1 и исчезновения θ_2 не представляется возможным, поэтому приемник должен формировать отсчеты $L_{mg} = L(\theta_{1 \min} + m\Delta\theta_1, \theta_{2 \min} + g\Delta\theta_2)$ ($m = \overline{1, n_1}$, $g = \overline{1, n_2}$) случайного поля (10) для дискретного набора значений моментов появления и исчезновения. Тогда измеритель должен состоять из $n_1 n_2$ каналов.

На рис. 1 изображена схема одного канала КП измерителя с адаптацией по амплитуде и фазе, который формирует логарифм ФОП (10) для фиксированных значений моментов появления $\theta_{1\min} + m\Delta\theta_1$ и исчезновения $\theta_{2\min} + g\Delta\theta_2$. Интеграторы И работают на интервалах времени $[\theta_{1\min} + m\Delta\theta_1, \theta_{2\min} + g\Delta\theta_2]$.

Необходимо отметить, что помимо сложностей реализации КП алгоритма с адаптацией по амплитуде и фазе (6), вызванных его многоканальностью, возникают трудности в определении характеристик оценок по положению наибольшего максимума логарифма ФОП (10).

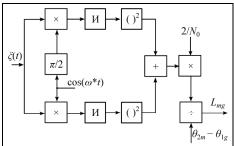


Рис. 1. Схема одного канала КП измерителя моментов появления и исчезновения с адаптацией по амплитуде и фазе

Квазиоптимальный алгоритм оценки

Для упрощения аппаратурной и программной реализации КП измерителя с адаптацией по амплитуде и фазе и нахождения его характеристик можно воспользоваться КО оценками. Для этого представим логарифм ФОП (4) в виде суммы двух слагаемых $L(a, \varphi, \omega, \theta_1, \theta_2) = L_1(a, \varphi, \omega, \theta_1) + L_2(a, \varphi, \omega, \theta_2)$:

$$L_1(a, \varphi, \omega, \theta_1) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{2N_0} (\theta - \theta_1), \tag{11}$$

$$L_2(a, \varphi, \omega, \theta_2) = \frac{2a}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} \xi(t) \cos(\omega t - \varphi) dt - \frac{a^2}{2N_0} (\theta_2 - \theta), \tag{12}$$

где θ – произвольная точка, принадлежащая интервалу $(\theta_{1\max},\theta_{2\min})$.

Обозначим $L_{ja\varphi}(\omega^*, \theta_j) = \max_{a, \varphi} L_j(a, \varphi, \omega^*, \theta_j)$ и введем в рассмотрение КО оценки

$$\theta_{mj}^* = \arg\sup L_{ja\varphi}(\omega^*, \theta_j). \tag{13}$$

Выполняя аналогично (7)—(10) максимизацию функций (11), (12) по переменным a и φ , получаем

$$L_{1a\varphi}(\omega^*, \theta_1) = \sup_{a, \varphi} L_1(a, \varphi, \omega^*, \theta_1) = \frac{N_0}{2} \left[X_1^2(\omega^*, \theta_1) + Y_1^2(\omega^*, \theta_1) \right] / (\theta - \theta_1), \tag{14}$$

$$L_{2a\varphi}(\omega^*, \theta_2) = \sup_{a, \omega} L_2(a, \varphi, \omega^*, \theta_2) = \frac{N_0}{2} \left[X_2^2(\omega^*, \theta_2) + Y_2^2(\omega^*, \theta_2) \right] / (\theta_2 - \theta), \tag{15}$$

где обозначено

$$X_1(\omega^*, \theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) \cos(\omega^* t) dt, \quad Y_1(\omega^*, \theta_1) = \frac{2}{N_0} \int_{\theta_1}^{\theta} \xi(t) \sin(\omega^* t) dt, \tag{16}$$

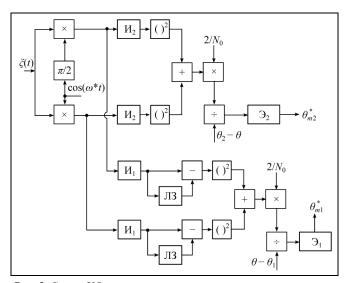


Рис. 2. Схема КО измерителя моментов появления и исчезновения радиосигнала: И1 и И2 — интеграторы, работающие на интервалах времени $[\theta_{1 \min}, \theta]$ и $[\theta, \theta_{2 \max}]$; Л3 — линии задержки на время $\theta - \theta_{1 \min}$; Э1 и Э2 — экстрематоры, фиксирующие положения абсолютных максимумов сигналов на отрезках времени $[\theta, \theta + \theta_{1 \max} - \theta_{1 \min}]$ и $[\theta_{2 \min}, \theta_{2 \max}]$ соответственно

