

УДК 538.56

ОБНАРУЖЕНИЕ И ОЦЕНИВАНИЕ МОМЕНТА РАЗЛАДКИ НЕОДНОРОДНЫХ ПРОЦЕССОВ РОЖДЕНИЯ

В.И. Парфенов, профессор кафедры радиофизики ВГУ, ВГУ, тел. 8-908-146-69-96

В.С. Кириллов, аспирант кафедры радиофизики ВГУ, ВГУ, тел. 8-908-136-51-69

Рассмотрена модель лазерного усилителя при использовании модели неоднородного процесса рождения. Предложены алгоритмы обнаружения и оценки момента разладки выходного сигнала такого усилителя. Методом математического моделирования рассчитаны характеристики предложенных алгоритмов

Ключевые слова: квантовые усилители, суперрегенеративное усиление, неоднородный процесс

рождения, уравнение Колмогорова, дважды стохастический процесс, критерий идеального наблюдателя, метод математического моделирования

Inhomogeneous birth process arrival time detection and estimation

V. I. Parfenov, professor of radiophysics department, VSU, tel. 8-908-146-69-96

V. S. Kirillov, postgraduate student of radiophysics department, VSU, tel. 8-908-136-51-69

The laser amplifier model is investigated by inhomogeneous birth process usage. Arrival time detection and estimation algorithms of output of this amplifier model are proposed. The characteristics of proposed algorithms are calculated by mathematical modeling method

Key words: quantum amplifier, superregenerative amplification, inhomogeneous birth process, Kolmogorov's equation, doubly stochastic process, ideal observer criterion, mathematical modeling method

Во многих практически важных областях науки и техники часто возникают задачи, требующие статистического описания последовательности событий, возникающих в отдельных точках пространства или в отдельные моменты времени. К таким задачам, в частности, относятся задачи контроля параметров транспортных потоков, потоков информационных сообщений в каналах связи. Такие задачи широко распространены в радиоэлектронике, в биологии, в ядерной физике, в химии и других.

При этом особое внимание, как правило, уделяется фактам вариации характеристик дискретных случайных процессов, называемыми разладками [1]. Такие вариации обычно свидетельствуют об изменении параметров системы, порождающей случайный поток. Своевременное обнаружение факта разладки и оценка ее параметров во многих случаях позволяют своевременно принять меры к восстановлению исходных характеристик системы и предотвратить ее выход из строя.

В качестве моделей случайных потоков обычно используются пуассоновские процессы. Существующие подходы, как правило, ориентированы на выявление разладок, связанных с вариацией интенсивностей именно таких потоков и не предполагают выход за их рамки.

Реальные процессы по своим характеристикам могут во многом отличаться от простых пуассоновских процессов. Действительно, для пуассоновских процессов вероятность скачка (из одного состояния в соседние) не зависит от текущего состояния системы. Если это условие не выполняется, то мы приходим к некоторым обобщениям пуассоновского процесса, например, к процессу чистого рождения (процесс Юла-Фарри). Подобные процессы возникают в ряде задач, связанных с неразрушающим контролем материалов [2,3], анализом радиоактивных превращений, в математической теории эволюции [4] и других. Задачи, связанные с обнаружением процесса рождения и оценкой момента его начала (момента разладки), рассмотрены в [5]. Однако подобные процессы предполагались

стационарными (однородными), в то же время возможны задачи, в которых интенсивность зависит не только от состояния, но и от времени. Именно такие неоднородные процессы рождения и рассматриваются в данной статье.

Рассмотрим возможные области применения процессов рождения применительно к оптическим системам приёма-передачи информации. Для достижения требуемого уровня сигнала (отношения сигнал/шум) в оптических линиях связи повторители часто заменяются на усилители. Оптические усилители также используются до выполнения основной обработки оптических сигналов в приёмниках. Существуют различные способы описания процессов, происходящих в оптических усилителях, основанные как на использовании достаточно сложных операторов плотности, так и на более простых феноменологических уравнениях [6].

Будем рассматривать оптические усилители как идеальные устройства, в которых отсутствует поглощение фотонов, а основным процессом является стимулированная эмиссия. Что касается спонтанной эмиссии, то её влияние можно учесть, включив её в аддитивный шум (обычно пуассоновский).

