

УДК 621.391

## ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ И АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ БЕСПРОВОДНЫХ СЕНСОРНЫХ СЕТЕЙ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ COMPRESSIVE SENSING

*Парфенов В.И., д.ф.-м.н., проф. кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, тел. 8-908-146-69-96, e-mail: vip@phys.vsu.ru.*

*Голованов Д.Ю., аспирант кафедры радиофизики Воронежского государственного университета, тел. 8-950-762-35-19, e-mail: golovanov@amm.vsu.ru.*

*Показано, что принципы построения и функционирования беспроводных сенсорных сетей могут быть основаны на решении задачи оценки положений и числа ненулевых компонент некоторого разреженного вектора. Рассмотрены несколько алгоритмов оценки на основе собранной в центральном узле сети информации: алгоритм, основанный на классическом байесовском подходе и ряд «грубых» алгоритмов, разработанных в рамках теории Compressive Sensing. Исследовано поведение различных характеристик оценок от отношения сигнал/шум, степени сжатия и разреженности исходного сигнала.*

## PRINCIPLES OF CONSTRUCTION AND EFFECTIVENESS ANALYSIS OF OPERATION OF WIRELESS SENSOR NETWORKS BASED ON COMPRESSIVE SENSING THEORY

*Parfenov V.I., Golovanov D.Y.*

*It is shown, that principles of construction and operation of wireless sensor networks can be based on decision of estimation task of locations and number of nonzero components of some sparse vector. Some estimation algorithms based on information collected in central node of network are considered: algorithm, based on classical bayesian approach and some «greedy» algorithms, developed in Compressive Sensing theory. Behavior of different estimation characteristics in dependence of signal to noise ratio, compression ratio and sparsity of signal is investigated.*

**Key words:** *wireless sensor network, Compressive Sensing, sparse signal, bayesian algorithm, Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP), dispersion of estimation, probability of miss, probability of false alarm.*

**Ключевые слова:** беспроводная сенсорная сеть, Compressive Sensing, разреженный сигнал, байесовский алгоритм, Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP), рассеяние оценки, вероятность пропуска, вероятность ложной тревоги.

### Введение

В последние годы существенный прогресс произошел в таких областях науки и техники как информационные технологии, беспроводные сети, конструирование сенсоров (датчиков) различной природы. Все это привело к осознанию возможности реализации и непосредственно к практическому воплощению беспроводных сенсорных сетей [1-3]. Сенсоры собирают информацию о физическом объекте или

процессе, трансформируют измеряемые характеристики в сигналы, которые могут быть переданы (обычно с помощью радиоволн) к месту назначения. При разработке сенсоров все больше прослеживается тенденция к их миниатюризации, а также стремление к их реакции на поля различной физической природы. В настоящее время уже существуют радиоволновые сенсоры; оптические, электрооптические и инфракрасные сенсоры; сейсмические сенсоры и сенсоры давления; сенсоры для измерения параметров окружающей среды (температуры, влажности, скорости ветра и прочее); биохимические сенсоры и т.д.

Кроме непосредственно самих сенсоров, любой узел беспроводной сенсорной сети должен содержать также АЦП, процессор,

память, трансивер, антенну и источник питания. Количество сенсорных узлов, из которых состоит вся сеть, может быть чрезвычайно большим; все они непосредственно либо опосредованно (при связи через соседние узлы) должны передавать измеренную и обработанную определенным образом информацию об окружающей обстановке в некоторый центральный узел (ЦУ). Возможна более сложная структура организации сети, когда в сети можно выделить подсети со своими личными ЦУ (базовыми станциями, ретрансляторами), которые, в свою очередь, должны передавать принятую и обработанную информацию в конечный пункт обработки. Все это инициирует применение подобных сетей в различных областях науки и техники. Подобные сети могут применяться с целью мониторинга окружающей среды (обнаружение возгораний, предсказание землетрясений, обнаружение изменений в климате и т.д.), в военной сфере (отслеживание средств вооружений и техники, обнаружение ядерных, химических и бактериологических атак и т.д.), в здравоохранении (например, удаленный мониторинг за физиологическими данными больного), в промышленности и сельском хозяйстве (например, контроль за индустриальными и офисными зданиями, отслеживание автомобильной и прочей техники) и т.д.