$$X_{2}(\omega^{*}, \theta_{2}) = \frac{2}{N_{0}} \int_{\theta}^{\theta_{2}} \xi(t) \cos(\omega^{*}t) dt,$$

$$Y_{2}(\omega^{*}, \theta_{2}) = \frac{2}{N_{0}} \int_{\theta}^{\theta_{2}} \xi(t) \sin(\omega^{*}t) dt.$$
(17)

На рис. 2 показана схема устройства формирования КО (13) моментов появления и исчезновения, построенная на основе выражений (14), (15).

Таким образом, использование оценок (13) позволяет существенно упростить техническую реализацию приемника. Действительно, для реализации КП алгоритма оценивания с адаптацией по амплитуде и фазе (5) требуется построение многоканального приемного устройства по моментам появления и исчезновения. Для нахождения оценок (13) достаточно двухканальной схемы.

Выполним теперь анализ алгоритма оценивания (13). Исследуем случайные процессы (14), (15), формируемые КО алгоритмом оценки. Рассмотрим сначала случайный процесс (15). Подставляя наблюдаемую реализацию $\xi(t)$ в выражение (17), а затем (17) в (15) получаем

$$L_{2a\varphi}(\omega^*, \theta_2) = \left[\left(\frac{a_0^2 \min(\theta_{02}, \theta_2)}{N_0} \int_{\theta}^{\min(\theta_{02}, \theta_2)} \cos(\Delta \omega t + \varphi_0) dt + N_{2c}(\theta_2) \right)^2 + \left(\frac{a_0^2 \min(\theta_{02}, \theta_2)}{N_0} \int_{\theta}^{\min(\theta_{02}, \theta_2)} \sin(\Delta \omega t + \varphi_0) dt + N_{2s}(\theta_2) \right)^2 \right] \sqrt{\frac{2a_0^2}{N_0}} \left(\theta_2 - \theta \right), \quad (18)$$

где $\Delta \omega = \omega^* - \omega_0$ — расстройка по частоте;

$$N_{2c}(\theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} n(t)\cos(\omega^*t)dt \; ; \; N_{2s}(\theta_2) = \frac{2a_0}{N_0} \int_{\theta}^{\theta_2} n(t)\sin(\omega^*t)dt \; . \tag{19}, (20)$$

Шумовые составляющие $N_{2c}(\theta_2)$ и $N_{2s}(\theta_2)$ представляют собой линейные преобразования гауссовского случайного процесса и поэтому также являются гауссовскими процессами. Они обладают нулевыми математическими ожиданиями и корреляционными функциями:

$$\left\langle N_{2c}(\theta_{21})N_{2c}(\theta_{22})\right\rangle = \left\langle N_{2s}(\theta_{21})N_{2s}(\theta_{22})\right\rangle = \frac{a_0^2}{N_0}(\min(\theta_{12},\theta_{22}) - \theta), \qquad \left\langle N_{2c}(\theta_{21})N_{2s}(\theta_{22})\right\rangle = 0.$$

Раскроем квадраты в выражении (18) и запишем его в виде

$$L_{2a\phi}(\omega^*, \theta_2) = \left[\frac{2z_{02}^4}{\Delta\omega^2(\theta_{02} - \theta)^2} \sin^2 \left(\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02}, \theta_2) - \theta)}{2} \right) + \frac{2z_{02}^2}{\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)} \times \right] \times \left[\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02}, \theta_2) - \theta)}{2} \right] N_2(\theta_2) + N_{2c}^2(\theta_2) + N_{2s}^2(\theta_2) \left[\frac{z_{02}^2(\theta_2 - \theta)}{(\theta_{02} - \theta)} \right],$$
(21)

где $z_{02}^2 = a_0^2 (\theta_2 - \theta) / N_0$ — отношение сигнал/шум (ОСШ) для радиосигнала с моментом появления θ и моментом исчезновения θ_2 ;

$$N_2(\theta_2) = N_{2c}(\theta_2)\cos\left(\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02},\theta_2) - \theta)}{2} + \varphi_0\right) + N_{2s}(\theta_2)\sin\left(\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02},\theta_2) - \theta)}{2} + \varphi_0\right).$$