Рассмотрим следующий пример. Пусть некоторая атомная или молекулярная система может существовать в одном из двух близлежащих состояниях, между которыми происходят фотонные переходы. В нормальных условиях ансамбль таких молекул находится в состоянии теплового равновесия, поэтому большинство молекул располагаются на нижнем энергетическом уровне. Если же может быть создано неравновесное состояние, в котором большинство молекул находится на верхнем уровне, то волновой пакет фотонов, проходящих через подобную среду, будет усиливаться. Подобного рода процессы происходят в мазерах [7]. Так как рассматривается идеальный усилитель, то предполагается, что резонатор имеет идеальные отражающие стенки, кроме того рассматривается так называемое суперрегенеративное усиление [8], при котором скорость индуцируемой эмиссии намного превышает имеющуюся скорость поглощения фотонов средой. Поэтому, как уже отмечено ранее, процесс поглощения (абсорбции) в дальнейшем учитываться не будет.

Несложно заметить, что процессы, происходящие в подобной среде, достаточно хорошо могут быть описаны с помощью процесса рождения. Напомним [5], что в случае процесса чистого рождения вероятность нахождения системы $P(n, t)$ в момент времени t в состоянии E_n будет описываться следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial P(n, t)}{\partial t} &= -\lambda_n P(n, t) + \lambda_{n-1} P(n-1, t), \quad n \geq 1 \\ P(n, t_0) &= \delta_{n, n_0} \end{aligned} \quad (1)$$

где $\delta_{i,j}$ – символ Кронекера, n_0 – начальное состояние процесса.

Если же рассматривается неоднородная среда рождения, то интенсивность λ_n будет зависеть от времени: $\lambda_n(t)$. Предположим, что эту интенсивность можно записать в виде:

$$\lambda_n(t) = (\alpha + \beta n) f(t). \quad (2)$$

Здесь функция $f(t)$ характеризует процессы, происходящие в системе. Например, для оптического усилителя использование подобной функции свидетельствует о том, что интенсивность рождения со временем может изменяться вследствие изменения условий накачки. Если положить $\alpha = 1$, $f(t) = \frac{1}{1 + \beta t}$, то мы приходим к неоднородному процессу Пойа [4], если $\alpha = 0$, $f(t) = 1$, то к процессу чистого рождения, если $\beta = 0$, $f(t) = 1$, то к обыкновенному пуассоновскому процессу.

Итак, предположим, что интенсивность процесса рождения описывается формулой (2), где $f(t)$ – непрерывная функция. Решение системы (1) в этом случае может быть выполнено путём перехода к производящей функции $G(z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} z^n P(n, t)$. Действительно, несложно показать, что вместо системы (1) при переходе к производящей функции получаем систему вида:

$$\frac{\partial G(z,t)}{\partial t} = f(t)(z-1) \left[\alpha G(z,t) + \beta z \frac{\partial G(z,t)}{\partial z} \right], \quad (3)$$

$$G(z, t_0) = z^{n_0}.$$

Решение подобной системы легко может быть найдено известными методами [6] и имеет следующий

вид: $G(z,t) = \frac{z^{n_0}}{[\chi(t) - z(\chi(t)-1)]^{n_0 + \alpha/\beta}}$, где $\chi(t) = \exp \left\{ \beta \int_{t_0}^t f(t') dt' \right\}$. Из этих формул следует выраже-

ние для распределения $P(n,t)$ числа частиц в усилителе в момент времени t :

$$P(n,t) = B \left(n - n_0, n_0 + \alpha/\beta, (\chi(t)-1) \left(n_0 + \alpha/\beta \right) \right), \quad (4)$$

где $B(n,a,N) = \frac{a^a \Gamma(n+a)}{n! \Gamma(a)} \cdot \frac{N^n}{(N+a)^{n+a}}$ – отрицательное биномиальное распределение со средним значением N , $\Gamma(\cdot)$ – гамма-функция [9]. Из формулы (4) следует, что математическое ожидание неоднородной функции рождения зависит от времени.