В подобных сетях количество узлов может быть чрезвычайно большим (несколько сотен и более), к тому же они должны быть как можно более долговечными и дешевыми. В связи с этим возникает проблема рационального построения такой сети и соответствующей организации ее функционирования. Рассмотрим задачу конструирования подобной сети с основной целью – добиться ее максимальной экономичности. Для этого вначале изложим некоторые сведения, касающиеся такой достаточно новой области, как Compressive Sensing (сжатые измерения) [4-8], т.к. предлагаемые принципы построения сетей будут основываться как раз на этой теории.

## Compressive Sensing

Активно развивающаяся в последние несколько лет новая область получения и обработки информации, получившая в англоязычной литературе название Compressive Sensing (CS), утверждает, что сигналы, имеющие разреженное или сжатое представление в некотором базисе, могут быть точно или приближенно восстановлены по своим линейным проекциям, причем число этих проекций может быть значительно меньше размерности исходного сигнала.

Рассмотрим основы этой теории. Пусть имеется дискретный сигнал, который может быть представлен вектором  $x \in R^N$  размера  $N \times 1$ .

Сигнал  $x$  называется  $k$ -разреженным, если выполняется условие  $\|x\|_0 \leq k$ , где норма  $\|x\|_0$  определяет количество ненулевых компонент вектора  $x$ . При этом только  $k$  компонент этого вектора отличны от нуля, а остальные  $(N - k)$  равны нулю.

Наряду с определением  $k$ -разреженных сигналов введем определение сжимаемых сигналов, наиболее часто встречающихся на практике. Сигнал  $x$  называется сжимаемым, если у него только несколько компонент достаточно велики, а остальные относительно малы.

Если сам вектор  $x$  не удовлетворяет одному из этих условий, то почти всегда можно найти его представление в каком-либо базисе, т.е. представить его в виде  $x = \Psi c$ , где  $c - N \times 1$  вектор-столбец коэффициентов в выбранном базисе (Фурье, вейвлет и пр.),  $\Psi$  – базисная матрица размера  $N \times N$ , причем поведение коэффициентов  $c$  во многих случаях будет удовлетворять либо перечисленным выше условиям разреженности либо сжимаемости.

Введем в рассмотрение вектор  $y$  размера  $M \times 1$ , а также  $M \times N$  матрицу  $\Phi$ , удовлетворяющую определенным условиям, таким образом, что

$$y = \Phi x. \quad (1)$$

Задача состоит в том, чтобы восстановить вектор  $x$  по совокупности его линейных измерений, то есть по

вектору  $y$ . Так как  $M < N$ , получившаяся система уравнений является недоопределенной, а, следовательно, имеет бесконечное множество решений. То есть однозначно восстановить вектор  $x$  без дополнительной информации невозможно. Однако, если учесть, что восстанавливаемый сигнал является разреженным или сжимаемым, то при определенных условиях это становится возможным. По сути, сформулированная выше задача и есть стандартная задача CS [4-8]. Практический интерес в рамках этой теории представляет случай  $M \ll N$ . Матрица  $\Phi$  должна удовлетворять определенному условию, обычно называемому свойством ограниченной изометрии (Restricted Isometry Property или RIP) [4,5]. Свойство RIP может быть достигнуто с большой вероятностью за счет выбора случайной матрицы в качестве  $\Phi$ , то есть за счет рандомизации процесса измерения. При этом вектор результатов измерений представляет собой набор  $M$  различных линейных комбинаций компонент вектора  $x$  со случайно выбранными весами [4-6].

Алгоритм восстановления сигнала должен на основании вектора  $M$  измерений  $y$ , матрицы  $\Phi$  размера  $M \times N$  (или, в случае случайного характера ее формирования, на основании закона, в соответствии с которым она была сгенерирована), восстановить сигнал  $x$  длины  $N$  или разреженный вектор коэффициентов  $c$  при условии, что  $M < N$ .

Наиболее эффективно задачу CS можно решить посредством минимизации  $l_1$  нормы [4-8]:  $\tilde{c} = \arg \min_w \|w\|_1$ , при условии, что  $\Phi \Psi w = \Theta w = y$ . Это задача выпуклой оптимизации, поскольку норма  $\| \cdot \|_1$  является выпуклой функцией, которая может быть сведена к задаче линейного программирования, известной как выбор базиса (basis pursuit).

На практике чаще встречается ситуация, описываемая не моделью (1), а моделью вида:

$$y = \Phi x + n, \quad (2)$$

в которой вектор  $n$  размера  $M \times 1$  является шумовой составляющей.

Следует отметить, что существуют различные методы решения задач типа (1) и (2). Одними из таких методов являются так называемые «грубые» алгоритмы (greedy algorithms). К ним относятся, например, Orthogonal Matching Pursuit (OMP) [9,10], Regularized OMP (ROMP) [11], Compressive Sampling Matching Pursuit (CoSaMP) [12] и другие.