При достаточно больших ОСШ (при которых $z_{02}^2 >> 1$) двумя последними слагаемыми в квадратных скобках (21) можно пренебречь и приближенно записать

$$L_{2a\varphi}(\omega^*, \theta_2) \approx \left[\frac{2z_{02}^2}{\Delta\omega^2(\theta_{02} - \theta)} \sin^2\left(\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02}, \theta_2) - \theta)}{2}\right) + \frac{2}{\Delta\omega} \sin\left(\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02}, \theta_2) - \theta)}{2}\right) N_2(\theta_2) \right] / (\theta_2 - \theta).$$
(22)

Эта функция является гауссовским случайным процессом с математическим ожиданием

$$S_{2a\varphi}(\omega^*, \theta_2) = \frac{2z_{02}^2}{\Delta\omega^2(\theta_{02} - \theta)} \sin^2\left(\frac{\Delta\omega(\min(\theta_{02}, \theta_2) - \theta)}{2}\right) / (\theta_2 - \theta)$$
(23)

и корреляционной функцией

$$K_2(\omega^*, \theta_{12}, \theta_{22}) = \frac{a_0^2}{N_0 \Delta \omega^2} \frac{\min(\theta_{12}, \theta_{22})}{(\theta_{12} - \theta)(\theta_{22} - \theta)} \times$$

$$\times \left\{1 + \cos\left[\Delta\omega\left\{\min(\theta_{02}, \theta_{12}) - \min(\theta_{02}, \theta_{22})\right\}\right] - \cos\left[\Delta\omega\left(\min(\theta_{02}, \theta_{12}) - \theta\right)\right] - \cos\left[\Delta\omega\left(\min(\theta_{02}, \theta_{22}) - \theta\right)\right]\right\}. \tag{24}$$

При больших ОСШ z_{02}^2 положение максимума решающей статистики располагается в малой окрестности положения максимума ее математического ожидания [6], которое совпадает с истинным значением момента исчезновения θ_{02} . Разложим в ряды Тейлора математическое ожидание (23) по θ_2 и корреляционную функцию (24) по θ_{12} , θ_{22} в окрестности θ_{02} , ограничившись слагаемыми первого порядка малости:

$$S_{2a\varphi}(\omega^{*}, \theta_{2}) \approx \frac{2z_{02}^{2}}{\Delta\omega^{2}(\theta_{02} - \theta)^{2}} \times \left[\sin^{2} \left(\frac{\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)}{2} \right) - \sin^{2} \left(\frac{\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)}{2} \right) \frac{(\theta_{2} - \theta_{02})}{(\theta_{02} - \theta)} + \sin \left[\Delta\omega(\theta_{02} - \theta) \right] \Delta\omega \min(0, \theta_{2} - \theta_{02}) / 2 \right].$$

$$(25)$$

$$K_{2}(\omega^{*}, \theta_{12}, \theta_{22}) \approx \frac{2a_{0}^{2}}{N_{0}\Delta\omega^{2}(\theta_{02} - \theta)} \left\{ 1 - \cos \left[\Delta\omega(\theta_{02} - \theta) \right] \right\} \left[1 + \frac{\min(\theta_{12} - \theta_{02}, \theta_{22} - \theta_{02})}{(\theta_{02} - \theta)} - \frac{(\theta_{12} - \theta_{02})}{(\theta_{02} - \theta)} - \frac{(\theta_{22} - \theta_{02})}{(\theta_{02} - \theta)} \right] + \frac{a_{0}^{2}}{N_{0}\Delta\omega^{2}(\theta_{02} - \theta)} \cos \left[\Delta\omega(\theta_{02} - \theta) \right] \left[\min(\theta_{12} - \theta_{02}, 0) + \min(\theta_{22} - \theta_{02}, 0) \right].$$

$$(26)$$

Будем аппроксимировать при больших ОСШ решающую статистику (22) гауссовским случайным процессом с математическим ожиданием (25) и корреляционной функцией (26), который, согласно [8], является марковским со следующими коэффициентами сноса и диффузии:

$$k_{1} = \frac{2z_{02}^{2}}{\Delta\omega^{2}(\theta_{02} - \theta)} \begin{cases} \frac{\Delta\omega}{2} \frac{\sin\left[\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)\right]}{(\theta_{02} - \theta)} - \frac{\sin^{2}\left(\frac{\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)}{2}\right)}{(\theta_{02} - \theta)^{2}}, & \theta_{2} < \theta_{02}, \\ \frac{\sin^{2}\left(\frac{\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)}{2}\right)}{(\theta_{02} - \theta)^{2}}, & \theta_{2} > \theta_{02}, \end{cases}$$

$$k_{2} = \frac{z_{02}^{2}}{\Delta\omega} \frac{\sin\left[\Delta\omega(\theta_{02} - \theta)\right]}{(\theta_{02} - \theta)^{2}}.$$
(27)

