

УДК 621.396

ОЦЕНКА ДЛИТЕЛЬНОСТИ СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОГО КВАЗИРАДИОСИГНАЛА ***А. П. ТРИФОНОВ, Ю. Э. КОРЧАГИН, К. Д. ТИТОВ***Воронежский государственный университет,
Россия, Воронеж, 394006, Университетская пл., д. 1*

Аннотация. Синтезированы квазиравдоподобный и максимально правдоподобный алгоритмы оценки длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала произвольной формы с неизвестными амплитудой и начальной фазой, наблюдаемого на фоне аддитивного гауссовского белого шума. Предполагалось, что условия относительной узкополосности для принимаемого сигнала не выполняются и его длительность может составлять только несколько периодов или долю периода гармонического колебания. Показано, что структура алгоритма оценки длительности сверхширокополосного квазирадиосигнала существенно отличается от структуры алгоритма оценки длительности узкополосного радиосигнала. Найдены статистические характеристики синтезированных оценок длительности: условные смещение и рассеяние. Исследовано влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы сигнала на точность оценки длительности. Сформулированы количественные ограничения на соотношение между полосой частот сигнала и его центральной частотой, при которых классическое решение задачи оценки длительности узкополосного радиосигнала обладает требуемой точностью.

Ключевые слова: сверхширокополосный; квазирадиосигнал; оценка максимального правдоподобия; квазиравдоподобная оценка; длительность; рассеяние; смещение

Сверхширокополосные сигналы (СШП, UWB) находят все более широкое применение во многих практических приложениях современной радиоэлектроники, о чем свидетельствует большое число публикаций, в том числе заметное количество монографий [1–6]. Внедрение СШП сигналов в системы телекоммуникаций позволяет повысить скорость передачи информации за счет большей ширины спектра. Использование СШП сигналов в измерительных системах, радиолокации и устройствах позиционирования раскрывает возможности повышения точности измерений и увеличения разрешающей способности.

В современной литературе подробно изучены вопросы обработки СШП сигналов с неизвестным временем прихода [1]. Это связано с необходимостью измерения времени задержки сигнала в задачах радиолокации, а также с активным использованием время-импульсной модуляции в системах с СШП сигналами. Вместе с тем, имеется значительное число приложений, требующих обработки СШП сигнала с неизвестной длительностью. При этом длительность может являться как информативным параметром сигнала, так и неинформативным параметром, который неизвестен на приемной

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 15-11-10022).

стороне в силу специфики распространения СШП сигнала.

Класс СШП сигналов широк и включает в себя большое количество различных математических моделей [1–6]. Получение конструктивных результатов исследования алгоритмов обработки СШП сигналов любого типа довольно затруднительно. Поэтому среди СШП сигналов выделим подкласс таких сигналов, структура которых подобна узкополосным радиосигналам, однако условие узкополосности для них не выполняется. Такие сигналы в [1] названы СШП квазирадиосигналами (КРС). В данной работе исследованы алгоритмы оценки длительности СШП КРС. Подобное сужение класса исследуемых сигналов позволяет получить более глубокие и содержательные результаты синтеза и анализа алгоритмов оценки длительности.

Задача оценки длительности сигнала, наблюдаемого на фоне шума, неоднократно рассматривалась применительно к различным классам сигнала [7–13], однако для СШП сигналов остается в значительной степени нерешенной. Ранее исследованы алгоритмы оценки длительности видеоимпульса прямоугольной формы [7], произвольной формы [8] и сигнала произвольной формы с неизвестной амплитудой [9]. Показано, что точность максимально правдоподобной (МП) оценки длительности асимптотически при больших отношениях сигнал/шум (ОСШ) не зависит от формы сигнала, а определяется только величиной заднего фронта сигнала. Также выполнен синтез и анализ алгоритмов оценки длительности узкополосного радиоимпульса с произвольной формой огибающей, при неизвестной начальной фазе [10] и при одновременно неизвестных амплитуде и начальной фазе [11]. Точность МП оценки длительности радиосигнала асимптотически при больших ОСШ определяется величиной заднего фронта огибающей. Однако известные результаты по решению задач оценки длительности узко-

полосного радиосигнала не могут быть использованы применительно к СШП КРС. Рассмотрим алгоритмы оценки длительности СШП КРС.

Сигнал, длительность которого подлежит оценке, запишем в виде

$$s(t, \tau, a, \varphi) = af'(t)I(t/\tau)\cos(\omega t - \varphi), \quad (1)$$

где

$$I(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x < 0, x > 1, \end{cases}$$

— индикатор единичной длительности, $f'(t)$ — непрерывная модулирующая функция, a, φ, ω, τ — амплитуда, начальная фаза, частота и длительность соответственно.

Если полоса частот $\Delta\omega$ и частота ω сигнала (1) удовлетворяют условию

$$\Delta\omega \ll \omega, \quad (2)$$

тогда сигнал (1) является узкополосным радиосигналом [12, 13]. Если условие (2) не выполняется, то (1) описывает СШП КРС [14]. Величины a, φ, ω являются параметрами гармонического колебания, используемого для формирования сигнала (1). Тем не менее, аналогично [14] далее будем называть a, φ, ω соответственно амплитудой, начальной фазой и частотой СШП КРС (1). Выбором модулирующей функции $f'(t)$ возможно обеспечить полосу $\Delta\omega$ сигнала, близкую к частоте ω [14]. Таким образом, изменение модулирующей функции $f'(t)$ позволяет описать формулой (1) как СШП КРС с большой относительной полосой частот, так и узкополосные радиосигналы, для которых выполняется условие (2).