### Способы реализации передачи информации в беспроводных сенсорных сетях

Итак, рассмотрим более подробно матричную форму записи наблюдаемых данных в ЦУ, применительно к беспроводным сенсорным сетям:

$$\begin{cases} y_1 = \phi_{11}x_1 + \phi_{12}x_2 + \dots + \phi_{1N}x_N \\ \dots \\ y_M = \phi_{M1}x_1 + \phi_{M2}x_2 + \dots + \phi_{MN}x_N \end{cases} \quad (3)$$

Здесь  $\phi_{ij}$  ( $i = \overline{1, M}$ ,  $j = \overline{1, N}$ ) – элементы матрицы  $\Phi$ , удовлетворяющей условиям RIP,  $x_j$  – измеренные, обработанные и представленные в определенной форме данные об отслеживаемом в сети физическом процессе в  $j$ -м узле ( $j = \overline{1, N}$ );  $y_i$  – полученные в ЦУ данные, представляющие собой вектор  $y$ , размер которого  $M$  может быть намного меньше количества измеренных данных во всех  $N$  узлах ( $M \ll N$ ). В соответствии с теорией CS вектор  $x$  должен быть либо разреженным, либо сжимаемым, либо тем или другим в некотором другом базисе (см. выше). Покажем, что применительно к рассматриваемым сетям, эти условия могут выполняться. Действительно, вектор наблюдаемых данных  $x$  будет являться разреженным в сетях, предназначенных для обнаружения изменений свойств каких-либо физических процессов. Например, если речь идет об охране какого-то участка местности, здания и прочее, то проникновение будет осуществляться лишь в определенном месте, и, следовательно, лишь небольшое число датчиков смогут зафиксировать это проникновение.

Следовательно, в векторе  $x$  лишь небольшое количество элементов будет отлично от нуля (для тех узлов, которые обнаружили несанкционированный доступ), а остальные элементы вектора, соответствующие узлам, не обнаружившим проникновение, будут равны нулю. Похожая ситуация может проявиться в сетях, предназначенных для слежения за параметрами окружающей среды (резкие изменения температуры при возникновении пожара, существенный подъем воды при наводнениях, значительные колебания механических сооружений (мостов и прочее) при их деформациях и т.д.). Во всех этих и подобных случаях в каждом узле должна быть записана информация о «нормальных» (средних) значениях измеряемых параметров. Причем, если отклонение измеренных в узле величин от этих «средних» не превысит некоторый наперед заданный порог, то элемент  $x_i$ , соответствующий этому  $i$ -му узлу, будет равен нулю и только незначительному числу узлов, зафиксировавших существенное отклонение измеренного параметра от среднего значения, будут соответствовать ненулевые элементы в векторе  $x$ . Аналогично, можно показать, что если непосредственно измеряемые физические величины во всех узлах отличны от нуля, то, учитывая, что большинство из них достаточно медленно изменяются во времени, можно найти другой базис (Фурье, вейвлет и др.), в котором соответствующий вектор будет либо разреженным, либо сжимаемым. Таким образом, во многих случаях в беспроводных сенсорных сетях вектор  $x$  в (1), (3) может считаться либо разреженным, либо сжимаемым, что позволяет воспользоваться теорией CS для анализа таких сетей.

Рассмотрим теперь некоторые возможные способы реализации передачи информации в таких сетях, полагая, что в ЦУ должен наблюдаться вектор  $y$ , сформированный в соответствие с (1), (3). Подобных схем можно предложить несколько в зависимости от топологии сети, имеющих временных, финансовых, технических и прочих видов ограничений.

Наиболее просто реализовать наблюдения, удовлетворяющие (1), (3), при следующем выборе матрицы  $\Phi$  размера  $M \times N$ . Выберем строки матрицы  $\Phi$  таким образом, чтобы каждая из них содержала всего одну единицу и остальные нули. Положение ненулевого элемента в строке выбирается случайным образом и физически соответствует номеру узла, передающего информацию в ЦУ. Следовательно, при подобном подходе случайным образом выбираются  $M$  узлов, они и только они передают информацию в ЦУ. В результате, вектор  $y$  будет иметь размер  $M \times 1$  и элементы этого вектора будут совпадать с ненулевыми элементами вектора  $x$  (номера которых совпадают с номерами случайно выбранных узлов, передающих информацию в ЦУ). Однако, несмотря на простоту реализации подобного подхода, его использование малоэффективно (для достижения определенной эффективности потребуется достаточно большое  $M$ , близкое к  $N$ ).