Распределение положения наибольшего максимума марковского случайного процесса типа Башелье исследовано в [9]. Используя результаты [9], находим смещение и рассеяние оценки момента исчезновения в виде

$$B_2 = \left\langle \theta_{m2}^* - \theta_{02} \right\rangle = \Theta_2 \frac{z_1^2 R(R+2) - z_2^2 (2R+1)}{z_1^2 z_2^2 (R+1)^2},\tag{28}$$

$$V_2 = \left\langle (\theta_{m2}^* - \theta_{02})^2 \right\rangle = 2\Theta_2^2 \frac{z_1^4 R (2R^2 + 6R + 5) + z_2^4 (5R^2 + 6R + 2)}{z_1^4 z_2^4 (R + 1)^3},$$
(29)

где
$$z_1^2 = \frac{2z_{02}^2\sin(\Delta\omega\Theta_2)}{\Delta\omega\Theta_2^2} - \frac{8z_{02}^2\sin^2(\Delta\omega\Theta_2/2)}{\Delta\omega^2\Theta_2^3} + \frac{8z_{02}^4\sin^4(\Delta\omega\Theta_2/2)}{\Delta\omega^3\sin(\Delta\omega\Theta_2)\Theta_2^4}; \quad z_2^2 = \frac{8z_{02}^4\sin^4(\Delta\omega\Theta_2/2)}{\Delta\omega^3\sin(\Delta\omega\Theta_2)\Theta_2^4}; \quad R = \frac{\sin(\Delta\omega\Theta_2)\Delta\omega\Theta_2}{\sin^2(\Delta\omega\Theta_2/2)}; \quad \Theta_2 = \theta_{02} - \theta.$$

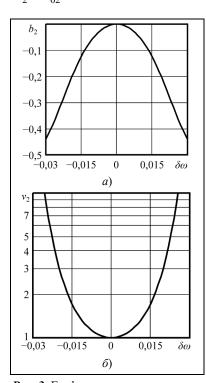


Рис. 3. Графики зависимости нормированных смещения (a) и рассеяния (b) от нестабильности частоты

Если частота априори известна $\Delta \omega = 0$, то выражения для смещения и рассеяния упрощаются и приобретают вид

$$B_0 = 0, V_{20} = 26\Theta_2^2 / z_{02}^4.$$
 (30)

На рис. 3 изображены зависимости нормированных смещения $b_2=B_2/\sqrt{V_2}$ и рассеяния $v_2=V_2/V_{20}$ от относительной нестабильности частоты $\delta\omega=\Delta\omega/\omega_0$. Частота принятого сигнала при построении кривых на рис. 3 была выбрана так, чтобы на интервале $\theta_{02}-\theta$ укладывались 10 периодов радиосигнала, то есть $\omega_0\Theta_2/(2\pi)=10$. Как видно из рис. 3, относительная нестабильность частоты величиной в 3% приводит к увеличению рассеяния оценки момента исчезновения на порядок. Аналогичные выводы справедливы для КО момента появления.

Использование адаптации квазиправдоподобных оценок моментов появления и исчезновения по амплитуде и начальной фазе приводит к необходимости использования многоканального приемного устройства. Предложенный эвристический квазиоптимальный алгоритм оценки может быть реализован в двухканальном варианте. Точность квазиоптимальных оценок моментов появления и исчезновения при больших отношениях сигнал/шум асимптотически совпадает с точностью квазиправдоподобных оценок при известных амплитуде и начальной фазе. Априорное незнания частоты радиосигнала может привести к появлению смещения оценок моментов появления и исчезновения и к существенному росту их рассеяния.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-10022).