Покажем теперь, что неоднородный процесс рождения с распределением (4) можно интерпретировать как дважды стохастический случайный процесс [10]. Действительно, рассмотрим неоднородный пуассоновский процесс с интенсивностью $\lambda v(t)$ и распределением вида (при условии, что λ известна):

$$P_\pi(n,t|\lambda) = \frac{1}{(n-n_0)!} \left[\lambda \int_{t_0}^t v(t') dt' \right]^{n-n_0} \exp \left[-\lambda \int_{t_0}^t v(t') dt' \right], \quad n \geq n_0. \quad (5)$$

Предположим теперь, что интенсивность такого процесса случайна, в частности, предположим, что λ – случайная величина, имеющая гамма-распределение $p(\lambda) = \frac{\gamma^c}{\Gamma(c)} \lambda^{c-1} \exp(-\gamma\lambda)$, $\lambda \geq 0$. Тогда, учитывая случайность параметра λ , усредним распределение (5) по λ :

$$\begin{aligned} \tilde{P}(n,t) &= \int_0^\infty P_\pi(n,t|\lambda) p(\lambda) d\lambda = \\ &= \frac{\gamma^c \Gamma(n-n_0+c)}{\Gamma(c)(n-n_0)!} \cdot \frac{\left(\int_{t_0}^t v(t') dt' \right)^{n-n_0}}{\left[\gamma + \int_{t_0}^t v(t') dt' \right]^{n-n_0+c}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Приравняем распределения (4) и (6). Из этого равенства следует, что неоднородный процесс рождения представляет собой также дважды стохастический случайный процесс, то есть неоднородный пуассоновский процесс со случайной интенсивностью, распределённой по гамма-закону, если выполняются следующие соотношения:

$$c = n_0 + \alpha/\beta, \quad \int_{t_0}^t v(t') dt' = \left(n_0 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \left[\exp \left(\beta \int_{t_0}^t f(t') dt' \right) - 1 \right]. \quad (7)$$

Из (7) можно определить вид функции $v(t)$, характеризующей детерминированную часть интенсивности пуассоновского процесса. Действительно, например, если $f(t) = 1$, т.е. $\lambda_n(t) = \alpha + \beta n$, то

$$v(t) = (\alpha + \beta n_0) \exp[\beta(t-t_0)]. \quad (8)$$

Если $f(t) = (1 + \beta_1 t)^{-1}$, то

$$v(t) = \frac{\alpha + \beta n_0}{(1 + \beta_1 t_0)^{\beta_1}} (1 + \beta_1 t)^{\beta_1 - 1}. \quad (9)$$

Итак, неоднородный процесс рождения всегда можно представить как дважды стохастический случайный процесс с параметрами (7). Следовательно, решаемая задача представляет интерес всегда, когда сигнал – это неоднородный пуассоновский процесс со случайной интенсивностью.

Итак, предположим, что на интервале времени $[0; T]$ наблюдается дискретный случайный процесс, описываемый моделью вида

$$w(t) = \begin{cases} w_1(t), t \in [0; \theta_u], \\ w_1(t) + w_2(t), t \in (\theta_u; T], \end{cases}$$

где $w_1(t)$ – неоднородный пуассоновский процесс с детерминированной интенсивностью $\varepsilon(t)$, $w_2(t)$ – неоднородный процесс рождения с интенсивностью (2). Параметр θ_u , характеризующий момент наступления разладки, неизвестен. Задача заключается в синтезе и анализе алгоритмов обнаружения неоднородного процесса рождения и оценивания момента его начала.

Для решения поставленной задачи необходимо определить функцию правдоподобия для неоднородного процесса рождения $w_2(t)$ и для суммарного процесса $w_1(t) + w_2(t)$.

Рассмотрим интервал времени $(\theta; T]$, на котором процесс $w_2(t)$ существует. Обозначим через $t_1, t_2, \dots, t_k \in (\theta; T]$ моменты времени наступления событий, соответствующих $w_2(t)$. Положим $\theta = t_0$ и разобьём $(t_0; t_1]$ на малые интервалы времени так, чтобы их количество было равно m_1 , причём $m_1 - 1$ из них имело длительность τ_1 , а оставшийся, примыкающий к t_1 , – длительность τ . При этом, очевидно, $\tau_1 = \frac{t_1 - t_0 - \tau}{m_1 - 1}$. Положим $\tau_1, \tau \ll T$ и будем считать, что соответствующие им подынтервалы могут содержать не более одного события. Тогда, аналогично [5], можно определить функцию правдоподобия для интервала $(t_0; t_1]$ как произведение вероятностей появления либо ни одного, либо одного события на рассматриваемых малых подынтервалах. Подобные вычисления выполняются для каждого из $k + 1$ интервалов $(t_{j-1}; t_j]$, $j = 1, \dots, k, t_{k+1} = T$. В результате функция правдоподобия для неоднородного процесса рождения получится как произведение функций правдоподобия для каждого из этих интервалов (вследствие их независимости):

$$M(\theta) = \tau^k \prod_{j=1}^k \left[\beta f(t_j) \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times \\ \times \exp \left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + \frac{\alpha}{\beta} + j - 1 \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t) dt \right\}. \quad (10)$$