В связи с этим рассмотрим другой подход к построению сети. Предположим, что как и ранее, все узлы сети имеют непосредственный доступ к ЦУ. Для организации многоканальной связи достаточно часто используют принципы временного разделения каналов, когда различные источники передают информацию в разные промежутки времени. Если использовать подобный принцип в беспроводных сенсорных сетях напрямую, то потребуется  $N$  временных слотов, чтобы каждый узел смог передать свою информацию в ЦУ. Попытаемся существенно сократить время передачи. С этой целью вернемся к представлению (3). Будем считать, что первый узел в первом временном слоте формирует сигнал вида  $\phi_{11}x_1$ , второй –  $\phi_{12}x_2$ , ...,  $N$ -й –  $\phi_{1N}x_N$ . Каждый из  $N$  узлов передает сигналы, соответствующие рассматриваемым, в ЦУ, где они суммируются. Следовательно,  $y_1 = \phi_{11}x_1 + \phi_{12}x_2 + \dots + \phi_{1N}x_N$  – это то, что получается в ЦУ в результате обработки приходящих на его вход сигналов в течение первого временного слота. Аналогично, во втором временном слоте первый узел

передает  $\varphi_{21}x_1$ , второй –  $\varphi_{22}x_2$ , ...,  $N$ -й –  $\varphi_{2N}x_N$ . Все сигналы от этих узлов суммируются, приходя одновременно на ЦУ в течение второго слота и формируют  $y_2 = \varphi_{21}x_1 + \varphi_{22}x_2 + \dots + \varphi_{2N}x_N$ .

Аналогичные операции продолжаются в течение  $M$  временных слотов. Таким образом, в ЦУ формируется вектор  $y$  в течение  $M \ll N$  слотов, что обеспечивает существенный выигрыш во времени передачи информации. Очевидно, далее в центральном узле должна решаться стандартная задача CS – нахождение вектора  $x$  по наблюдаемым данным  $y$ .

Заметим, что рассмотренный выше подход может быть применен не для всех видов сетей. Действительно, для его реализации требуется построение сети в виде топологии звезда, при которой каждый узел соединяется с ЦУ непосредственно. Рассмотрим теперь, каким образом можно реализовать функционирование сети при отсутствии прямой видимости ЦУ некоторыми из узлов сети. Предположим, что в этом случае можно выполнить такую маршрутизацию в сети, при которой информация последовательно передается от одного узла к другому, достигая, в конечном итоге, ЦУ. Начнем с самого удаленного  $m$ -го узла сети. Предположим, что он формирует на основе измерений  $x_m$  вектор с элементами  $(\varphi_{1m}x_m, \varphi_{2m}x_m, \dots, \varphi_{Mm}x_m)$  и передает эти данные соседнему  $n$ -му узлу. В этом  $n$ -м узле на основе своих собственных измерений  $x_n$  формируется вектор с элементами  $(\varphi_{1n}x_n, \varphi_{2n}x_n, \dots, \varphi_{Mn}x_n)$  и эти данные складываются с теми, которые получены от  $m$ -го узла. В результате в узле  $n$  формируется вектор вида  $(\varphi_{1m}x_m + \varphi_{1n}x_n, \varphi_{2m}x_m + \varphi_{2n}x_n, \dots, \varphi_{Mm}x_m + \varphi_{Mn}x_n)$  и передается в следующий узел в соответствие с выбранным алгоритмом маршрутизации. Осуществляя подобным образом передачу информации от узла к узлу, окончательно в ЦУ поступит вектор вида  $(\varphi_{11}x_1 + \varphi_{12}x_2 + \dots + \varphi_{1N}x_N, \varphi_{21}x_1 + \varphi_{22}x_2 + \dots$

$+ \varphi_{2N}x_N, \dots, \varphi_{M1}x_1 + \varphi_{M2}x_2 + \dots + \varphi_{MN}x_N)$ , (4) который имеет размер  $M \times 1$ , существенно меньший, чем количество всех узлов сети  $N$ . Несложно заметить, что полученный вектор (4) всегда может быть представлен в виде записи (1) или (3). Следовательно, и в этом случае наблюдаемые данные будут представлять вектор  $y$  (1), по которому необходимо восстановить элементы вектора  $x$ , что, опять же, может быть выполнено с использованием теории CS.