Следует отметить, что (1) описывает также частные случаи модели сигналов [7–11]. Если положить в (1) $\omega = 0, \varphi = 0, f'(t) = 1$, то получим модель квазидетерминированного прямоугольного видеоимпульса исследованную в [7]. При $\omega = 0, \varphi = 0$ имеем видеоимпульс произ-

вольной формы $f(t)$ с известной [8] или неизвестной [9] амплитудой. Модель узкополосного радиосигнала, исследованная в [10, 11] также описывается (1) при выполнении условия (2). Однако, условие относительной узкополосности в виде неравенства (2) носит только качественный характер. Результаты синтеза и анализа алгоритмов обработки СШП КРС позволяют сформулировать количественную характеристику понятия относительной узкополосности. Таким образом, модель СШП КРС в виде (1) является обобщением и развитием моделей сигналов [7–11].

Пусть в течение интервала времени $t \in [0, T]$ наблюдается аддитивная смесь сигнала (1) и гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 :

$$\xi(t) = s(t, \tau_0, a_0, \varphi_0) + n(t), \quad (3)$$

где τ_0, a_0, φ_0 — истинные значения неизвестных параметров. Будем считать, что длительность сигнала может принимать значения из априорного интервала $\tau \in [T_1, T_2]$. Располагая наблюдаемой реализацией (3), необходимо сформировать оценку длительности полезного сигнала (1), считая неизвестные амплитуду и начальную фазу неинформативными параметрами, в оценке которых нет необходимости.

Для синтеза алгоритма оценки воспользуемся методом максимального правдоподобия (МП) [7, 12, 13], согласно которому оценка длительности совпадает с положением абсолютного (наибольшего) максимума логарифма функционала отношения правдоподобия (ФОП). Однако при неизвестных амплитуде и начальной фазе логарифм ФОП зависит от трех неизвестных параметров

$$L(\tau, a, \varphi) = \frac{2a}{N_0} \int_0^\tau \left(\xi(t) - \frac{af(t)\cos(\omega t - \varphi)}{2} \right) \times f(t)\cos(\omega t - \varphi) dt. \quad (4)$$

Следовательно, имеется априорная параметрическая неопределенность относительно амплитуды и начальной фазы. Рассмотрим аналогично [11] два способа преодоления этой неопределенности: применение квазиправдоподобного (КП) алгоритма оценки, согласно которому вместо неизвестных амплитуды и начальной фазы в (4) используются их некоторые ожидаемые значения a^* и φ^* соответственно, и применение МП алгоритма, согласно которому неизвестные амплитуда и фаза заменяются в (4) на их оценки МП.

Рассмотрим вначале КП алгоритм оценки длительности. Приемник формирует логарифм ФОП (4) для ожидаемых значений амплитуды и начальной фазы и всех возможных значений длительности $\tau \in [T_1, T_2]$:

$$\tau_q = \operatorname{argsup} L_q(\tau),$$

$$L_q(\tau) = L(\tau, a^*, \varphi^*) \quad (5)$$

и находит КП оценку длительности как положение абсолютного максимума решающей статистики (5). Выражения (4), (5) определяют структуру приемного устройства. На рис. 1 изображена блок-схема КП измерителя длительности, где И — интегратор на интервале времени $[0, \tau]$, $\tau \in [0, T_2]$, Э — экстрематор, осуществляющий поиск положения наибольшего максимума входного сигнала на интервале времени $[T_1, T_2]$.

Выполним анализ КП алгоритма оценки длительности. Для этого представим логарифм ФОП (5) в виде:

$$L_q(\tau) = a^* (X(\tau)\cos\varphi^* + Y(\tau)\sin\varphi^*) - a^{*2} \frac{Q(\tau) + P_c(\tau)\cos(2\varphi^*) + P_s(\tau)\sin(2\varphi^*)}{2}, \quad (6)$$

где

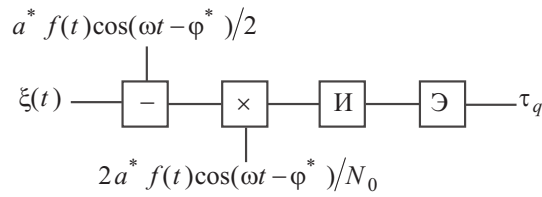


Рис. 1

$$X(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) f(t) \cos \omega t dt,$$

$$Y(\tau) = \frac{2}{N_0} \int_0^\tau \xi(t) f(t) \sin \omega t dt,$$

$$Q(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) dt,$$

$$P_c(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \cos(2\omega t) dt,$$

$$P_s(\tau) = \frac{1}{N_0} \int_0^\tau f^2(t) \sin(2\omega t) dt.$$

Согласно (6) случайный процесс $L_q(\tau)$ является гауссовским. Поэтому для его полного статистического описания достаточно найти математическое ожидание и корреляционную функцию. Выполняя усреднение, находим математическое ожидание:

$$S_q(\tau) = \langle L_q(\tau) \rangle = a^* a_0 [Q(\min(\tau, \tau_0)) \times \cos(\varphi^* - \varphi_0) + P_c(\min(\tau, \tau_0)) \cos(\varphi^* + \varphi_0) + P_s(\min(\tau, \tau_0)) \sin(\varphi^* + \varphi_0)] - \frac{a^{*2}}{2} [Q(\tau) + P_c(\tau) \cos(2\varphi^*) + P_s(\tau) \sin(2\varphi^*)] \quad (7)$$

и корреляционную функцию:

$$K_q(\tau_1, \tau_2) =$$

$$\begin{aligned} &= \langle [L_q(\tau_1) - \langle L_q(\tau_1) \rangle] [L_q(\tau_2) - \langle L_q(\tau_2) \rangle] \rangle = \\ &= a^{*2} [Q(\min(\tau_1, \tau_2)) + P_c(\min(\tau_1, \tau_2)) \times \\ &\quad \times \cos(2\varphi^*) + P_s(\min(\tau_1, \tau_2)) \sin(2\varphi^*)]. \quad (8) \end{aligned}$$

