

ОБНАРУЖЕНИЕ ОПТИЧЕСКИХ СИГНАЛОВ С НЕИЗВЕСТНОЙ ФОРМОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ С УЧЁТОМ ФОНОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Парфёнов В. И.¹, Кириллов В. С.¹

¹Воронежский государственный университет

Аннотация

Предложен алгоритм оптимального обнаружения оптического сигнала с неизвестной формой интенсивности по статистике фотоэлектронов. Рассчитаны характеристики приёма методом статистического моделирования.

Ключевые слова: дробовой шум, пуассоновская аппроксимация, априори неизвестная интенсивность, оценка максимального правдоподобия, критерий идеального наблюдателя, метод статистического моделирования.

В отличие от приёма сигналов в радиосвязи и радиолокации, когда шумы и помехи практически всегда можно считать независимыми, детектирование оптических сигналов сопровождается неустранимым дробовым шумом, статистические характеристики которого тесно связаны со значением самого сигнала. Причём дисперсия дробового шума в каждой точке оси времени пропорциональна интенсивности сигнала в той же точке. При этом выходной сигнал фотоприёмника можно представить в виде аддитивной комбинации двух составляющих, одна из которых пропорциональна оптическому сигналу, а другая – случайная – является дробовым шумом, рождённым самим этим сигналом. Однако эту информацию можно учесть и использовать при синтезе обнаружителей оптических сигналов на фоне комплекса шумов (дробовых, тепловых и др.) только в случае, если имеются априорные сведения о параметрах и форме сигналов. В противном случае приходится полагать, что форма оптического сигнала (точнее, его интенсивность, как функция времени) априори неизвестна.

Итак, предположим, что наблюдению на интервале времени $[0, T]$ доступна некоторая реализация, представляющая собой либо аддитивную смесь оптического сигнала с неизвестной формой интенсивности и фонового излучения (гипотеза H_1) либо только фоновое излучение (гипотеза H_0). Далее, в соответствии с теорией фотоэффекта [1] примем, что поток первичных фотоэлектронов и, соответственно, поток одноэлектронных импульсов на выходе фотомножителя или лавинного диода подчиняется распределению Пуассона. Что касается статистики первичных электронов, то при приёме когерентного излучения эта модель адекватна реальности. Если же принимается тепловое излучение, то при условии, что длительность времени измерения превышает время когерентности, соответствующее этому случаю биномиальное распределение фотоотсчётов с отрицательным показателем также переходит в пуассоновское [2]. Однако следует отметить, что реальные фотодетекторы из-за сложности явлений размножения фотоэлектронов искажают исходные распределения фотоэлектронов [3]. Следовательно, подобную Пуассоновскую модель следует рассматривать лишь как первое приближение.

Что касается фонового и теплового излучений, то, учитывая, что изменение во времени их интенсивности происходит существенно медленнее, чем изменение формы используемых сигналов, в дальнейшем будем считать, что значения интенсивности фона и соответствующего ему дробового шума могут быть заранее оценены. С учётом этого, в дальнейшем полагаем, что интенсивность фонового излучения известна и постоянна. Что касается темнового тока фотодетектора, то он также может быть учтён путём соответствующей коррекции значений фонового излучения [4].

Перейдём теперь к нахождению алгоритма обнаружения оптического сигнала с неизвестной формой интенсивности $\lambda_s(t)$ при наличии фонового излучения с известной постоянной интенсивностью λ_0 . В соответствии с принятой нами моделью поток фотоэлектронов подчиняется закону Пуассона. Это значит, что вероятность насчитать N_i фотоэлектронов на интервале времени Δt вблизи точки t_i определяется как

$$P(N_i, t_i) = \frac{[\lambda(t_i)\Delta t]^{N_i}}{N_i!} \exp[-\lambda(t_i)\Delta t], \quad (1)$$

где $\lambda(t) = \lambda_s(t) + \lambda_0$ при выполнении гипотезы H_1 , либо $\lambda(t) = \lambda_0$ при выполнении гипотезы H_0 .

Совместная вероятность выпадения N_i фотоэлектронов на интервалах длительности Δt в точках $t_1, t_2, \dots, t_M$ (функция правдоподобия) в силу независимости пуассоновских отсчётов будет определяться произведением вида

$$P(N_1, \dots, N_M, t_1, \dots, t_M) = \prod_{i=1}^M P(N_i, t_i). \quad (2)$$

При выполнении гипотезы H_1 из (1), (2) получим следующее выражение для логарифма функции правдоподобия:

$$\ln P_1 = \sum_{i=1}^M \{N_i \ln[\lambda_s(t_i) + \lambda_0] - \ln(\Delta t) - [\lambda_s(t_i) + \lambda_0]\Delta t - \ln(N_i!)\}.$$

Аналогично, при выполнении гипотезы H_0 логарифм функции правдоподобия:

$$\ln P_0 = \sum_{i=1}^M \{N_i \ln(\lambda_0) - \ln(\Delta t) - \lambda_0 \Delta t - \ln(N_i!)\}.$$

Из этих выражений находим логарифм отношения правдоподобия

$$\Lambda = \ln P_1 - \ln P_0 = \sum_{i=1}^M \left\{ N_i \ln \left[1 + \frac{\lambda_s(t_i)}{\lambda_0} \right] - \lambda_s(t_i) \Delta t \right\}. \quad (3)$$

Заметим, что это выражение получено в предположении, что интенсивность оптического сигнала $\lambda_s(t)$ известна.