Литература

- 1. *Репин В.Г.*, *Тартаковский Г.П*. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио. 1977. 432 с.
- 2. *Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э.* Оптимальный прием сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 2001. Т. 37. № 1. С. 52–71.
- 3. *Трифонов А.П., Корчагин Ю.*Э. Точные формулы для расчета характеристик приема сигнала с неизвестными моментами появления и исчезновения // Проблемы передачи информации. 2009. Т. 45. № 2. С. 91–100.
- 4. *Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Кондратович П.А.* Оценка моментов появления и исчезновения сигнала с неизвестной амплитудой // Известия ВУЗов. Сер. Радиофизика. 2012. Т. 55. № 6. С. 455–471.
- 5. Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Корольков С.В. Квазиправдоподобная оценка моментов появления и исчезновения прямоугольного радиоимпульса с неизвестными амплитудой, частотой и начальной фазой // Радиотехника. 2016. № 12. С. 6—13.
- 6. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио. 1978. 296 с.
- 7. Мудров В.И., Кушко В.Л. Методы обработки измерений. Квазиправдоподобные оценки. М.: Радио и связь. 1983. 304 с.
- 8. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Радио и связь. 1977. 488 с.
- 9. *Трифонов А.П., Корчагин Ю.Э., Беспалова М.Б.* Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье // Вестник Воронежского государственного университета. Сер. Физика. Математика. 2014. № 4. С. 54–65.

Поступила 1 декабря 2016 г.

Quasioptimal estimation of appearanse and disappearanse moments of radiosignal with unknow amplitude, frequency and initial phase

- © Authors, 2017
- © Radiotekhnika, 2017

A.P. Trifonov - Dr. Sc. (Eng.), Professor, Honored Scientist of RF, Head of Department of Radiophysics,

Voronezh State University E-mail: trifonov@phys.vsu.ru

Yu.E. Korchagin – Dr. Sc. (Phys.-Math.), Associate Professor, Department of Radiophysics, Voronezh State University E-mail: korchagin@phys.vsu.ru

S.V. Korolkov - Post-graduate Student, Department of Radiophysics, Voronezh State University

E-mail: sergeik1991@rambler.ru

We studied the quasi-likelihood and quasi-optimal algorithms for estimation of the moments of appearance and disappearance of the radio signal with rectangular envelope and unknown amplitude, initial phase and carrier frequency. We synthesized the quasi-likelihood estimation algorithm with the adaptation to the amplitude and the initial phase. The block diagram was proposed for obtaining the required estimates. We analyzed the introduced algorithm and found the asymptotically exact (with increasing a signal-tonoise ratio) expressions for biases and variances of the estimates of the moments of appearance and disappearance. We also proposed the quasi-optimal algorithm for estimation of the moments of appearance and disappearance. It was shown that its application allows us to simplify the hardware and software implementation of the estimation procedure.

References

- Repin V.G., Tartakovskij G.P. Statisticheskij sintez pri apriornoj neopredelennosti i adaptacziya informaczionny'x sistem. M.: Sov. radio. 1977. 432 s.
- 2. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E'.* Optimal'ny'j priem signala s neizvestny'mi momentami poyavleniya i ischeznoveniya // Problemy' peredachi informaczii. 2001. T. 37. № 1. S. 52–71.
- 3. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E'.* Tochny'e formuly' dlya rascheta xarakteristik priema signala s neizvestny'mi momentami poyavleniya i ischeznoveniya // Problemy' peredachi informaczii. 2009. T. 45. № 2. S. 91−100.
- 4. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E'., Kondratovich P.A.* Oczenka momentov poyavleniya i ischeznoveniya signala s neizvestnoj amplitudoj // Izvestiya VUZov. Ser. Radiofizika. 2012. T. 55. № 6. S. 455–471.
- 5. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E¹., Korol'kov S.V.* Kvazipravdopodobnaya oczenka momentov poyavleniya i ischeznoveniya pryamougol'nogo radioimpul'sa s neizvestny'mi amplitudoj, chastotoj i nachal'noj fazoj // Radiotexnika. 2016. № 12. S. 6–13.
- 6. Kulikov E.I., Trifonov A.P. Oczenka parametrov signalov na fone pomex. M.: Sov. radio. 1978. 296 s.
- 7. Mudrov V.I., Kushko V.L. Metody' obrabotki izmerenij. Kvazipravdopodobny'e oczenki. M.: Radio i svyaz'. 1983. 304 s.
- 8. Tixonov V.I., Mironov M.A. Markovskie proczessy'. M.: Radio i svyaz'. 1977. 488 s.
- 9. *Trifonov A.P., Korchagin Yu.E'., Bespalova M.B.* Statisticheskie svojstva vy'soty' i polozheniya absolyutnogo maksimuma markovskogo sluchajnogo proczessa tipa Bashel'e // Vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Fizika. Matematika. 2014. № 4. S. 54–65.