Далее полагаем, что выходное отношение сигнал–шум (ОСШ) для принятого сигнала достаточно велико. Как известно [7, 12, 13], с увеличением ОСШ КП оценка длительности (5) сходится в среднеквадратическом к положению максимума математического ожидания:

$$\tau_s = \operatorname{argsup} S_q(\tau).$$

Если положение максимума τ_s математического ожидания $S_q(\tau)$ совпадает с истинным значением длительности $\tau_s = \tau_0$, то КП оценка (5) является состоятельной [12]. Сформулировать условия состоятельности в общем виде затруднительно. Однако в частном случае при $f(t) = 1$ нетрудно показать, что КП оценка (5) является состоятельной при одновременном выполнении неравенств

$$1 - \cos(2\omega\tau - 2\varphi^*) > 0, \quad \tau \in (\tau_0, T_2]$$

и

$$\begin{aligned} &\frac{2a_0 \cos(\varphi^* - \varphi_0)}{a^*} - 1 + \\ &+ \left(\frac{2a_0 \cos(\varphi^* + \varphi_0)}{a^*} - \cos 2\varphi^* \right) \cos(2\omega\tau) + \end{aligned}$$

$$+\left(\frac{2a_0 \sin(\varphi^* + \varphi_0)}{a^*} - \sin 2\varphi^*\right) \sin(2\omega\tau) > 0,$$

$$\tau \in [T_1, \tau_0).$$

Ограничимся рассмотрением таких сочетаний ожидаемых и истинных значений амплитуды и начальной фазы, при которых положение максимума математического ожидания (7) совпадает с истинным значением неизвестной длительности, так что $\tau_s = \tau_0$ и КП оценка (5) состоятельна. Исследуем решающую статистику (6) в окрестности истинного значения длительности τ_0 . Разложив (7), (8) в ряд Тейлора по τ в окрестности τ_0 , получаем асимптотические выражения для математического ожидания:

$$S_q(\tau) \simeq \alpha + (\tau - \tau_0) \begin{cases} \beta_1, & \tau \leq \tau_0, \\ -\beta_2, & \tau > \tau_0, \end{cases} \quad (9)$$

и корреляционной функции:

$$K_q(\tau_1, \tau_2) \simeq \lambda + 2\beta_2 \min(\tau_1 - \tau_0, \tau_2 - \tau_0), \quad (10)$$

где

$$\alpha = a^* a_0 [Q(\tau_0) \cos(\varphi^* - \varphi_0) + P_c(\tau_0) \times \\ \times \cos(\varphi^* + \varphi_0) + P_s(\tau_0) \sin(\varphi^* + \varphi_0)] - \lambda / 2,$$

$$\beta_1 = \frac{a^* \rho_0^2}{T_2} \cos(\omega\tau_0 - \varphi^*) [2a_0 \cos(\omega\tau_0 - \varphi_0) - \\ - a^* \cos(\omega\tau_0 - \varphi^*)], \quad \rho_0^2 = \frac{f^2(\tau_0)}{N_0} T_2,$$

$$\beta_2 = a^{*2} \rho_0^2 \cos^2(\omega\tau_0 - \varphi^*) / T_2,$$

$$\lambda = a^{*2} [Q(\tau_0) + P_c(\tau_0) \cos 2\varphi^* + P_s(\tau_0) \sin 2\varphi^*].$$

Будем аппроксимировать логарифм ФОП (6) гауссовским случайным процессом с математическим ожиданием (9) и корреляционной функцией (10) на всем априорном интервале

возможных значений длительности. Используя (9), (10) и теорему Дуба [16] возможно показать, что решающая статистика (6) является асимптотически гауссовским марковским процессом с коэффициентами сноса и диффузии [16]:

$$k_1 = \begin{cases} \beta_1, & T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ -\beta_2, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_2 = 2\beta_2.$$

Найдем плотность вероятности положения максимума (5) случайного процесса $L_q(\tau)$. Обозначим аналогично [7, 15]

$$F_2(u, v, T) = P\{\sup_{T_1 \leq \tau \leq T} L_q(\tau) < u, \sup_{T \leq \tau \leq T_2} L_q(\tau) < v\} \quad (11)$$

— двумерная функция распределения величины максимума случайного процесса $L_q(\tau)$. Тогда плотность вероятности случайной величины τ_q (5) определяется выражением [7, 15]:

$$W(T) = dF(T) / dT,$$

$$F(T) = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{\partial F_2(u, v, T)}{\partial u} \Big|_{v=u} \right] du. \quad (12)$$

Следовательно, для вычисления искомой плотности вероятности (12) необходимо найти функцию (11).

Введем вспомогательный случайный процесс

$$Z(\tau) = \begin{cases} u - L_q(\tau), & T_1 \leq \tau \leq T, \\ v - L_q(\tau), & T < \tau \leq T_2, \end{cases}$$

который согласно (9), (10) является гауссовским марковским с коэффициентами сноса и диффузии:

$$k_1 = \begin{cases} -\beta_1, & T_1 \leq \tau \leq \tau_0, \\ \beta_2, & \tau_0 < \tau \leq T_2, \end{cases} \quad k_2 = 2\beta_2. \quad (13)$$