Для нахождения решающей статистики в случае априори неизвестной формы интенсивности сигнала поступим следующим образом. В выражении (3) $\lambda_s(t_i)$, ($i=1, 2, \dots, M$) – неизвестные величины. Определим оценки этих величин, исходя из следующей системы уравнений максимального правдоподобия:

$$\left. \frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda_s(t_i)} \right|_{\hat{\lambda}_s(t_i)} = 0.$$

Из этой системы уравнений находим

$$\hat{\lambda}_s(t_i) = \frac{N_i}{\Delta t} - \lambda_0.$$

Учитывая неотрицательность интенсивности, положим

$$\hat{\lambda}_s(t_i) = \begin{cases} N_i / \Delta t - \lambda_0, & N_i \geq \lambda_0 \Delta t, \\ 0, & N_i < \lambda_0 \Delta t. \end{cases}$$

Подставляя эту оценку в (3) находим следующее выражение для логарифма отношения правдоподобия:

$$\Lambda = \sum_{i=1}^M \left\{ N_i \left[\ln \left(\frac{N_i}{\lambda_0 \Delta t} \right) - 1 \right] + \lambda_0 \Delta t \right\} u(N_i - \lambda_0 \Delta t), \quad (4)$$

где $u(x) = 0$ при $x \geq 0$ и $u(x) = 1$ при $x < 0$.

Таким образом, алгоритм обнаружения оптического сигнала с неизвестной формой интенсивности при наличии фонового излучения должен заключаться в формировании величины Λ (4) и сравнении её с некоторым порогом h , определяемым из заданного критерия эффективности. В дальнейшем в качестве критерия эффективности будем рассматривать критерий идеального наблюдателя [5], в соответствии с которым необходимо минимизировать полную (среднюю) вероятность ошибки P_e . Определение вероятности ошибки P_e осуществлялось с помощью статистического моделирования на ЭВМ по 50000 реализаций сигнала с фоном (гипотеза H_1) и только фона (гипотеза H_0).

Рассматривались две задачи: обнаружение сигнала с известным временем прихода (для определённости полагаемым равным нулю) и со случайным (равномерно распределённым на интервале наблюдения) временем прихода. При моделировании

полагалось, что форма интенсивности сигнала имеет экспоненциальный вид, а именно

$$\lambda_s(t) = I e^{-\gamma(t-t_0)} u(t-t_0),$$

где t_0 – момент прихода сигнала (равный либо 0, либо принимающий случайные значения от реализации к реализации на интервале наблюдения $[0; T - T_0]$), где T_0 – длительность сигнала по уровню 0.9 от его полной энергии.

Были исследованы зависимости вероятности средней ошибки P_e от параметров: $\nu = \gamma T$, $gn = \lambda_0 T$ и отношения сигнал/шум

$$q = \int_0^T \lambda_s(t) dt / \lambda_0 T = U / \nu gn,$$

где $U = IT$.

На рис.1 приведены зависимости $P_e(M)$ при априори известном времени прихода $t_0 = 0$, а на рис.2 – при случайном времени прихода оптического сигнала. Кривые 1 на этих рисунках построены при $\nu = 10, gn = 20, q = 1$, кривые 2 – при $\nu = 10, gn = 20, q = 0.5$, кривые 3 – при $\nu = 5, gn = 20, q = 1$, кривые 4 – при $\nu = 5, gn = 20, q = 0.5$ и, наконец, кривые 5 – при $\nu = 10, gn = 10, q = 1$.