Функцию правдоподобия для суммарного процесса $w_1(t) + w_2(t)$, $t \in [\theta; T]$ можно получить аналогично тому, как было получено выражение (10). Действительно, в этом случае функция правдоподобия имеет следующий вид:

$$M_{12}(\theta) = \tau^k \prod_{j=1}^k \left[\varepsilon(t_j) + \beta f(t_j) \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times \\ \times \exp \left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t) dt - \int_0^T \varepsilon(t) dt \right\}$$

Здесь k – количество событий, определяемых процессом $w(t)$ на интервале $[\theta, T]$.

Введём в рассмотрение две статистические гипотезы

$$H_0 : \theta_u \notin [0; T],$$

$$H_1 : \theta_u \in [0; T].$$

Тогда для всего интервала наблюдения $t \in [0; T]$ функция правдоподобия для гипотезы H_1 приобретает вид:

$$M_{H_1}(\theta) = \tau^{r+k} \prod_{q=1}^k \varepsilon(t_{-q}) \prod_{j=1}^k \left[\varepsilon(t_j) + \beta f(t_j) \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times \\ \times \exp \left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t) dt - \int_0^T \varepsilon(t) dt \right\}, \quad (11)$$

где r – количество событий, определяемых процессом $w(t)$ на $[0; \theta]: 0 < t_{-r} < t_{-r+1} < \dots < t_{-1} < \theta_0$.

Функция правдоподобия для неоднородного пуассоновского процесса (при выполнении гипотезы H_0) имеет следующий вид (смотри, например, [5]):

$$M_{H_0}(\theta) = \tau^{r+k} \prod_{q=1}^r \varepsilon(t_{-q}) \prod_{j=1}^k \varepsilon(t_j) \exp \left(- \int_0^T \varepsilon(t) dt \right) \quad (12)$$

Таким образом, окончательно получаем следующее выражение для отношения правдоподобия (ОП):

$$\Lambda(\theta) = \frac{M_{H_1}(\theta)}{M_{H_0}(\theta)} = \prod_{j=1}^k \left[1 + \beta \frac{f(t_j)}{\varepsilon(t_j)} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \right] \times \\ \exp \left\{ -\beta \sum_{j=1}^{k+1} \left(n_0 + j - 1 + \frac{\alpha}{\beta} \right) \int_{t_{j-1}}^{t_j} f(t) dt \right\}. \quad (13)$$

Рассмотрим некоторые частные случаи. Например, если $f(t) = 1$, $\alpha = 0$, то ОП (13) совпадает с ОП, полученным в [5] для процесса чистого рождения. Если в (13) положить $\varepsilon(t) = \varepsilon$,

$$f(t) \rightarrow 1, \beta_1 \rightarrow 0, \quad (14)$$

$$\beta \rightarrow 0, n_0 \rightarrow \infty, (\alpha + \beta n_0) \rightarrow a, \quad (15)$$

то придём к ОП для пуассоновского процесса (см. [1]).

Таким образом, алгоритм обнаружения сигнала оптического усилителя с неизвестным временем прихода при наличии фонового излучения должен заключаться в формировании величины $\Lambda(\theta)$, нахождении её максимума по θ и сравнении его с некоторым порогом h , определяемым из заданного критерия эффективности. В дальнейшем в качестве критерия эффективности будем рассматривать критерий идеального наблюдателя [11], в соответствии с которым необходимо минимизировать полную (среднюю) вероятность ошибки P_e . Средняя вероятность ошибки P_e определялась как $(PLT + PPS) / 2$, где PLT – вероятность превышения порога обнаружения решающей статистикой (13) при выполнении гипотезы H_0 (отсутствие полезного сигнала на входе приёмника). Вероятность PPS – это вероятность непревышения порога обнаружения абсолютным максимумом решающей статистики (13) при выполнении гипотезы H_1 (наличие полезного сигнала на входе приёмника). Определение вероятности ошибки P_e осуществлялось с помощью статистического моделирования на ЭВМ по 10000 реализаций сигнала с фоном (гипотеза H_1) и только фона (гипотеза H_0). При моделировании (в случае выполнения гипотезы H_0) осуществлялось формирование пуассоновского потока с плотностью ε стандартным способом [12], рассчитывалось количество фотоэлектронов на интервале наблюдения, формировалась достаточная статистика в соответствии с формулой (13), находился её максимум и осуществлялось сравнение с набором пороговых значений. При превышении порога фиксировалась ошибка. Вероятность $PLT(h)$ определялась как отношение количества превышений