Используя $Z(\tau)$, можем переписать (11) как:

$$F_2(u, v, T) = P\{Z(\tau) > 0, \tau \in [T_1, T_2]\}. \quad (14)$$

Функция (11), (14) представляет собой вероятность недостижения границ $x=0$ и $x=\infty$ марковским случайным процессом $Z(\tau)$ на отрезке $\tau \in [T_1, T_2]$. Искомую вероятность (14) возможно выразить через плотность вероятности $W(x, \tau)$ реализаций случайного процесса $Z(\tau)$, ни разу не достигших границ $x=0, x=\infty$ [16]:

$$F_2(u, v, T) = \int_0^{\infty} W(x, T_2) dx. \quad (15)$$

Функция $W(x, \tau)$ является решением уравнения Фоккера–Планка–Колмогорова [16]

$$\begin{aligned} \frac{\partial W(x, \tau)}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial x} [k_1(x, \tau)W(x, \tau)] - \\ - \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} [k_2(x, \tau)W(x, \tau)] = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

при начальном условии

$$W(x, \tau)|_{\tau=T_1} = W(x, T_1) = W_L(u-x, T_1)$$

и граничных условиях

$$W(x=0, \tau) = W(x=\infty, \tau) = 0,$$

где $W_L(x, T_1)$ и $W(x, T_1)$ — плотности вероятностей случайных величин $L_q(T_1)$ и $Z(T_1) = u - L_q(T_1)$ соответственно.

Применяя метод отражения с переменной знака [7, 16] находим решение (16) с коэффициентами (13) отдельно для случаев $\tau \in [T_1, \tau_0]$ и $\tau \in (\tau_0, T_2]$. Подставляя найденные решения в (15), а затем (15) в (12), получаем выражения для плотности вероятности случайной величины (5):

$$W(T) = \quad (17)$$

$$= \begin{cases} d_1^2 \Psi(d_1^2(\tau_0 - T), z_1^2, z_2^2, 1/R), & T \leq \tau_0, \\ d_2^2 \Psi(d_2^2(T - \tau_0), z_2^2, z_1^2, R), & T > \tau_0, \end{cases}$$

где $d_1^2 = R^2 \beta_2, \quad d_2^2 = \beta_2, \quad R = \beta_1 / \beta_2,$
 $z_1^2 = d_1^2(\tau_0 - T_1), \quad z_2^2 = d_2^2(T_2 - \tau_0),$

$$\begin{aligned} \Psi(l, l_1, l_2, l_3) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}l^{3/2}} \times \\ \times \left\{ \frac{\exp[-(l_1 - l)/4]}{\sqrt{\pi[l_1 - l]}} + \Phi\left(\sqrt{\frac{l_1 - l}{2}}\right) \right\} \times \\ \times \int_0^{\infty} x \exp\left\{-\frac{(x+l)^2}{4l}\right\} \times \\ \times \left[\Phi\left(\frac{l_2 + l_3 x}{\sqrt{2l_2}}\right) - \exp(-l_3 x) \Phi\left(\frac{l_2 - l_3 x}{\sqrt{2l_2}}\right) \right] dx. \end{aligned} \quad (18)$$

Рассмотрим асимптотическое поведение плотности вероятности (17). Для этого вместо оценки τ_q будем рассматривать случайную величину

$$\mu_q = \begin{cases} d_1^2(\tau_q - \tau_0), & \tau_q \leq \tau_0, \\ d_2^2(\tau_q - \tau_0), & \tau_q > \tau_0, \end{cases}$$

плотность вероятности которой имеет вид

$$W(\mu) = \begin{cases} \Psi(-\mu, z_1^2, z_2^2, 1/R), & \mu \leq 0, \\ \Psi(\mu, z_2^2, z_1^2, R), & \mu > 0. \end{cases}$$

Заметим, что величины z_1 и z_2 пропорциональны ОСШ на выходе приемного устройства $z_i^2 \sim a_0^2 f^2(\tau_0) T_2 / N_0$. При $z_i \rightarrow \infty, i=1,2$, второй и третий аргументы функции (18) стремятся к бесконечности, а сама функция приобретает вид [15]:

$$\begin{aligned} W_0(x) = \Psi(x, \infty, \infty, 1) = 1 - \Phi\{\sqrt{|x|/2}\} + \\ + 3 \exp\{2|x|\} [1 - \Phi\{3\sqrt{|x|/2}\}], \end{aligned} \quad (19)$$

где $\Phi(x) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_{-\infty}^x \exp(-t^2/2) dt$ — интеграл вероятности.

Используя плотность вероятности (19) получаем асимптотические выражения для смещения и рассеяния КП оценки длительности τ_q СШП КРС:

$$b(\tau_q | \tau_0) = \frac{(R^2 - 1)T_2}{z_r^2 f^2(\tau_0) R^2 \Delta_a^2 \cos^2(2\pi\kappa - \varphi_0 - \Delta_\varphi)}, \quad (20)$$

$$V(\tau_q | \tau_0) = \frac{2(2R^6 + 6R^5 + 5R^4 + 5R^2 + 6R + 2)T_2^2}{z_r^4 f^4(\tau_0) R^4 \Delta_a^4 (R + 1)^3 \cos^4(2\pi\kappa - \varphi_0 - \Delta_\varphi)}, \quad (21)$$

где

$$R = \frac{2 \cos(2\pi\kappa - \varphi_0)}{\Delta_a \cos(2\pi\kappa - \Delta_\varphi - \varphi_0)} - 1, \quad (22)$$

$\Delta_a = a^* / a_0$, $\Delta_\varphi = \varphi^* - \varphi_0$ — величины, характеризующие отклонения (расстройки) ожидаемых амплитуды и начальной фазы СШП КРС относительно их истинных значений,

$$z_r^2 = a_0^2 T_2 / N_0 \quad (23)$$

— ОСШ на выходе приемника МП для сигнала прямоугольной формы с амплитудой a_0 и длительностью T_2 , $\kappa = \omega\tau_0 / (2\pi)$ — величина, характеризующая степень узкополосности СШП КРС, равная количеству периодов гармонического колебания в (1), укладываемых на интервале времени, равном длительности сигнала τ_0 .