### Анализ эффективности алгоритмов обработки информации в беспроводных сенсорных сетях

Согласно изложенному выше, данные в ЦУ описываются либо системой уравнений (3), либо могут быть записаны в матричной форме в виде (1). Однако, на полезный сигнал, несущий информацию, в процессе его передачи всегда тем или иным образом накладываются шумы различной природы. Поэтому реально данные в ЦУ будут описываться моделью (2). Таким образом, математически мы имеем задачу восстановления исходного вектора  $x$  с неизвестным числом ненулевых компонент  $k$ . Указанные выше «грубые» алгоритмы, являющиеся наиболее предпочтительными в вычислительном плане, в той или иной форме используют информацию о разреженности восстанавливаемого сигнала. Поэтому должны быть модифицированы для решения задачи с неизвестным значением  $k$ .

Пусть  $n = (n_1, \dots, n_M)^T$  – вектор шума с элементами  $n_i$  ( $i = \overline{1, M}$ ), представляющими собой гауссовские случайные величины с нулевыми математическими ожиданиями и одинаковыми дисперсиями  $D$ . Дисперсия  $D$  и отношение сигнал/шум связаны

$$\text{соотношением } z^2 = 10 \lg \left( \frac{\|\Phi x\|_2^2}{D \cdot M} \right) \quad (\text{дБ}).$$

Пусть матрица  $\Phi$  формируется так, что каждый ее элемент представляет собой гауссовскую случайную величину с нулевым математическим ожиданием и единичной дисперсией. Кроме того, пусть строки матрицы подвергнуты процедуре ортогонализации. Пусть также априори

известно, что количество ненулевых компонент  $k$  в векторе  $\mathbf{x}$  не может превышать величину  $k_{\max}$ , т.е.  $k \leq k_{\max}$ . В данной работе для решения задачи были рассмотрены следующие алгоритмы:

#### 1. Байесовский алгоритм оценки.

Данный алгоритм основан на формировании  $N$  достаточных статистик вида [13, 14]  $L_i = \sum_{j=1}^M y_j \phi_{ji}$ ,  $i = \overline{1, N}$  и сравнении их с некоторым порогом. Количество величин  $L_i$ , превышающих порог, принимается за оценку числа ненулевых элементов в исходном векторе  $\mathbf{x}$ , а номера позиций этих величин в векторе  $\mathbf{L} = (L_1, \dots, L_N)$ , состоящим из указанных статистик, за оценку местоположений отличных от нуля компонент в векторе  $\mathbf{x}$ . Предлагается порог вычислять следующим образом:

1) найти разность между максимальным элементом в векторе  $\mathbf{L}$  и всеми остальными;

2) отсортировать получившиеся на предыдущем шаге значения в убывающем порядке и вычислить разность между соседними элементами в получившемся векторе с учетом того, что количество ненулевых элементов в  $\mathbf{x}$  не может превышать  $k_{\max}$ . То есть получить вектор из  $k_{\max} - 2$  разностей. Найти положение максимального элемента в получившемся векторе;

3) установить порог, равным увеличенному на единицу номеру максимального элемента, найденного на предыдущем шаге, умноженному на некоторый коэффициент. Эмпирическим путем было установлено, что значение коэффициента может быть выбрано равным 2.

#### 2. Алгоритм OMP.

Входными данными для него являются:

1) матрица измерений  $\Phi$ ;

2) вектор данных  $\mathbf{y}$ ;

3) критерий остановки работы алгоритма. Остановка алгоритма происходит после того, как вычисляемая на каждой итерации  $l_2$ -норма остатка перестает превышать некоторое заданное

значение порога. Для описанной выше задачи это значение порога устанавливается равным  $M \cdot D$ . Разреженность восстановленного сигнала будет равна числу итераций алгоритма.

#### 3. Алгоритм CoSaMP.

Входными данными для этого алгоритма являются:

1) матрица измерений  $\Phi$ ;

2) вектор данных  $\mathbf{y}$ ;

3) разреженность восстанавливаемого сигнала. Поскольку она является неизвестной для рассматриваемой задачи, используем величину  $k_{\max}$  – максимально возможное число ненулевых элементов в  $\mathbf{x}$ ;

4) критерий остановки работы алгоритма. Остановка алгоритма происходит после достижения им в цикле заданного числа итераций.

Восстановленный с использованием данного алгоритма сигнал всегда будет содержать  $k_{\max}$  ненулевых компонент. Поэтому предлагается осуществить прореживание этого сигнала посредством сравнения каждого его элемента с некоторым порогом. Элементы, чьи значения превысят порог, остаются в сигнале, остальные устанавливаются равными нулю. Значение порога выбирается аналогично тому, как это было сделано при рассмотрении байесовского алгоритма, только вместо вектора достаточных статистик  $\mathbf{L}$  здесь используется вектор, полученный в результате работы алгоритма.