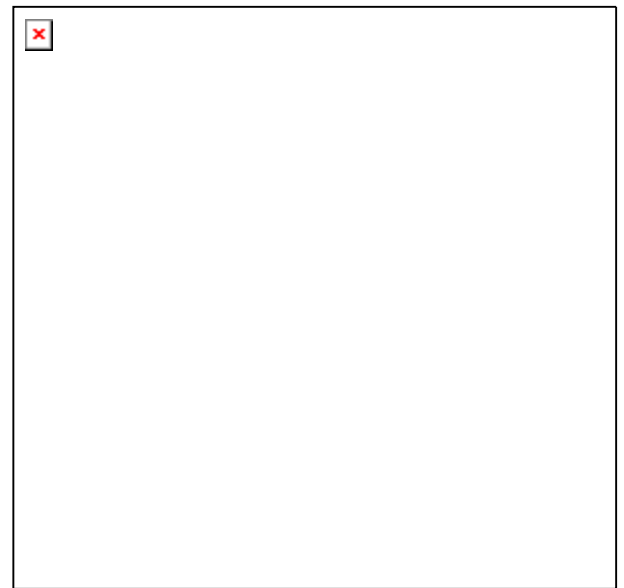


Рис.1. Зависимость вероятности полной ошибки от числа интервалов разбиения M ($t_0 = 0$)



Рис.2. Зависимость вероятности полной ошибки от числа интервалов разбиения M (t_0 – случайно)

Из анализа рис.1 и рис.2 можно сделать следующие выводы. Естественно, средняя вероятность обнаружения при случайном времени прихода больше по сравнению со случаем априори известного и постоянного времени прихода. Кроме того, в обоих случаях (в первом – более явно, во втором – менее) в зависимостях $P_e(M)$ наблюдаются минимумы. Следовательно, в алгоритме (4) величина M не должна выбираться слишком большой, как следует из стандартных умозаключений. Малые значения параметра $M \approx 1 \div 3$ приводят к в несколько раз завышенным вероятностям ошибки, что достаточно очевидно, так как при этом интервалы разбиения являются слишком большими и в результате на оценку интенсивности сигнала будет оказывать существенное влияние фоновое излучение. Если же M велико, то увеличивается количество оцениваемых параметров, что также приводит к росту вероятности ошибки. Видно, что для рассматриваемых случаев оптимальное значение M , обеспечивающее минимум средней вероятности ошибки, должно быть порядка $4 \div 7$.

На рис.3 и рис.4 изображены зависимости $P_e(q)$ также при $t_0 = 0$ и при случайном времени прихода соответственно.



Рис.3. Зависимость вероятности полной ошибки от отношения сигнал/шум q ($t_0 = 0$)



Рис.4. Зависимость вероятности полной ошибки от отношения сигнал/шум q (t_0 – случайно)

На рис.5 и рис.6 приведены зависимости $P_e(\lambda_0)$ при аналогичных условиях наблюдения.

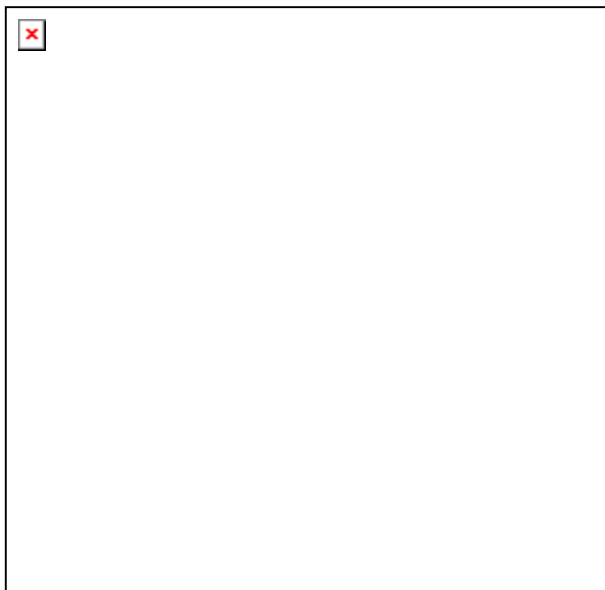


Рис.5. Зависимость вероятности полной ошибки от интегральной интенсивности фона $gn(t_0 = 0)$



Рис.6. Зависимость вероятности полной ошибки от интегральной интенсивности фона $gn(t_0 - \text{случайно})$

Рис.3 и рис.4 построены при $g_n = 2$, а рис.5 и рис.6 – при $q = 1$. На всех этих рисунках кривые 1 построены при $M = 1$, кривые 2 при $M = 4$ и кривые 3 – при $M = 30$. Как и ранее, подтверждается наличие оптимального значения параметра $M \sim 4$, обеспечивающего минимум средней вероятности ошибки. Следует, кроме того, отметить следующий факт. При случайном времени прихода наименьшую среднюю вероятность ошибки обеспечивает выбор $M = 1$, если мало отношение сигнал/шум или мала интенсивность шума λ_0 . Однако подобные ситуации практического интереса не представляют, так как при этом средняя вероятность ошибки принима-

ет слишком большие значения (больше, чем 0,1). Отметим также, что как и всегда [6] в оптических задачах, средняя вероятность ошибки зависит не только от отношения сигнал/шум, но и от интенсивности фонового излучения (при постоянном отношении сигнал/шум).