Если амплитуда и начальная фаза СШП КРС априори известны, то $a^* = a_0$, $\varphi^* = \varphi_0$, и КП оценка длительности (5) совпадает с оценкой МП:

$$\tau_{qm} = \operatorname{argsup} L_0(\tau),$$

$$L_0(\tau) = L(\tau, a_0, \varphi_0). \quad (24)$$

Подставляя $\Delta_a = 1$, $\Delta_\varphi = 0$ в (20)–(22) находим асимптотические выражения для смещения и рассеяния МП оценки длительности τ_{qm} (24) СШП КРС:

$$b(\tau_{qm} | \tau_0) = 0, \quad (25)$$

$$V(\tau_{qm} | \tau_0) = \frac{13}{2} \frac{T_2^2}{z_r^4 f^4(\tau_0) \cos^4(2\pi\kappa - \varphi_0)}. \quad (26)$$

Заметим, что аналогично [8], асимптотическое значение рассеяния оценки длительности не зависит от формы сигнала, а определяется только величиной заднего фронта сигнала $a_0 f(\tau_0) \cos(\omega\tau_0 - \varphi_0)$. Выражения (25), (26) можно получить непосредственно из [8] заменив форму сигнала $f(t)$ на $f(t) \cos(\omega t - \varphi_0)$. Если гармоническое заполнение импульса отсутствует ($\omega = 0$, $\varphi_0 = 0$), то выражение (26) совпадает с рассеянием оценки длительности квазидетерминированного сигнала формы $f(t)$ [8]:

$$V_0(\tau_{qm} | \tau_0) = \frac{13}{2} \frac{T_2^2}{z_r^4 f^4(\tau_0)}.$$

В качестве примера рассмотрим оценку длительности СШП КРС с прямоугольной модулирующей функцией $f(t) = 1$. На рис. 2 приведены зависимости нормированного условного рассеяния $\nu = V(\tau_{qm} | \tau_0) / T_2^2$ МП оценки длительности СШП КРС с прямоугольной модулирующей функцией и узкополосного радиосигнала с прямоугольной огибающей от ОСШ z_r (23) при различных значениях параметра узкополосности κ и начальной фазе $\varphi_0 = 0$. Сплошной и штриховой линиями изображены зависимости нормированного условного рассеяния для сигнала без гармонического заполнения ($\kappa = 0$) и узкополосного радиосигнала ($\kappa \gg 1$) [10] соответственно. Пунктирной и штрих-пунктирной линиями изображе-

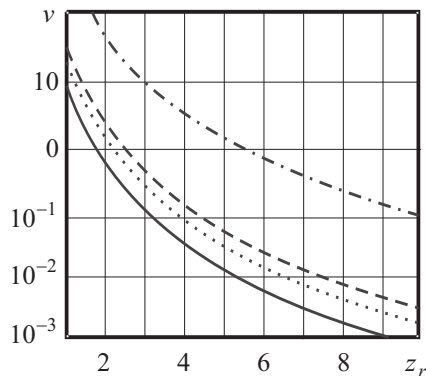


Рис. 2

ны зависимости нормированного условного рассеяния МП оценки длительности для СШП КРС при различных параметрах узкополосности $\kappa = 0,6$ и $\kappa = 2,8$ соответственно, рассчитанные по (26). Истинное значение длительности сигнала выбрано посередине априорного интервала $\tau_0 = (T_1 + T_2) / 2$.

Как видно из рис. 2, асимптотические значения рассеяния МП оценки длительности СШП КРС больше рассеяния оценки длительности сигнала без гармонического заполнения при любых значениях ОСШ. Действительно, наличие гармонического заполнения при одновременном невыполнении условий узкополосности сигнала может приводить только к уменьшению величины скачка его заднего фронта, а следовательно, к увеличению рассеяния оценки.

Таким образом, в практических приложениях целесообразно использовать такие СШП КРС, истинная длительность которых обеспечивает наибольшую величину заднего фронта сигнала, т.е. $\cos(2\pi\kappa - \varphi_0) = \pm 1$. Это позволит выполнить оценку длительности на приемной стороне с наименьшей погрешностью.

Для сравнения точности КП оценки длительности (5) с точностью МП оценки (24), введем в рассмотрение величину проигрыша

$$\eta = V(\tau_q | \tau_0) / V(\tau_{qm} | \tau_0),$$

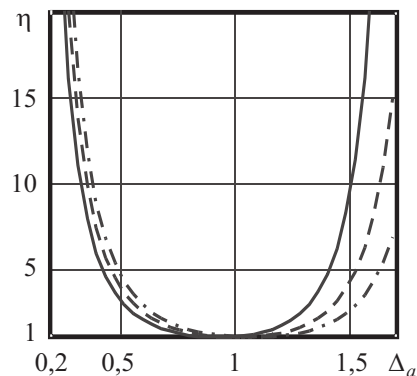


Рис. 3

характеризующую влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы на точность оценки длительности.

На рис. 3 приведены зависимости проигрыша η в точности КП оценки длительности СШП КРС с прямоугольной модулирующей функцией от расстройки амплитуды Δ_a при $\kappa = 1$ и различных расстройках начальной фазы. Сплошная кривая соответствует $\Delta_\varphi = 0$, штриховая кривая — $\Delta_\varphi = \pm\pi / 8$, штрих-пунктирная кривая — $\Delta_\varphi = \pm\pi / 6$.