порога h в N испытаниях к количеству этих испытаний. Аналогичным образом вычисляется вероятность $PPS(h)$, только формировалась сумма пуассоновского потока с плотностью ε и неоднородного процесса рождения с интенсивностью (2). Формирование последнего осуществлялось «методом Δt » [12]. Получив вероятность $P_e(h) = (PLT(h) + PPS(h))/2$ для набора пороговых значений h , далее определялся тот порог, при котором эта вероятность минимальна. Эта вероятность и представляет собой искомую среднюю вероятность ошибки.

В свою очередь алгоритм оценки неизвестного времени прихода сигнала оптического усилителя при наличии фонового излучения заключался в формировании величины $\Lambda(\theta)$ и нахождении положения её абсолютного максимума по параметру θ :

$$\theta_m = \arg \max_{\theta} \Lambda(\theta).$$

Определение характеристик оценки осуществлялось с помощью статистического моделирования на ЭВМ по 1000 реализаций сигнала с фоном (гипотеза H_1). Оценка производилась только в случае, когда эта гипотеза верна. Для каждой из реализаций функции правдоподобия суммарного процесса находилось положение ее абсолютного максимума θ_m по 50 значениям времени разладки θ на интервале $[0; T]$, взятых с равномерным шагом. Затем для расчёта смещения находилось среднее по реализациям $\langle \theta_m - \theta_0 \rangle$, а для расчёта рассеяния – $\langle (\theta_m - \theta_0)^2 \rangle$.

При моделировании форма функции $f(t)$ полагалась следующей: $f(t) = (1 + \beta_1 t)^{-1}$. Были исследованы зависимости вероятности средней ошибки P_e от отношения сигнал/шум $q = M/\varepsilon T$ при различных значениях средней интенсивности сигнала $M = n_0 + \left(n_0 + \frac{\alpha}{\beta}\right) \left(\exp \left\{ \beta \int_{\theta_0}^T f(t) dt \right\} - 1 \right)$ и скорости затухания интенсивности неоднородного процесса рождения β_1 . Здесь n_0 – начальное число частиц на входе усилителя, θ_0 – истинное значение момента разладки, а величина

$K = \exp \left\{ \beta \int_{\theta_0}^T f(t) dt \right\}$ является коэффициентом усиления, время наблюдения T полагалось для определённости, равным 1. Для рисунков 1, 2 и 4, 5 $n_0 = 10$, а $\theta_0 = 0.3$ и $\alpha = 1$ для всех рисунков. На рис. 1 приведены зависимости $P_e(q)$ при различных значениях средней интенсивности сигнала. Для всех кривых значение скорости затухания интенсивности рождения $\beta_1 = 2$. Кривая 1 построена для $M = 15$, $\beta = 2$, кривая 2 – для $M = 10.5$, $\beta = 1.57$, кривая 3 – для $M = 6$, $\beta = 1$.

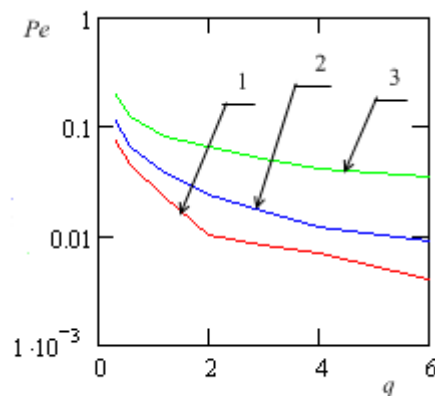


Рис. 1. Зависимость вероятности средней ошибки от ОСШ при различных средних интенсивностях сигнала

Из анализа рис.1 можно сделать следующие выводы. С ростом отношения сигнал/шум вероятность средней ошибки убывает. Кроме того, как и всегда в оптических задачах, вероятность средней ошибки зависит не только от отношения сигнал/шум, но и от интенсивности сигнального излучения. Чем больше её значение M , тем меньше вероятность средней ошибки при тех же значениях отношения сигнал/шум.