#### 4. Алгоритм CoSaMP с остатком.

Все описанное выше для алгоритма CoSaMP справедливо и в этом случае за исключением критерия остановки. Остановка алгоритма происходит после того, как вычисляемая на каждой итерации  $l_2$ -норма остатка перестает превышать некоторое заданное значение порога, который устанавливается равным  $M \cdot D$  для данной задачи.

#### 5. Алгоритм DOMP (Detection-based Orthogonal Matching Pursuit) [15].

Входными данными для этого алгоритма помимо матрицы измерений  $\Phi$  и вектора  $\mathbf{y}$  являются дисперсия шума  $D$  и

параметр, называемый в [15] вероятностью ложной тревоги. На каждой итерации алгоритма осуществляется формирование по заданному правилу некоторой достаточной статистики и порога и происходит их сравнение. Остановка алгоритма происходит после того, как значение сформированной статистики оказывается меньше порога. Как отмечается в [15], для работы алгоритма не требуется какой-либо информации о разреженности исходного сигнала.

Далее применим изложенные выше алгоритмы для решения задачи оценки положений одинаковых по величине ненулевых компонент исходного вектора  $\mathbf{x}$ . Положим для определенности  $N = 256$ , где  $N$  – число элементов в векторе  $\mathbf{x}$ ,  $k_{\max} = 10$ . Для алгоритма CoSaMP установим количество итераций, равным 20. Для алгоритма DOMP установим параметр, называемый вероятностью ложной тревоги, равным 0.1.

Для анализа эффективности алгоритмов были выбраны оценки следующих характеристик:

1) **вероятность ложной тревоги**  $P_f$ .

Определяется как среднее по реализациям отношение числа ненулевых составляющих, имеющих в восстановленном сигнале, но отсутствующих в исходном, к общему числу ненулевых компонент в восстановленном сигнале;

2) **вероятность пропуска**  $P_m$ .

Определяется как среднее по реализациям отношение числа ненулевых составляющих, отсутствующих в восстановленном сигнале, но имеющихся в исходном, к общему числу ненулевых компонент в исходном сигнале;

3) **общая вероятность ошибки**  $P$ .

Определяется как полусумма введенных выше вероятностей ложной тревоги и пропуска сигнала;

4) **рассеяние оценки разреженности**  $V$ .

Определяется как среднее по реализациям значение квадрата разности между оценкой разреженности, полученной по результатам работы какого-либо из рассматриваемых алгоритмов, и его истинным значением.

Рассматриваемые в работе значения  $M/N = 0.2, 0.25, 0.3$ . Истинные значения оцениваемых параметров, то есть номера позиций ненулевых составляющих в векторе  $\mathbf{x}$ , менялись от реализации к реализации по случайному закону с равномерным распределением на интервале  $[1, N]$ . Проведенное статистическое моделирование (количество испытаний для каждого набора параметров составляло не менее 1000) показало, что не существует одного наилучшего алгоритма среди рассмотренных. На их функционирование существенное влияние оказывают значения таких параметров как  $k$ ,  $M/N$  и  $z^2$ . Например, рассмотрим такую характеристику, как общую вероятность ошибки. Как показывают расчеты, при любом числе ненулевых компонент для всех рассматриваемых значений  $M/N$  наилучшие результаты дают алгоритмы CoSaMP и CoSaMP с остатком. В то же время, если в качестве характеристики эффективности алгоритма рассматривать рассеяние оценки разреженности, то здесь выигрыш алгоритмов CoSaMP и CoSaMP с остатком наблюдается при малом числе ненулевых компонент. При большом числе ненулевых составляющих выигрыш дает алгоритм OMP. Учитывая, что целью работы не являлся выбор наилучшего (в каком-либо смысле) алгоритма, в дальнейшем был рассмотрен только алгоритм CoSaMP, который в среднем дает достаточно хорошие результаты в большинстве случаев. Ниже на рис.1-4 представлены зависимости вероятности ложной тревоги, вероятности пропуска, общей вероятности ошибки и рассеяния оценки разреженности от отношения сигнал/шум для алгоритма CoSaMP. На всех этих рисунках кривые 1 и 2 соответствуют случаю оценки двух ненулевых компонент ( $k = 2$ ) при соответственно  $M/N = 0.3$  и  $0.2$ , кривые 3 и 4 соответствуют случаю оценки семи ненулевых компонент ( $k = 7$ ) при соответственно  $M/N = 0.3$  и  $0.2$ .