На рис. 4 приведены зависимости проигрыша η в точности КП оценки длительности СШП КРС с прямоугольной модулирующей функцией от расстройки начальной фазы Δ_φ при $\kappa = 1$ и различных расстройках амплитуды. Сплошная кривая соответствует $\Delta_a = 1$, штриховая кривая — $\Delta_a = 0,7$ (ожидаемая амплитуда меньше истинного значения), штрих-пунктирная кривая — $\Delta_a = 1,2$ (ожидаемая амплитуда больше истинного значения). При расчете кривых на рис. 3 и 4 предполагалось, что начальная фаза принятого сигнала $\varphi_0 = 0$ и $z_r = 5$, а истинное значение длительности сигнала $\tau_0 = (T_1 + T_2) / 2$.

Как видно из рис. 2, асимптотические значения рассеяния оценки длительности СШП КРС больше рассеяний оценки длительности сигнала без гармонического заполнения при любых ОСШ, но могут оказаться как меньше, так и больше рассеяний оценки длительности

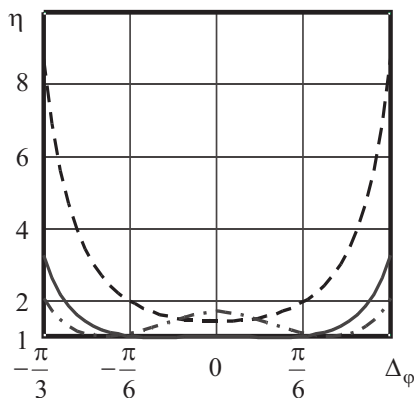


Рис. 4

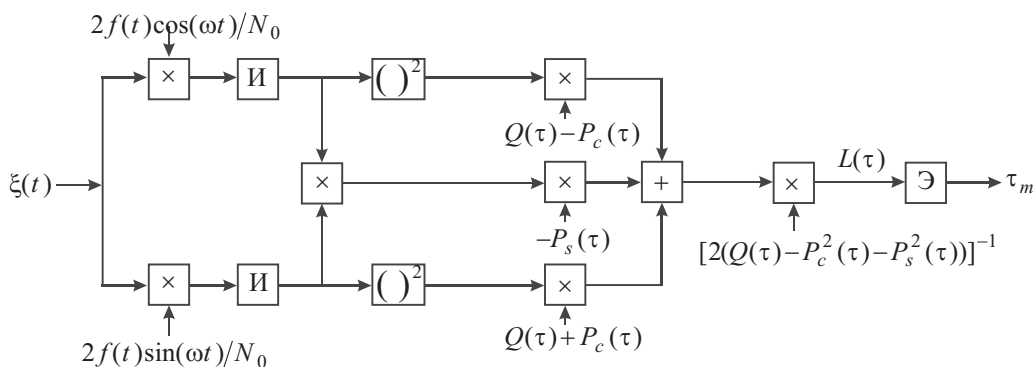


Рис. 5

узкополосного радиосигнала в зависимости от величины параметра узкополосности k . Из рис. 3 и 4 видно, что априорное незнание амплитуды или фазы сигнала может привести к существенному снижению точности оценки длительности.

С целью улучшения точности оценки длительности возможно применить МП алгоритм, основанный на поиске положения абсолютно-го максимума логарифма ФОП:

$$\begin{aligned} \tau_m &= \arg \sup L(\tau), \\ L(\tau) &= \sup_{a, \varphi} L(\tau, a, \varphi) = \sup_a L(\tau, a), \\ L(\tau, a) &= \sup_{\varphi} L(\tau, a, \varphi), \end{aligned} \quad (27)$$

в котором вместо неизвестных амплитуды и начальной фазы в (4) используются их оценки МП a_m и φ_m . Это равносильно максимизации

логарифма ФОП (4) по неизвестным параметрам a и φ . Выполняя аналитически максимизацию логарифма ФОП (4), получаем

$$\begin{aligned} L(\tau) &= [(Q(\tau) - P_c(\tau))X^2(\tau) + (Q(\tau) + P_c(\tau)) \times \\ &\quad \times Y^2(\tau) - 2X(\tau)Y(\tau)P_s(\tau)] \times \\ &\quad \times [2(Q^2(\tau) - P_c^2(\tau) - P_s^2(\tau))]^{-1}. \end{aligned} \quad (28)$$

Выражение (28) определяет структуру приемного устройства. Приемник должен формировать случайный процесс (28) для всех возможных значений длительности и находить МП оценку длительности как положение его наибольшего максимума. На рис. 5 изображена блок-схема МП измерителя длительности, где И — интеграторы на интервале времени $[0, \tau]$, $\tau \in [0, T_2]$, Э — экстрематор, осуществляющий

поиск положения наибольшего максимума входного сигнала на интервале времени $[T_1, T_2]$.

Для узкополосного радиосигнала в (29) возможно пренебречь интегралами от функций, осциллирующих с удвоенной частотой, т.к. $P_s(\tau) \ll Q(\tau)$, $P_c(\tau) \ll Q(\tau)$, и положить $P_s(\tau) \approx 0$, $P_c(\tau) \approx 0$. Тогда выражение для логарифма ФОП упрощается и принимает вид:

$$L(\tau) = (X^2(\tau) + Y^2(\tau)) / (2Q(\tau)), \quad (29)$$

что согласуется с [10, 12]. Из сопоставления выражений (28) и (29) следует, что структура МП алгоритма оценки длительности СШП КРС оказывается значительно более сложной, чем структура МП алгоритма оценки длительности узкополосного радиосигнала.

Для анализа МП алгоритма оценки длительности (27) рассмотрим логарифм ФОП (4). Он представляет собой случайное поле, дифференцируемое по параметрам a и φ , и недифференцируемое по переменной τ . Следовательно, амплитуда и начальная фаза являются регулярными параметрами сигнала (1), а длительность — разрывным параметром [7]. Таким образом, условия регулярности частично нарушаются.