Анализ приведенных результатов моделирования свидетельствует о следующем. Повышение эффективности обнаружения (наличие минимума в зависимости $P_e(M)$ при определенном значении параметра M) не сильно зависит от отношения сигнал/шум. Подобная зависимость более явно проявляется при больших интенсивностях шума λ_0 и при достаточно быстром изменении интенсивности сигнала во времени, т.е. при достаточно больших величинах параметра $\nu = \gamma T$.

Литература

1. Глаубер, Р. Оптическая когерентность и статистика фотонов / Р. Глаубер. – М.: Мир, 1966. – 451 с.
2. Гудмэн, Дж. Статистическая оптика / Дж. Гудмэн. – М.: Мир, 1988. – 527 с.
3. Ветохин, С. С. Одноэлектронные фотоприёмники / С. С. Ветохин, Н.Р. Гулаков, А.Н. Перцев, И. В. Резников. – М.: Атомиздат, 1979. – 192 с.
4. Соболев, В. В. / Максимально правдоподобные оценки параметров оптических сигналов с учётом дробового и фонового шумов / В.С. Соболев, Ю.А. Поleshuk // Компьютерная оптика. – 2006. – Т.30. – С. 98-106. – ISSN 0134-2452.
5. Тихонов, В. И. Оптимальный приём сигналов / В. И. Тихонов. – М.: Радио и связь, 1983. – 320 с.
6. Гальярди, Р. М. Оптическая связь / Р.М. Гальярди, Ш. Карп; пер. с англ. – М.: Связь, 1978. – 424 с.

References

1. Glauber, R. Optical coherence and photons statistics / R. Glauber. – Moscow: "Mir" Publisher, 1966. – 451 p. – (in Russian).
2. Goodman, D. Statistical optics / D. Goodman. – Moscow: "Mir" Publisher, 1988. – 527 p. – (in Russian).
3. Vetchin, S. S. One-electron photo receivers / S.S. Vetchin, N.R. Gulakov, A.N. Percev, I.V. Reznikov – Moscow: "Atomizdat" Publisher, 1979. – 192 p. – (in Russian).
4. Sobolev, V. S. Optical signals parameters maximum likelihood estimations in shot and background noises presence / V.S. Sobolev, U.A. Poleshuk // Computer optics. – 2006. – V.30. – P. 98-106. – ISSN 0134-2452. – (in Russian).
5. Tichonov, V. I. Optimal signals receipt / V.I. Tichonov. – Moscow: "Radio i svyaz" Publisher, 1983. – 320 p. – (in Russian).
6. Galiardi, R. M. Optical communication / R.M. Galiardi, Sh. Karp. – Moscow: "Svyaz" Publisher, 1978. – 424 p. – (in Russian).

OPTICAL SIGNAL WITH UNKNOWN INTENSITY WAVEFORM DETECTION IN THE PRESENCE OF A BACKGROUND EMISSION

V.I. Parfenov¹, V.S. Kirillov¹

¹Voronezh State University

Abstract

The optical signal with unknown intensity waveform optimal detection algorithm according to photoelectron counting statistics is offered. The reception characteristics is calculated by the method of mathematical modeling.

Key words: shot noise, poisson approximation, a priori unknown intensity waveform, maximum likelihood estimation, an ideal observer criterion, statistical modeling method.

Сведения об авторах



Парфёнов Владимир Иванович, 1961 года рождения. В 1983 году с отличием окончил Воронежский государственный университет (ВГУ) по специальности «Радиофизика и электроника». Доктор физико-математических наук (2002 год), профессор, профессор кафедры Радиофизики ВГУ. Парфёнов В.И. – специалист в области приема и обработки информации. В списке научных работ В.И. Парфёнова порядка 140 статей, 1 монография, 6 авторских свидетельств и патентов.

E-mail: vip@phys.vsu.ru.

Parfenov Vladimir Ivanovich (b. 1961) graduated with honours from Voronezh State University (VSU), majoring in Radiophysics and electronics. He received his Doctor in Physics & Maths (2002) degrees, professor of radiophysics department. Parfenov V. I. is a specialist in information receipt and processing. He is co-author of 140 scientific papers, 1 monograph, and 6 inventions and patents.



Кириллов Владислав Сергеевич, 1986 года рождения, в 2009 году окончил Воронежский государственный университет (ВГУ) по магистерской программе «Статистическая радиофизика». Кириллов В.С. – аспирант кафедры радиофизики ВГУ. Область научных интересов: разработка и исследование оптических систем передачи информации. В списке научных работ В.С. Кириллова 5 статей.

E-mail: vkirillow@mail.ru.

Kirillov Vladislav Sergeevich (b. 1986) graduated from “Statistical radiophysics” master program of Voronezh State University (VSU) in 2009. Kirillov V.S. is a postgraduate student of VSU radiophysics department. His research interests is transmission information optical systems development and analysis. He is co-author of 5 scientific papers.