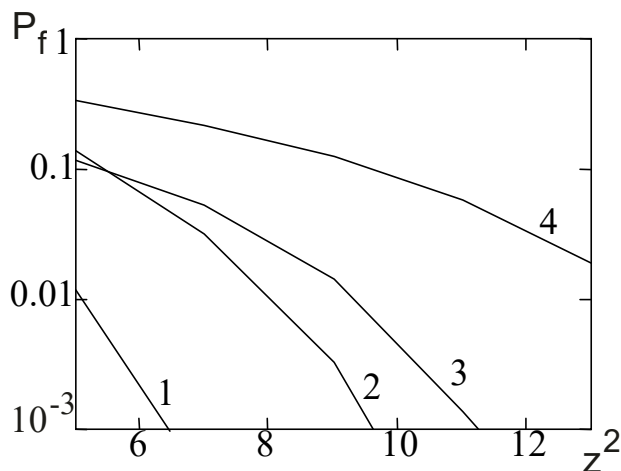


Рис.1. Зависимость вероятности ложной тревоги от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

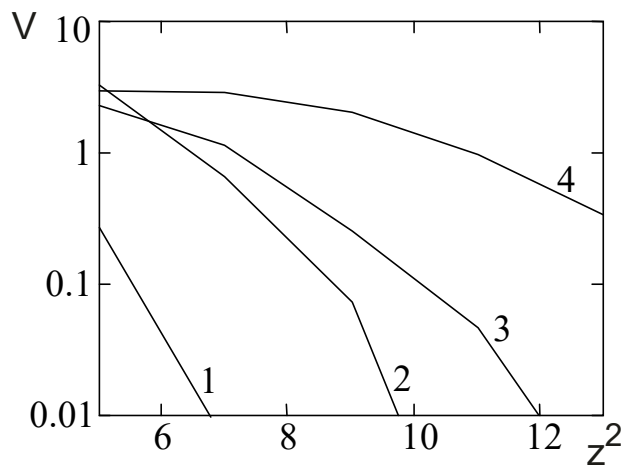


Рис.4. Зависимость рассеяния оценки разреженности от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

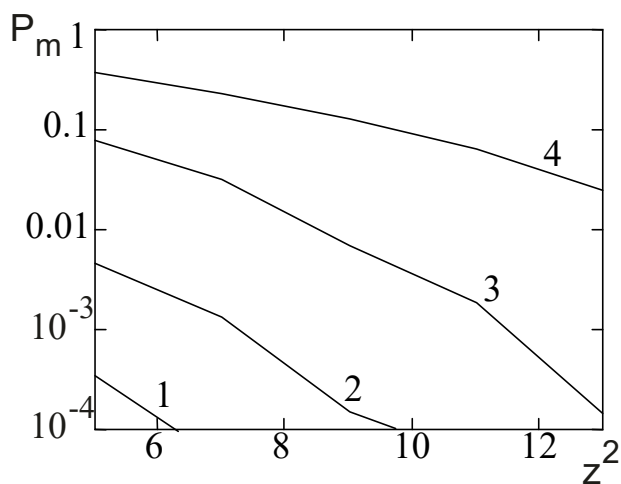


Рис.2. Зависимость вероятности пропуска от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

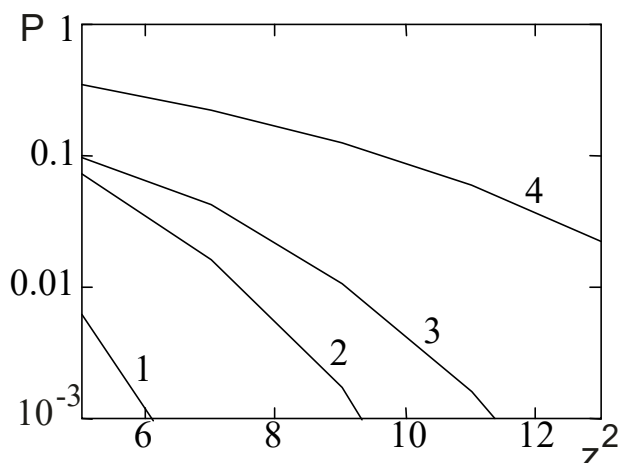


Рис.3. Зависимость общей вероятности от отношения сигнал/шум (дБ) для алгоритма CoSaMP