На рис.2 приведены зависимости $P_e(q)$ при различных значениях скорости затухания интенсивности неоднородного процесса рождения β_1 . На всех кривых значение средней интенсивности сигнала $M = 15$. Кривая 1 построена для $\beta_1 = 2, \beta = 2$, кривая 2 – для $\beta_1 = 1, \beta = 1.64$, кривая 3 – для $\beta_1 = 0.5, \beta = 1.44$.

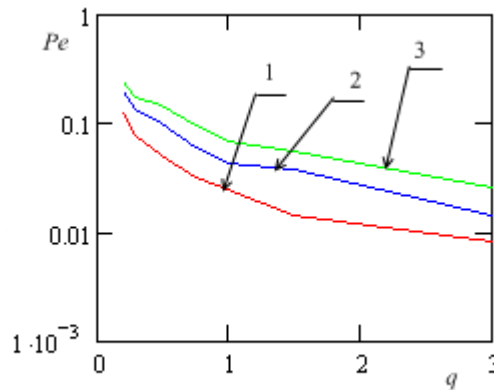


Рис. 2. Зависимость вероятности средней ошибки от ОСШ при различных скоростях затухания интенсивности рождения

Из анализа рис.2 можно сделать следующие выводы. При одинаковой интегральной интенсивности сигнала вероятность средней ошибки меньше в случае более быстрого убывания интенсивности рождения со временем.

На рис. 3 проводится сравнение зависимостей вероятности средней ошибки $P_e(q)$ процессов неоднородного рождения и пуассоновского [1]. Для этого выбирались различные значения входного числа фотонов n_0 и параметры усилителя β и β_1 при постоянном значении $M = 15$ средней интегральной интенсивности усиленного сигнала. Кривая 1 построена при $n_0 = 2000, \beta = 0.01, \beta_1 = 0.01$, кривая 2 – при $n_0 = 14, \beta = 1, \beta_1 = 0.01$, кривая 3 – при $n_0 = 2730, \beta = 0.01, \beta_1 = 1$, кривая 4 соответствует пуассоновской аппроксимации с интегральной интенсивностью $a = (\alpha + \beta n_0)(T - \theta_0)$.

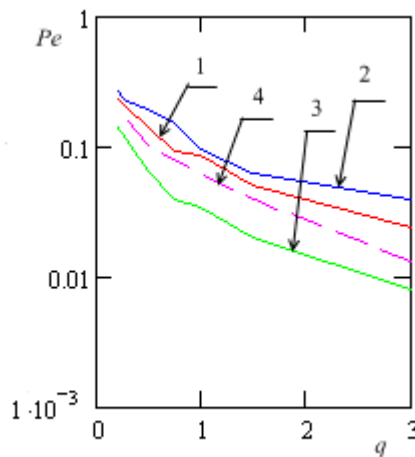


Рис. 3. Сравнение зависимостей вероятности средней ошибки от ОСШ

Из анализа рис.3 можно сделать следующие выводы. Чем больше начальное число частиц n_0 и меньше интенсивность процесса рождения β , а значит и коэффициент усиления K , а также скорость затухания интенсивности рождения β_1 , тем меньше зависимости $P_e(q)$ отличаются от пуассоновской аппроксимации, так как лучше удовлетворяются предельные переходы (14) и (15). Вероятности средней ошибки P_e при $\beta=1$ становятся существенно больше, а при $\beta=0.01$ лишь немного отличаются от вероятности ошибки при пуассоновской статистике (кривая 4). Таким образом, алгоритм приёма, описанный в [1], остаётся справедливым для случая наличия усилителя только в случае больших входных сигналов и небольших коэффициентов усиления. Как видно из сравнения кривых 1 и 4, вероятность средней ошибки будет меньше в случае более быстрого затухания усиленного сигнала (большого β_1) при одинаковой средней интегральной интенсивности.

На рис.4 приведены зависимости рассеяния оценки момента разладки дискретного процесса $V(q)$ от ОСШ q при различных значениях средней интенсивности сигнала. Для всех кривых значение скорости затухания интенсивности рождения $\beta_1 = 2$. Кривая 1 построена для $M = 30$, $\beta = 3.1$, кривая 2 – для $M = 15$, $\beta = 2$, кривая 3 – для $M = 6$, $\beta = 1$.