В [17] показано, что асимптотически (с ростом ОСШ) точность МП оценки разрывного параметра (длительности) не зависит от наличия произвольного числа неизвестных регулярных параметров (амплитуда и начальная фаза). Это означает, что смещение и рассеяние МП оценки длительности (27) асимптотически с ростом ОСШ совпадают со смещением (25) и рассеянием (26) МП оценки длительности СШП КРС с априори известными амплитудой и начальной фазой.

Таким образом, при априори известных амплитуде и начальной фазе точность МП оценки длительности СШП КРС совпадает с точностью оценки длительности квазидетерминированного сигнала, при учете его гармо-

нического заполнения [8]. Для преодоления возможного априорного незнания амплитуды и начальной фазы СШП КРС возможно использовать довольно просто реализуемый КП алгоритм оценки (5). Однако отличие ожидаемых значений амплитуды и начальной фазы СШП КРС от их истинных значений может привести к существенному снижению точности оценки длительности. Преодолеть априорное незнание амплитуды и начальной фазы без потери точности (при больших ОСШ) позволяет применение более сложного МП алгоритма оценки (27).

В результате найдена новая структура МП алгоритма оценки длительности СШП КРС, существенно отличающаяся от известной структуры МП алгоритма оценки длительности узкополосного радиосигнала. Получены формулы для статистических характеристик оценки длительности. Рассеяние оценки длительности СШП КРС, в отличие от рассеяния оценки длительности узкополосного радиосигнала, зависит от начальной фазы несущего колебания φ_0 и от величины относительной узкополосности k . Структура МП алгоритма оценки длительности СШП КРС оказывается существенно более сложной в случае невыполнения условия относительной узкополосности.

Полученные результаты для конкретного вида сигнала позволяют сформулировать количественные ограничения на соотношение между полосой частот сигнала и его центральной частотой, при которых классические решения задач оценки параметров узкополосного радиосигнала обладают требуемой точностью, а также определить влияние априорного незнания амплитуды и начальной фазы СШП КРС на точность оценки его длительности и сделать обоснованный выбор алгоритма оценки длительности в зависимости от имеющейся априорной информации и требований, предъявляемых к точности оценки и к степени простоты ее технической реализации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Радзиевский, В. Г.; Трифонов, П. А. *Обработка сверхширокополосных сигналов и помех*. М.: Радиотехника, 2009. 288 с.
2. Aiello, R.; Batra, A. *Ultra Wideband Systems*. Elsevier, 2006. 323 p.
3. Siriwongpairat, W. Pam; Liu, K. J. Ray. *Ultra-Wideband Communications Systems: Multiband OFDM Approach*. Wiley, 2007. 229 p. DOI: [10.1002/9780470179765.ch1](https://doi.org/10.1002/9780470179765.ch1).
4. Nekoogar, F.; Dolwa, F. *Ultra-Wideband Radio Frequency Identification Systems*. Springer, 2011. 160 p. DOI: [10.1007/978-1-4419-9701-2](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9701-2).
5. Sahinoglu, Z.; Gezici, C.; Guvenc, I. *Ultra-wideband Positioning Systems*. Wiley, 2008. URL: <http://www.cambridge.org/9780521873093>.
6. Arslan, H.; Chen, Z. N.; Di Benedetto, M.-G. *Ultra Wideband Wireless Communication*. Wiley, 2006. ISBN: 978-0-471-71521-4.
7. Трифонов, А. П.; Шинаков, Ю. С. *Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех*. М.: Радио и связь, 1986. 264 с.
8. Трифонов, А. П.; Корчагин, Ю. Э. Прием сигнала с неизвестной длительностью. *Известия вузов. Радиофизика*, Т. 45, № 7, С. 625–637, 2002. URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=1179384>.
9. Трифонов, А. П.; Корчагин, Ю. Э.; Кондратович, П. А. Эффективность оценки длительности сигнала с неизвестной амплитудой. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 54, № 11, С. 3–12, 2011. URL: <http://radio.kpi.ua/article/view/S002134701111001X>.
10. Корчагин, Ю. Э. Оценка длительности сигнала с неизвестными амплитудой и фазой. *Радиотехника*, № 9, С. 11–19, 2013. URL: <http://radiotec.ru/article/13420>.
11. Корчагин, Ю. Э. Оценка длительности радиопульса с неизвестной фазой. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 56, № 7, С. 29–37, 2013. URL: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347013070030>.
12. Куликов, Е. И.; Трифонов, А. П. *Оценка параметров сигналов на фоне помех*. М.: Сов. радио, 1978. 296 с.
13. Тихонов, В. И. *Оптимальный прием сигналов*. М.: Радио и связь, 1983. 320 с.
14. Трифонов, А. П.; Руднев, П. Е. Характеристики оценки амплитуды сверхширокополосного квазирадиосигнала. *Известия вузов. Радиоэлектроника*, Т. 53, № 5, С. 22–31, 2010. URL: <http://radio.kpi.ua/article/view/S0021347010050031>.
15. Трифонов, А. П.; Корчагин, Ю. Э.; Беспалова, М. Б. Статистические свойства высоты и положения абсолютного максимума марковского случайного процесса типа Башелье. *Вестник Воронежского государственного университета. Серия Физика. Математика*, № 4, С. 54–65, 2014. URL: <http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/phys-math/2014/04/2014-04-07.pdf>.
16. Тихонов, В. И.; Миронов, М. А. *Марковские процессы*. М.: Радио и связь, 1977. 488 с.
17. Трифонов, А. П.; Бутейко, В. К. Характеристики совместных оценок параметров сигнала при частичном нарушении условий регулярности. *Радиотехника и электроника*, Т. 36, № 2, С. 319–327, 1991.