Из анализа полученных зависимостей следует, что, как и следовало ожидать, все указанные характеристики убывают с увеличением отношения сигнал/шум. При фиксированном значении отношения сигнал/шум и количестве ненулевых компонент приведенные выше характеристики улучшаются с увеличением отношения  $M/N$ . Кроме того отметим, что при фиксированном значении отношения сигнал/шум и отношении  $M/N$  все рассмотренные характеристики возрастают при увеличении значения  $k$ , то есть с ростом числа оцениваемых ненулевых компонент в исходном сигнале. Таким образом, на эффективность функционирования сенсорных сетей существенное влияние оказывают следующие три параметра: отношение сигнал/шум  $z^2$ , степень сжатия  $M/N$  и разреженность сигнала  $k$ . Приведенные результаты позволяют осуществить обоснованный выбор этих параметров при конструировании таких сетей на основе имеющихся априорных сведений об условиях их функционирования.

### Заключение

В статье рассмотрены подходы к построению и организации функционирования беспроводных сенсорных сетей на основе использования принципов теории Compressive Sensing. Рассмотрена задача оценки числа и положений (номеров) узлов сети,



предназначенной для обнаружения изменений свойств каких-либо физических процессов, когда дискретный сигнал, каждый элемент которого несет информацию об отслеживаемом в сети физическом процессе в том или ином узле, является разреженным или сжимаемым. Проанализирована работа ряда алгоритмов оценки на основе исследования поведения различных характеристик оценок от таких параметров как отношение сигнал/шум, степень сжатия и разреженность сигнала (в работе наглядно представлены зависимости рассеяния оценки разреженности, вероятности пропуска, вероятности ложной тревоги и общей вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для алгоритма CoSaMP). Представленные зависимости позволяют осуществлять обоснованный выбор параметров при построении таких сетей. Предложенные подходы к построению сетей при использовании принципа временного разделения каналов позволяют сократить время передачи, которое определяется степенью сжатия, то есть величиной  $M/N$ .

### Литература

1. Hu F., Cao X. Wireless sensor networks: principles and practice. CRC Press, 2012. – 503 p.
2. Faludi R. Building wireless sensor networks. O'Really Media, USA, 2011. – 301 p.
3. Dargie W., Poellabauer C. Fundamentals of wireless sensor network: theory and practice. John Wiley And Sons Ltd., United Kingdom, 2010. – 311 p.
4. Eldar C., Kutyniok G. Compressed sensing: theory and applications. Cambridge University Press, 2012. – 555 p.
5. Foucart S., Rauhut H. A mathematical introduction to compressive sensing. Berlin: Springer, 2013. – 625 p.
6. Candes E., Wakin M. An introduction to compressive sampling // IEEE Signal Processing Magazine. Vol. 25, №2, 2008. – P. 21 – 30.
7. Baraniuk R. Compressive sensing // IEEE Signal Processing Magazine. Vol. 24, №4, 2007. – P. 118 – 121.
8. Donoho D. Compressed sensing // IEEE Transaction on Information Theory. Vol. 52, №4, 2006. – P. 1289 – 1306.
9. Tropp J., Gilbert A. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit // IEEE Transaction on Information Theory. Vol. 53, №12, 2007. – P. 4655 – 4666.
10. Cai T., Wang L. Orthogonal matching pursuit for sparse signal recovery with noise // IEEE Transaction on Information Theory. Vol. 57, №7, 2011. – P. 4680 – 4688.
11. Needell D., Vershynin R. Signal recovery from incomplete and inaccurate measurements via regularized orthogonal matching pursuit // IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing. Vol. 4, №2, 2010. – P. 310 – 316.
12. Needell D., Tropp J. CoSaMP: Iterative signal recovery from incomplete and inaccurate samples // Applied and Computational Harmonic Analysis. Vol. 26, №3, 2009. – P. 301 – 321.
13. Парфенов В.И., Голованов Д.Ю. Определение незанятых частотных поддиапазонов по сжатым измерениям // Инфокоммуникационные технологии. Т.13, №3, 2015. – С. 305 – 312.
14. Парфенов В.И., Голованов Д.Ю. Эффективность оценки временного положения сверхкороткого сигнала с использованием алгоритма, основанного на теории Compressive Sensing // Вестн. Воронеж. гос. ун-та. Сер.: Физика, математика. №1, 2015. – С. 27 – 36.
15. Xiong W., Cao J., Li S. Sparse signal recovery with unknown signal sparsity // EURASIP Journal on Advances in Signal Processing. Vol. 2014, №1, 2014.