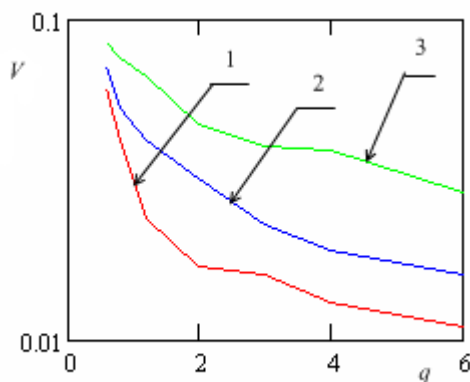


Рис. 4. Зависимость рассеяния оценки момента разладки от ОСШ при различных средних интенсивностях сигнала

Из анализа рис.4 можно сделать следующие выводы. Рассеяние оценки момента разладки убывает с ростом отношения сигнал/шум. Оно также зависит и от интенсивности сигнального излучения M . Чем больше её значение, тем меньше рассеяние при тех же значениях отношения сигнал/шум.

На рис.5 приведены зависимости $V(q)$ при различных значениях скорости затухания интенсивности неоднородного процесса рождения β_1 . На всех кривых значение средней интенсивности сигнала $M = 15$. Кривая 1 построена для $\beta_1 = 10$, $\beta = 4.3$, кривая 2 – для $\beta_1 = 5.2$, $\beta = 3$, кривая 3 – для $\beta_1 = 0.5$, $\beta = 1.44$.

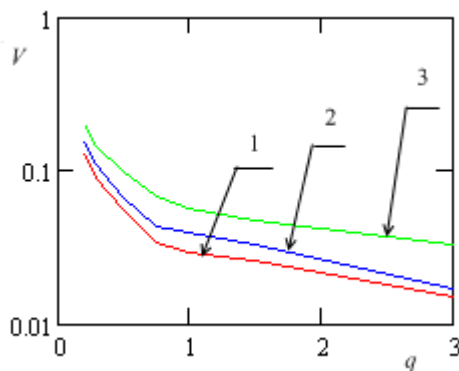


Рис. 5. Зависимость рассеяния оценки момента разладки от ОСШ при различных скоростях затухания интенсивности рождения

Из анализа рис.5 можно сделать следующие выводы. На рассеяние оценки момента разладки влияет скорость затухания интенсивности рождения во времени. При одинаковых интенсивностях сигнального излучения M рассеяние меньше в случае более быстрого затухания. Однако, как следует из рисунка, разница в величине рассеяния при изменении скорости затухания интенсивности рождения незначительна.

На рис. 6 проводится сравнение зависимостей рассеяния оценки момента разладки $V(q)$ процессов неоднородного рождения и пуассоновского [1]. Для этого выбирались различные значения входного числа фотонов n_0 и параметры усилителя β и β_1 при постоянной $M = 15$ средней интегральной интенсивности усиленного сигнала. Кривая 1 построена при $n_0 = 2000, \beta = 0.01, \beta_1 = 0.01$, кривая 2 – при $n_0 = 14, \beta = 1, \beta_1 = 0.01$, кривая 3 – при $n_0 = 2450, \beta = 0.02, \beta_1 = 5$, кривая 4 соответствует пуассоновской аппроксимации с интегральной интенсивностью $a = (\alpha + \beta n_0)(T - \theta_0)$.

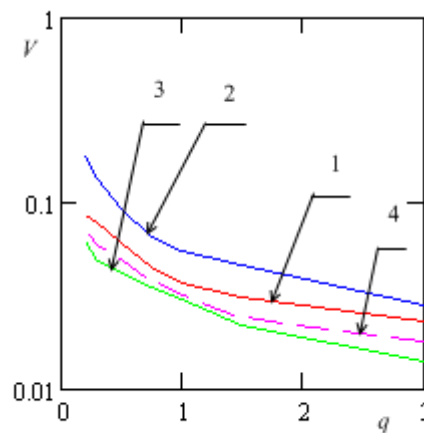


Рис. 6. Сравнение зависимостей рассеяния оценки момента разладки от ОСШ

Из анализа рис.6 можно сделать следующие выводы. Чем больше начальное число частиц n_0 и меньше интенсивность процесса рождения β , а значит и коэффициент усиления K , а также скорость затухания интенсивности рождения β_1 , тем меньше зависимости $V(q)$ отличаются от пуассоновской аппроксимации, так как лучше удовлетворяются предельные переходы (14) и (15). Рассеяние оценки момента разладки V при $\beta = 1$ становится существенно больше, а при $\beta = 0.01$ незначительно отличается от кривой 4. Таким образом, алгоритм приёма, полученный в [1], остаётся справедливым для случая наличия усилителя только в случае больших входных сигналов и небольших коэффициентов усиления. Как видно из сравнения кривых 1 и 4, рассеяние оценки момента разладки будет меньше в случае более быстрого затухания усиленного сигнала (большого β_1) при одинаковой средней интегральной интенсивности.