Поступила в редакцию 20.05.2016

После переработки 25.05.2017

INFORMATION ON THE ARTICLE

ESTIMATION OF ULTRAWIDEBAND QUASI-RADIO SIGNAL DURATION*

Andrey P. Trifonov, trifonov@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Russia**Yu. E. Korchagin**, korchagin@phys.vsu.ru, Voronezh State University, Russia**K. D. Titov**, Voronezh State University, Russia

* This study is supported by Russian Science Foundation grant (project #15-11-10022).

Quasi-likelihood and maximum likelihood algorithms of duration estimation for ultra-wideband quasi-radio signal of arbitrary shape with unknown amplitude and initial phase, influenced by additive Gaussian white noise, are synthesized. It was considered that conditions of relatively narrow band of received signal are not satisfied and its duration can constitute only several periods or a fraction of period of harmonic oscillation. It is shown that the structure of the algorithm for duration estimation of ultra-wideband quasi-radio signal is significantly different from the structure of duration estimation algorithm for narrowband radio signal. Relative bias and variance are determined as the statistical characteristics of synthesized duration estimates. The influence of unknown amplitude and initial phase on the accuracy of duration estimation is investigated. Quantitative limits for relation of signal bandwidth to its center frequency are formulated, such that the classical solution of the problem of duration estimation for narrowband radio signal possesses the required accuracy.

Keywords: ultra-wideband; quasi-radio signal; maximum likelihood estimation; quasi-likelihood estimation; duration; variance; bias

REFERENCES

1. RADZIEVSKIY, V.G.; TRIFONOV, P.A. *Processing of Ultra-Wideband Signals and Interferences* [in Russian]. Moscow: Radiotekhnika, 2009.
2. AIELLO, R.; BATRA, A. *Ultra Wideband Systems*. Elsevier, 2006.
3. SIRIWONGPAIRAT, W. PAM; LIU, K.J. RAY. *Ultra-Wideband Communications Systems: Multiband OFDM Approach*. Wiley, 2007. DOI: [10.1002/9780470179765.ch1](https://doi.org/10.1002/9780470179765.ch1).
4. NEKOOGAR, F.; DOLWA, F. *Ultra-Wideband Radio Frequency Identification Systems*. Springer, 2011. DOI: [10.1007/978-1-4419-9701-2](https://doi.org/10.1007/978-1-4419-9701-2).
5. SAHINOGLU, Z.; GEZICI, C.; GUVENC, I. *Ultra-Wideband Positioning Systems*. (Wiley, 2008). URL: <http://www.cambridge.org/9780521873093>.
6. ARSLAN, H.; CHEN, Z.N.; DI BENEDETTO, M.-G. *Ultra Wideband Wireless Communication*. Wiley, 2006. ISBN: 978-0-471-71521-4.
7. TRIFONOV, A.P.; SHYNAKOV, Y.S. *Combined Differentiation of Signals and Estimation of Their Parameters in the Interference Background* [in Russian]. Moscow: Radio i Svyaz', 1986.
8. TRIFONOV, A.P.; KORCHAGIN, Y.E. Reception of a signal with unknown duration. *Radiophys. Quantum Electron.*, v.45, n.7, p.571-582, 2002. DOI: [10.1023/A:1020593112597](https://doi.org/10.1023/A:1020593112597).
9. TRIFONOV, A.P.; KORCHAGIN, Y.E.; KONDRATOVICH, P.A. Efficiency of estimating duration of a signal with unknown amplitude. *Radioelectron. Commun. Syst.*, v.54, n.11, p.581-591, 2011. DOI: [10.3103/S073527271111001X](https://doi.org/10.3103/S073527271111001X).
10. KORCHAGIN, Y.E. Estimation duration of signal with unknown amplitude and phase. *Radiotekhnika*, n.9, p.11, 2013. URL: <http://radiotec.ru/article/13420>.
11. KORCHAGIN, Y.E. Estimation of the radio pulse duration with unknown phase. *Radioelectron. Commun. Syst.*, v.56, n.7, p.345-355, 2013. DOI: [10.3103/S0735272713070030](https://doi.org/10.3103/S0735272713070030).
12. KULIKOV, Y.I.; TRIFONOV, A.P. *Estimation of Signal Parameters in the Interference Background* [in Russian]. Moscow: Sov. Radio, 1978.
13. TIKHONOV, V.I. *Optimal Signal Reception* [in Russian]. Moscow: Radio i Svyaz', 1983.
14. TRIFONOV, A.P.; RUDNEV, P.Y. Characteristics of estimating the amplitude of ultrawideband quasi-radio signal. *Radioelectron. Commun. Syst.*, v.53, n.5, p.241-250, 2010. DOI: [10.3103/S0735272710050031](https://doi.org/10.3103/S0735272710050031).
15. TRIFONOV, A.P.; KORCHAGIN, Y.E.; BESPALOVA, M.B. Statistical properties of height and provisions of absolute maximum Markov random processes Bachelier type. *Vestnik VGU. Ser. Fizika, Matematika*, n.4, p.54, 2014. URL: <http://www.vestnik.vsu.ru/pdf/physmath/2014/04/2014-04-07.pdf>.
16. TIKHONOV, V.I.; MIRONOV, M.A. *Markov Processes* [in Russian]. Moscow: Radio i Svyaz', 1977.
17. TRIFONOV, A.P.; BUTEYKO, V.K. Characteristics of combined estimation of signal parameters for partial violation of regularity conditions. *Radiotekh. Elektron.*, v.36, n.2, p.319, 1991.

Received in final form May 25, 2017