Таким образом, в статье подробно исследована модель лазерного усилителя при использовании ветвящихся процессов типа процессов рождения. Приведено физическое обоснование подобной модели. Выполнен точный расчет характеристик числа фотонов на выходе усилителя. Для данной модели усилителя предложен алгоритм оптимального обнаружения усиленного сигнала с неизвестным временем прихода, а также оценки последнего. Спецификой этих алгоритмов по сравнению с известными [1] является необходимость фиксации времени каждого скачка наблюдаемого процесса за время наблюдения, а не только подсчёт их количества. Получены и исследованы характеристики обнаружения усиленного сигнала и оценки неизвестного времени его прихода. Выявлены условия, при которых предложенные и известные алгоритмы имеют близкие характеристики. Эти условия заклю-

чаются в большой величине входного сигнала и малого коэффициента усиления. В случае уменьшения величины входного сигнала и увеличения коэффициента усиления, как вероятность полной ошибки, так и рассеяние оценки момента прихода, становятся существенно больше, чем для алгоритма, предложенного в [1]. Увеличение скорости затухания процесса рождения приводит к уменьшению обеих характеристик.

Литература

1. Галун С. А., Трифонов А.П. Обнаружение и оценка момента изменения интенсивности пуассоновского потока / С.А. Галун, А.П. Трифонов // Автоматика и телемеханика.—1982.—№6.— С. 95-105.
2. Расщепляев Ю. С. , Попов А.В. К вопросу исследования динамики акусто-эмиссионных процессов в задачах неразрушающего контроля методами теории случайных потоков / Ю.С. Расщепляев, А.В. Попов // Техн. диагностика и неразрушающий контроль.— 2000.— №3.— С. 24-27.
3. Расщепляев Ю. С. , Попов А.В. Метод инвариантов в задаче исследования потоков акустической эмиссии / Ю.С. Расщепляев, А.В. Попов // Дефектоскопия.— 2000.— №10.— С. 79-82.
4. Феллер В. Теория вероятностей / В. Феллер.—М.: Мир, 1975.— 421с.
5. Расщепляев Ю. С. , Хуторцев В. В. Совместное обнаружение и оценивание процессов Юла-Фарри / Ю.С. Расщепляев, В.В. Хуторцев // Автоматика и телемеханика.—2009.—№3.— С. 68-77.
6. Teich M.C., Diamant P. Evolution of the Statistical Properties of Photons Passed Through a Traveling-Wave Laser Amplifier / M.C. Teich, P. Diamant // IEEE Journal of Quantum Electronics.— 1992.—Vol. 28.— No. 5.— P. 1325-1334.
7. Ханин Я. И. Динамика квантовых генераторов / Я.И. Ханин.—Т.2.—М.: Сов. Радио, 1975.— 496с.
8. Shimoda K., Takahasi H. Fluctuations in Amplification of Quanta with Application to Maser Amplifiers / K. Shimoda, H. Takahasi, C. H. Townes // Journal of the Physical Society of Japan. —1957.—Vol. 12.—No. 6.— P. 686-700.
9. Абрамовиц М. Справочник по специальным функциям / М. Абрамовиц, И. Стиган. — Пер. с англ. под ред. В.А. Диткина и Л.Н. Кармазиной. — М.: Наука, 1979. — 832с.
10. Snyder D. L., Miller M. Random Point Processes in Time and Space / D.L. Snyder, M. Miller.— Springer-Verlag, 1991. — 480p.
11. Тихонов В.И. Оптимальный приём сигналов / В. И. Тихонов.— М.:Радио и связь, 1983.— 320 с.
12. Быков В. В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике / В. В. Быков. — М.: Сов. Радио, 1971. — 328с.

Сведения об авторах:

Парфенов Владимир Иванович — д.ф-м.н., профессор кафедры радиофизики, ВГУ, тел. 8-908-146-69-96, vip@phys.vsu.ru

Кириллов Владислав Сергеевич — аспирант кафедры радиофизики, ВГУ, тел. 8-908-136-51-69, vkirillow@mail.ru